المـــوضوع الأول

التمرين الأول : (6 نقاط)

(u_n) متتالية عددية حيث : $\begin{cases} u_0 = \propto \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + 4 \end{cases}$

1. عين قيمة $\propto$ حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة
2. نضع : $\propto = 0$ ، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 5$
   - أدرس رتابة المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج ؟
3. نضع : $v_n = u_n - 5$ ، بين أن (v_n) متتالية هندسية و عين أساسها r
   - اكتب n بدلالة n ثم u_n بدلالة n أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

أحسب بدلالة n المجموع : $S = {v_0}^2 + {v_1}^2 + \cdots\cdots + {v_n}^2$

التمرين الثاني : (9 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o\ ;\ \vec{i}\ ;\vec{j}\ )$.

لتكن f دالة عددية للمتغير الحقيقي x معرفة على $IR^\bullet$ بالعبارة: $f(x) = \frac{(x-2)e^x - x - 2}{e^x - 1}$، (c_f) تمثيلها البياني

1- بين أن f دالة فردية

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $IR^\bullet$: $f(x) = x - 2 - \frac{4}{e^x - 1}$

3- أدرس تغيرات الدالة f

4- أثبت أنه في المجال $]0\ ,\ +\infty[$ المعادلة: $f(x) = 0$ تقبلا حلا وحيدا α حيث $2 < \alpha < 3$

5- بين أن المنحني يقبل مستقيما مقاربا ما ئلا (d) في جوار $+\infty$ ، يطلب تعيين معادلته
أدرس وضعية (c_f) بالنسبة (d)

6- أنشيء المنحني (c_f)

7 – لتكن الدالة h للمتغير الحقيقي x معرفة على $I =]0\ ,\ +\infty[$ بالعبارة $h(x) = 4\ln(e^x - 1)$

أ- عين $h'(x)$ ، ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من I فإن : $h'(x) = 4 + \frac{4}{e^x - 1}$

ب- أحسب مساحة الحيز المحصور بين (c_f) و (d) والمستقيمين ذوي المعادلتين $x = 2$ و $x = 1$

التمرين الثالث : (5 نقاط)

يحتوي كيس على 4 كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ،3 ،5 و6 كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ،2 ، 3 ، 3 ، 4 ، 4
لا نفرق بينها عند اللمس

نسحب من الكيس كريتان على التوالي دون إرجاع

1. ما هو عدد الحالات الممكنة للسحب

2. أحسب احتمال سحب كريتان من نفس اللون

3. أحسب احتمال سحب كريتان تحملان رقمان زوجيان

4. أحسب احتمال سحب كريتان حمراوان علما أنهما تحملان رقمان فرديان

5. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل حالة سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة

- عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X
- أحسب الأمل الرياضي

<u>الموضوع الثاني</u>

<u>التمرين الأول</u>: (5 نقطة)

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $-\mathrm{t}^2 + 2\mathrm{t} + 3 = 0$

2. استنتج حلول المعادلة $-log^2(x+1) + 2\,log(x+1) + 3 = 0$

3. استنتج حلول المتراجحة : $\dfrac{-e^{6x-4}+2\times \mathrm{e}^{3\mathrm{x}-2}+3}{e^x-3} < 0$

<u>التمرين الثاني</u> : (6 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .$(o\,;\,\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$

و(Δ)، $(\grave{\Delta})$مستقيمن معادلتيهما : $y = x$ ، $y = \frac{1}{4}x + 3$ على الترتيب

.1 (u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$

- أرسم (Δ) و$(\grave{\Delta})$ ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية : u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 دون حسابها ، مبرزا خطوط الرسم
- عين إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و $(\grave{\Delta})$
- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

.2 أ- اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فــإن : $u_n < 4$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج ؟

.3 نضع من أجل كل عدد طبيعي : $v_n = u_n - 4$

- بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية ، عين أساسها q وحدها الأول v_0
- عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n واحسب $lim_{n\to+\infty}\, u_n$
- أحــسب بدلالة n المجموعين S_n و$\acute{S}_n$ حيث :

$$S_n = v_0 + v_1 + \cdots\cdots + v_n \quad ، \quad \acute{S}_n = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_n$$

<u>التمرين الثالث</u> : (9 نقاط)

لتكن الدالة f التي جدول تغيراتها كما يلي :

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$\acute{f}(x)$		+	0	-	||	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

- نفرض أن: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

1. عين $f'(x)$ بدلالة a و b و c
2. اعتمادا على جدول التغيرات عين a و b و c
3. أحسب $\lim_{\substack{> \\ x\to -1}} f(x)$ و $\lim_{\substack{< \\ x\to -1}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

- نأخذ $a = 1$ و $b = 1$ و $c = 4$

1. بين أنه عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ فإن المنحني $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته : $y = x + 1$
2. أدرس وضعية المنحني $\left(C_f\right)$ بالنسبة لـ (Δ)
3. عين نقط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع محور الفواصل ومحور التراتيب
4. أكتب معادلة المماس $(\grave{\Delta})$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0
5. أرسم $\left(C_f\right)$ و $(\grave{\Delta})$
6. عين حلول المعادلة $f(x) = |\lambda|$
7. احسب مساحة الحيز المحدد بـ $\left(C_f\right)$ و (Δ) و المستقيمين ذوي المعادلتين $x = 0$ و $x = e$

(e أساس اللوغاريتم النيبيري)