مديرية التربية لولاية الأغواط

دورة ماي 2012

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبية

الشعبة : **علوم تجريبية**

اختبار في مادة : الرياضيات **المدة : 3ساعات و نصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول :(05ن)

$C(0 ;- 2 ; -3)$, $B(-3 ; -2 ; 3)$, $A(1 ; 2 ; -1)$ نقط من الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس

1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم $\cos(\overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC})$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للنقط C ,B ,A؟

ب) بين أن الشعاع $\overrightarrow{n}(2 ; -1 ; 1)$ ناظمي للمستوي (ABC)

2) ليكن (P) المستوي ذو المعادلة : $x+y-z+2=0$

بين أن المستوي (P) يعامد المستوي (ABC)

3) نعتبر النقطة G مرجح الجملة$\{(A, 1) ; (B, -1) ; (C , 2)\}$

أ) عين احداثيات النقطة G

ب) بين أن المستقيم (CG) عمودي على المستوي (P) ثم أكتب تمثيلا وسيطيا له

ج) عين احداثيات النقطة H نقطة تقاطع المستوي (P) مع المستقيم (CG)

4) أ) عين(E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 12$

ب) حدد طبيعة نقط تقاطع المستوي (P) مع المجموعة (E) ، أذكر عناصرها المميزة

التمرين الثاني:(04ن)

1) $(u_n)_{n\in N}$ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث :

$\ln u_1 + \ln u_5 = - 12$ و $\ln u_2 - \ln u_4 = 4$ ($\ln$: اللوغاريتم النيبيري)

أ) عين أساس هذه المتتالية الهندسية و حدها الأول u_0

ب) نسمي S_n المجموع : $u_0 + u_1 + \ldots\ldots.+ u_n$ ، أحسب S_n بدلالة n ثم $\lim_{n\to+\infty} S_n$

2) $(v_n)_{n\in N}$ متتالية عددية معرفة كما يلي : $v_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$

- بين أن $(v_n)_{n\in N}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها

3) نسمي T_n المجموع : $v_0 + v_1 + \ldots..+v_n$

- عين العدد الطبيعي n حتى يكون : $T_n^2 = 2^{30}$

التمرين الثالث : (05ن)

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ (الوحدة : 2cm)

1) في مجموعة الأعداد المركبة$\mathbb{C}$ نعتبر كثير الحدود

$$p(z)= z^3 - (2+i\sqrt{2})z^2+2(1+i\sqrt{2})z -2i\sqrt{2}$$

أ) بين ان العدد المركب $z_0= i\sqrt{2}$ هو حل للمعادلة $p(z) = 0$

ب) عين العددين الحقيقيين a و b حيث $p(z) = (z-i\sqrt{2})(z^2+az +b)$

ج) استنتج في $\mathbb{C}$ مجموعة حلول المعادلة $p(z) = 0$

2) نعتبر النقط A , B , C و D ذات اللواحق :

$$z_D= e^{\frac{i3\pi}{4}} \quad ; z_C= i\sqrt{2} \quad ; z_B= 1-i \quad ; z_A = 1+i$$

أ) علم النقط A ; B; C ; D

ب) لتكن النقطة E نظيرة النقطة C بالنسبة للنقطة D ، بين أن لاحقة E هي $z_E= -\sqrt{2}$

ج) بين أن النقط A ; B ; C و E تنتمي الى نفس الدائرة التي يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

3) لتكن النقطة F ذات اللاحقة $z_F = -1+i$ و نعتبر r الدوران الذي مركزه O و يحولC الىF

أ) عين قيس لزاوية الدوران r

ب) عين z_H لاحقة النقطة H صورة النقطة E بالدوران r

ج) ما هي طبيعة الرباعي ABHF ؟ علل اجابتك

التمرين الرابع :(06ن)

أ) لتكن f الدالة المعرفة على R كمايلي : $f(x) = \frac{1}{2} [x+(1-x)e^{2x}]$

ليكن C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o ; \vec{i} ; \vec{j})$

1) أحسب نهايات الدالة f عند ∞- و عند ∞+

2) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y= \frac{1}{2} x$ مستقيم مقارب للمنحني C_f بجوار ∞- ثم أدرس وضعية المنحني C_f بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) لتكن g الدالة المعرفة على R كما يلي : $g(x) = 1+ (1-2x)e^{2x}$

أدرس تغيرات الدالة g ، ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0,6 ; 0,7]$

استنتج اشارة $g(x)$ على R

4) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

5) عين حصرا للعدد $f(\alpha)$

6) أحسب $f(\frac{3}{2})$ ، $f(-1)$ و $f(1)$ ثم استنتج اشارة $f(x)$ على المجال $]-\infty ; -1]$

7) أنشئ (Δ) و C_f

ب) لتكن F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]-\infty ; -1]$ بحيث $F(-1)= \frac{1}{4}$

1) برر وجود الدالة F

2) أدرس اتجاه تغير الدالة F على المجال $]-\infty ; -1]$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=\frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{3-u_n}$

1) أحسب u_1 ، u_2 ماهو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) ؟

2) برهن بالتراجع ان : $1 \leq u_n \leq \frac{3}{2}$ من أجل كل عدد طبيعي n

3) أدرس رتابة المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{u_n-1}{u_n-2}$

أ) أثبت ان (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$

ب) أكتب بدلالة n عبارة v_n ، ثم أثبت أن : $u_n=\frac{2+2^n}{1+2^n}$ ، أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

ت) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n=v_0+v_1+\ldots\ldots+v_n$ ، أحسب S_n بدلالة n

التمرين الثاني :(05ن) الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس

(D)مستقيم يشمل النقطة $A(0,0,2)$ و $\vec{u}(1,1,0)$ شعاع توجيه له

(D')مستقيم معرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=t' \\ y=-t' \\ z=-2 \end{cases}$ حيث: $t'\epsilon R$

1. **أ)** بين أن(D)و(D') لا ينتميان إلى نفس المستوي

ب) بين أن(D)و(D') متعامدين

جـ) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم(D)

2. $M(x,y,z)$ نقطة من الفضاء و H المسقط العمودي للنقطة M على (D)

أ) بين أن : $\overrightarrow{MH}(\frac{-x+y}{2}, \frac{x-y}{2}, 2-z)$ ثم استنتج MH^2

ب) K المسقط العمودي للنقطة M على (D')؛ بين أن: $MK^2=\frac{(x+y)^2}{2}+(2+z)^2$

جـ)نسمي (Γ) مجموعة النقط Mالمتساوية البعد عن (D)و(D') تحقق أن: Mتنتمي إلى (Γ) يكافئ : $z=-\frac{1}{4}xy$

3. عين مجموعة النقط M تقاطع المستوي $(o\,x\,y)$ والمجموعة(Γ)

4. ليكن(P)مستوي يشمل النقطة A ويحتوي على (D') ؛ عين معادلة ديكارتية للمستوي(P)

التمرين الثالث(4نقاط): نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ العدد: $P(Z) = z^4-4z^3+12z^2-16z+32$

1. تحقق من أن $P(-2i)=0$ و $P(2i)=0$ مبينا انه من اجل كل عدد مركب z:
$P(Z)=(z^2+4)(z^2+az+b)$ حيث a ، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

2. حل في C المعادلة $P(Z)=0$

3. نعتبرفي المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

النقط A , B , C , D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=2i$ $z_B=-2i$ $z_C=2+2i$ $z_D=2-2i$

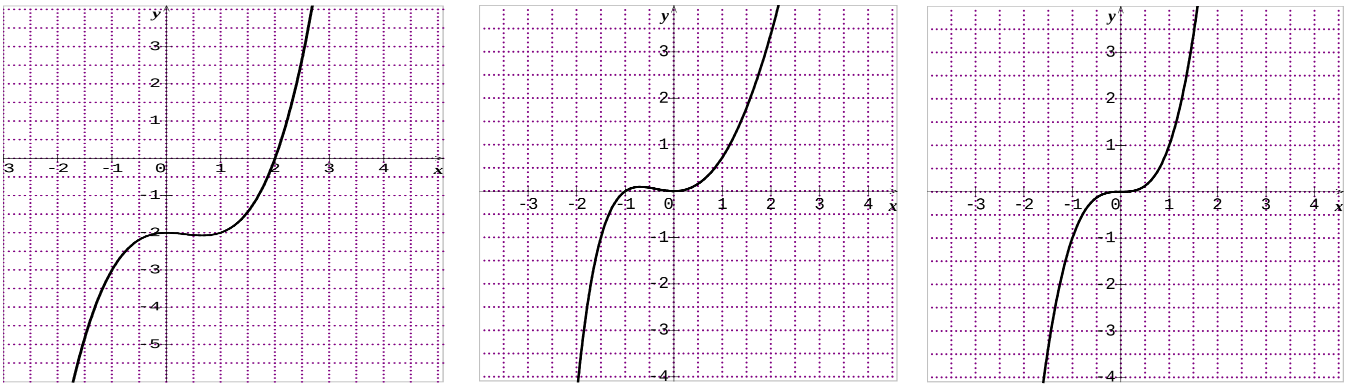
أ) اكتب العدد المركب z_C على الشكل المثلثي ثم بين أن العدد $\left(\frac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{2012}$ حقيقي سالب

ب) اكتب على الشكل المثلثي العدد $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ؛استنتج طبيعة المثلث ABC

ج) احسب $\frac{z_C}{z_D}$ مستنتجا ان النقطة C هي صورة النقطة D بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره

التمرين الرابع : (07ن)

أ) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على R بـ : $\mathbf{h(x) = (x+1)\, e^{-x} + x^2 - 1}$
و تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس هو أحد الاقتراحات الثلاثة التالية :



1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} h(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} h(x)$ (إرشاد : لاحظ انه يمكن تحليل عبارة (h(x)

2) أحسب h'(x) و أدرس إشارتها على R ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة h

3) أحسب h(-1) ثم استنتج إشارة h(x) على R

ب) نعتبر فيما يلي الدالة العددية f المعرفة على]∞+ , 1]∪[1 , ∞-[بـ : $\mathbf{f(x) = \frac{x+1}{x-1}\, e^{-x}}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

2) أحسب f'(x) ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4) باستعمال السؤال3 من الجزء **(أ)** ،أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) و المستقيم (T)

5) أرسم في المعلم المعطى كلا من (T) و (C_f)

بالتوفيق **انتهى**