الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية ❰ دورة ماي 2010❱

مديرية التربية لولاية برج بوعريريج الشعبة : علوم تجريبية

امتحان البكالوريا التجريبى لثانوية أولاد خليفة المــدة : 03 ساعات و 30 د

اختـبـار فـي مـادة الـريـاضـيــات

على المتر شح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضـــــــــــــوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

1) عين الطويلة وعمدة لكل من العددين المركبين z_1 و z_2 حيث:

$$z_2 = \sqrt{5}\left(\sin\frac{\pi}{6} + i\cos\frac{\pi}{6}\right) \quad \text{و} \quad z_1 = 4\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

2) أعط شكلا أسيا لكل من العددين المركبين z_3 و z_4 حيث :

$$z_4 = \left(1 + i\sqrt{3}\right)e^{i\frac{\pi}{2}} \quad \text{و} \quad z_3 = 3ie^{i\frac{\pi}{3}}$$

3) أكتب على الشكل المثلثي العددين المركبين z' و z'' حيث:

$$z'' = (2+2i)\left(\sqrt{3} - i\right) \quad \text{و} \quad z' = \frac{4}{\sqrt{3}+i}$$

4) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$|z|^2 + \bar{z}^2 = 8 - 4i$$

التمرين الثاني:(04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

نعتبر المستقيم : $(D) : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \qquad t \in R \\ z = 3 - t \end{cases}$ و (L) المستقيم المار من النقطة $A(1,2,1)$ والموجه بالشعاع $\vec{u}(1,0,2)$

1- بين أن المستقيمين (D) و (L) غير متوازيين .

2- نعتبر (p) المستوي الذي يتضمن المستقيم (D) والموازي لـ (L) .

أ) بين أن : $2x + y + z + 1 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (p)

ب) حدد المسافة بين النقطة A و المستوي (P) .

3- حدد $d(A,(D))$

4- أ - حدد معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي أحد أقطارها $[AB]$ حيث $B(1,-2,1)$

ب - بين أن تقاطع (S) و (P) عبارة عن دائرة محددا مركزها ونصف قطرها .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

لتكن A النقطة ذات اللاحقة $z_A = i$ و B النقطة ذات اللاحقة $z_B = 2$.

1) أ- عين لاحقة النقطة B_1 صورة B بالتحاكي h الذي مركزه A ونسبته $\sqrt{2}$.

ب - عين لاحقة النقطة B' صورة B_1 بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

2) نعتبر f التحويل النقطي للمستوي في نفسه الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = (1+i)z+1$.

أ) بين أن النقطة B صورتها B' بالتحويل f .

ب) بين أن A النقطة الصامدة الوحيدة بالتحويل f .

ج) تأكد أنه من أجل كل عدد مركب z يختلف عن i , $\dfrac{z'-z}{i-z} = -i$.

- استنتج طريقة لإنشاء M' انطلاقا من M ،من أجل M تختلف عن A .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بما يلي : $g(x) = e^{-x}+x-1$

1) أحسب $g'(x)$ لكل x من IR ثم استنتج أن g متزايدة على $[0,+\infty[$ و متناقصة على $]-\infty,0]$.

2) بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من IR (لاحظ أن $g(0)=0$) ثم استنتج أن $e^{-x}+x \geq 1$ لكل x من IR .

II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بما يلي : $f(x) = \dfrac{x}{x+e^{-x}}$

وليكن (C) المنحنى الممثل لها في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بين أن : $f(x) = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^x}}$ لكل x من IR^* .

ب - بين أن : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ ثم أول هندسيا هاتين النتيجتين .

2) أ - بين أن : $f'(x) = \dfrac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ لكل x من IR .

ب - أدرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

3) أ- أكتب معادلة المماس للمنحني (C) عند النقطة O مبدأ المعلم .

ب - تحقق أن : $x - f(x) = \dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ لكل x من IR ثم أدرس إشارة $x-f(x)$ على IR .

ج - استنتج الوضع النسبي للمنحني (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x$.

4) أنشئ (Δ) و (C) في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ $\dfrac{1}{1-e} \approx -0.6$)

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من IN .

1) بين بالتراجع أن $0 \leq u_n \leq 1$ لكل n من IN .

2) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة (يمكن استعمال نتيجة السؤال II - 3- ب).

3) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها .

الموضـــوع الثانــــــــــــي

التمرين الأول: 05 نقاط

P كثير حدود للمتغير المركب z حيث:

$$P(z)=z^3-(6+5i)z^2+(25+30i)z-125i$$

1) بين أن المعادلة: $P(z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا يطلب تعيينه .

2) أوجد الأعداد الحقيقية a, b و c حيث من أجل كل z من $\mathbb{C}$ لدينا : $P(z)=(z-5i)(az^2+bz+c)$.

3) استنتج حلول المعادلة: $P(z)=0$.

4) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(o,\vec{i},\vec{j})$.

A, B و C نقط من المستوي لواحقها على الترتيب: $5i$ ، $3-4i$ و $3+4i$.

أ – مثل النقط A, B و C .

ب – بين أن النقط A, B و C تنتمي إلى نفس الدائرة و التي مركزها النقطة O مبدأ المعلم .

ج – عين العبارة المركبة للدوران R حيث : $R(O)=O$ و $R(C)=A$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$A\left(\frac{5}{2},0,0\right)$ و $B(0.5.0)$ و $C\left(0,0,\frac{5}{2}\right)$ و $\Omega\left(\frac{5}{8}.\frac{5}{8}.\frac{5}{8}\right)$.

1) أعط معادلة ديكارتية للمستوي (p) المار من النقط A و B و C.

2) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) العمودي على المستوي (P) والمار من النقطة Ω.

3) احسب مساحة رباعي الأوجه $OABC$.

4) أحسب المسافة بين النقطة Ω والمستوي (p).

5) ليكن (S) سطح الكرة ذي المعادلة : $x^2+y^2+z^2-\frac{5}{4}(x+y+z)+\frac{25}{32}=0$.

- حدد مركزها و نصف قطرها .

6) أ - بين أن (S) مماس للمستوي (ABC) .

ب - حدد إحداثيات نقطة تماس (S) والمستوي (P).

التمرين الثالث: 04 نقاط

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0=e \\ u_{n+1}-\sqrt{u_n}=0 \qquad n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

ولتكن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $v_n=\ln(u_n)$ من أجل $n\in\mathbb{N}$.

1) بين أن $1\prec u_n$ لكل $n\geq 0$.

2) أدرس رتابة $(u_n)_{n\in \mathbb{N}}$ واستنتج أن $(u_n)_{n\in \mathbb{N}}$ متقاربة .

3) أ - بين أن $(v_n)_{n\in \mathbb{N}}$ هندسية محددا عناصرها .

ب - أحسب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n = e^{\frac{1}{2^n}}$ من أجل $n \in \mathbb{N}$.

ج - حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

د - أحسب $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_{n-1}$ بدلالة n ، واستنتج $p = u_1 \times u_2 .... \times u_{n-1}$

التمرين الرابع: 07 نقاط

I) لتكن الدالة h المعرفة على IR بـ : $h(x) = e^x + 2 - x$

1 – أدرس تغيرات الدالة h .

2 – استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $h(x) \rangle 0$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـ : $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$

نسمي (C) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 – بين أنه من أجل كل x من IR : $f'(x) = e^{-x} h(x)$

2 – أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3 – بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0 \langle \alpha \langle \frac{1}{2}$.

4 – أ– أثبت أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C) عند $+\infty$.

ب – أدرس الوضعية النسبية لـ (C) و (Δ) .

5 – أ – أثبت أن المنحني (C) يقبل نقطة انعطاف A ، عين إحداثيتيها .

ب – تحقق أن : $(e^3 - 1)x - e^3 y + 5 = 0$ هي معادلة للمماس (T) للمنحني (C) عند النقطة A .

6 – أرسم (Δ) ، (T) و (C) .

7 – ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + m$.

III) نرمز بـ S إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) ، المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = \alpha$

1– تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - x = 1 + e^{-x} - f'(x)$.

2 – بين أن : $S = \dfrac{\alpha^2}{1-\alpha}$.