

الموضوع الأول

التمرين الأول: (03 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

$$(\Delta): \begin{cases} x = 2+t \\ y = -3-2t \\ z = t \end{cases}$$

نعتبر النقطة $A(2; -4; 1)$ والمستقيم (Δ) حيث :

1. عين معادلة المستوي (P) الذي يشمل النقطة A والمستقيم (Δ) .
2. عين إحداثيات النقطة C من (Δ) بحيث يكون $(AC) \perp (\Delta)$.
3. تحقق أن النقطة $B(2; -3; 0)$ نقطة من (Δ) ثم استنتج مساحة المثلث ABC .
4. أحسب المسافة بين النقطة $D(0; 0; 2)$ والمستوي (P) ، ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$.
5. استنتج وضعية المستقيم (Δ) مع (AD) .

التمرين الثاني: (03 ن)

نعتبر كثير حدود $P(z)$ حيث Z عدد مركب ، $P(z) = z^2 - 2z + 2$

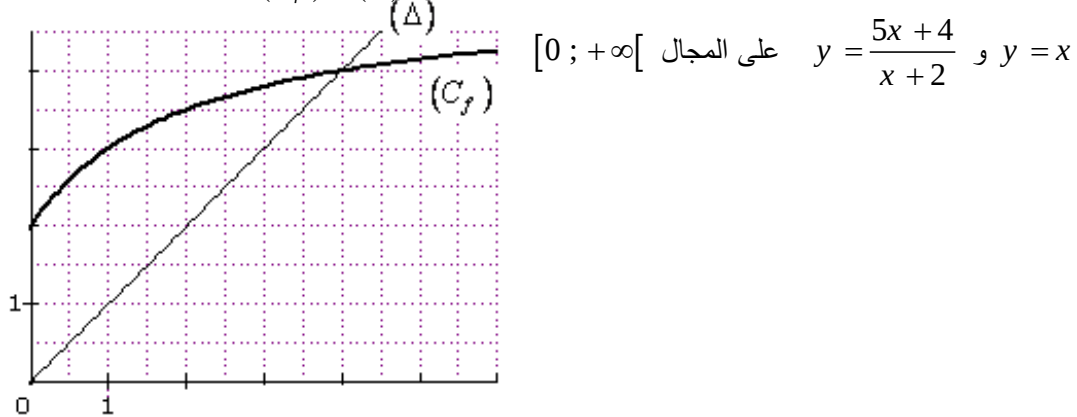
1. بين أنه إذا كان $P(\alpha) = 0$ فإن $P(\bar{\alpha}) = 0$.
2. أحسب $P(1+i)$.
3. استنتج جذور $P(z)$.
4. نعتبر النقط A, B, C لواحقها $1+i, 1-i, 2i$ على الترتيب ونعتبر العدد المركب L حيث

$$L = \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$$

- أ. عين طول وعدة L وفسر النتائج هندسيا.
- ب. استنتج زاوية ونسبة التشابه S الذي يحول B إلى C ومركزه A .

التمرين الثالث: (05 ن)

$-I$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلنا المستقيم (Δ) و (C_f) معادلتيهما على الترتيب :



- أ) انقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية : $u_2; u_1; u_0$ ، دون حسابها مبرزا خطوط الرسم .
- ب) عين إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (C_f) .
- ج) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

$$II - (u_n) \text{ المتتالية المعرفة بـ } u_0 = 0, \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n \text{ لدينا : } u_{n+1} = \frac{5u_n + 4}{u_n + 2}$$

1. احسب u_1 و u_2 .
 2. أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم $u_n > 0$
 3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن $(u_{n+1} - 4)$ له نفس إشارة $(u_n - 4)$ ثم استنتج أن : $u_n < 4$
 4. أدرس إشارة $(u_{n+1} - u_n)$ وبرهن أن المتتالية (u_n) متزايدة .
- $$III - (v_n) \text{ المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ بـ : } v_n = \frac{u_n - 4}{u_n + 1}$$

1. عبر عن v_{n+1} بدلالة v_n ، ثم عبر عن v_n بدلالة n .
2. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث: (09)

الجزء 1:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 2x^2 - \ln x$

1. ادرس اتجاه تغيرات الدالة g .
2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء 2:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = 2x - 1 + \frac{1 + \ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; i; j)$

1. عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $+\infty$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول التغيرات .
3. أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
4. تحقق أن المستقيم (Δ) يقطع المنحنى (C_f) في نقطة A يطلب تعيين إحداثياتها .
5. حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) في المجال $]0; +\infty[$.
6. أثبت أنه توجد نقطة وحيدة B للمنحنى (C_f) يكون المماس (T) عندها موازي للمستقيم (Δ)

يطلب كتابة معادلة (T)

7. برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,39 < \alpha < 0,40$.
8. ارسم (C_f) و (Δ) و (T) ($\|i\| = 2cm$; $\|j\| = 1cm$)
9. ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $(m+1)x - 1 - \ln x = 0$

الجزء 3:

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = \frac{1}{x}(1 + \ln x)$

1. عين دالة أصلية للدالة h التي تنعدم عند 1 .
2. استنتج مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات (Δ) ، $x = e^{-1}$ ، $x = e$

انتهى