

على الممتحن أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4 نقاط)

يمثل الجدول التالي التطور في رأس مال المقاولات بالملايير بين سنوات 2003 و 2010 وهذا حسب التصريحات لدى مديرية الضرائب :

السنوات	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
رتبة السنة x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
رأس المال بالمليار Y_i	10,7	13,3	14,9	15,4	17,4	17,1	15,8	17,8

المصدر: المديرية العامة للضرائب (أوت 2011)

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(0; 10)$ ، (1cm) لكل 1 سنة على محور

الفواصل و 1cm لكل 1 مليار على محور الترتيب).

(2) احسب إحداثيا النقطة المتوسطة $G(\bar{x}; \bar{y})$ ثم علمها.

(3) اكتب معادلة لمستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا، تعطى النتائج مدورة الى 10^{-3} .

(4) نضع معادلة مستقيم هي : $y = 0,84x + 12,35$

بفرض ان هذا التعديل الخطي يبقى صالح حتى سنة 2015 اوجد قيمة رأس مال هذه المقاولات في هذه السنة (2015).

(5) اوجد السنة التي سيتضاعف رأس مال هذه المقاولات الابتدائي (يصبح 21,4 مليار).

التمرين الثاني : (4 نقاط)

لاحظ رئيس مركز رياضي أنه في كل سنة، المركز يحتفظ بـ 75 % من أعضائه و يستقبل 800 عضوا جديدا.

في سنة 2005، أحصى هذا المركز الرياضي 1600 عضوا. نرمز بـ U_n إلى عدد الأعضاء في المركز في سنة $2005 + n$.

- (1) تحقق من أن $U_1 = 2000$ ثم أحسب U_2 .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 800$.
- (3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $V_n = 3200 - U_n$
 (أ) بين أن المتتالية هندسية. حدد أساسها وحدها الأول.
 (ب) عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n .
- (4) احسب مجموع أعضاء المركز الرياضي من سنة 2005 إلى سنة 2020
- (5) احسب المجموع: $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$.

التمرين الثالث: (8 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ: $f(x) = 2x + \frac{e^x}{e^x - 1}$.

- (1) احسب النهايات عند اطراف مجموعة التعريف.
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) اثبت أن المستقيم ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$.
- (4) ادرس الوضعية النسبية للمنحني والمقارب المائل.
- (5) بين أن النقطة $A(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحني.
- (6) انشئ المنحني (C_f) والمستقيم $y = 2x$.
- (7) احسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها $x = 1$ و $x = 2$ و $y = 0$:

$$\int_1^2 2x + \frac{e^x}{e^x - 1} dx$$

التمرين الرابع: (4 نقاط)

الجدول التالي يمثل توزيع عمال حسب وسيلة تنقلهم الى عملهم وحسب مكان إقامتهم:

	حافلة	سيارة	مشيا على الأقدام
المدينة	23	34	20
القرية	56	18	5

- (1) نختار عشوائيا عامل واحد من هذه المؤسسة. فما هو احتمال أن يكون:
 - A: يسكن في المدينة و يلتحق بعمله مشيا على الأقدام.
 - B: يسكن في القرية.
 - C: يذهب إلى عمله بالسيارة.
- (2) نختار الآن عشوائيا عامل يسكن في المدينة. فما هو احتمال أن يكون يلتحق بعمله مشيا على الأقدام.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4 نقاط)

تقوم شركة إلكترونيات بصنع هواتف ذكية، قامت هذه الشركة بصنع جيل جديد وقبل طرح النهائي في السوق قامت بإجراء إختبار، وهذا بطرح 8 نماذج من هذا المنتج وهذا حسب المادة المستخدمة في الصناعة والخصائص التقنية، ودونت النتائج في الجدول التالي:

سعر البيع بالأورو x_i	240	320	400	480	560	640	720	800
عدد المشترين y_i	402	390	340	230	210	130	70	60

- (1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد ($1cm$ لكل 100 أورو على محور الفواصل و $1cm$ لكل 50 مشتري على محور التراتيب).
- (2) اوجد احداثيات النقطة المتوسطة G لهذه السحابة و علمها .
- (3) اوجد معادلة لمستقيم الانحدار $y = ax + b$ ، تدور النتائج الى 10^{-1} .
- (4) جد تقديرا لعدد المشترين اذا كان سعر طرح الهاتف الذكي هو € 500.
- (5) ما هو ثمن البيع حتى يكون عدد المشترين المتوقع هو 300.

التمرين الثاني : (4 نقاط)

$$\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \frac{-2}{3}U_n + 5 \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (U_n) \text{ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ بـ:}$$

- (1) أحسب الحدود U_1 ، U_2 ، U_3 .
- (2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = U_n - 3$.
 - برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
 - أكتب V_n بدلالة n ، ثم استنتج U_n بدلالة n .
- (3) أحسب المجموعين S_n و T_n بدلالة n حيث:
 $T_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ ، $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$
- (4) أحسب نهاية S_n و T_n لما n يؤول $+\infty$.

التمرين الثالث : (8 نقاط)

المستوي منسوب إلي معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$

- (1) عين الأعداد الحقيقية a و b حيث: $f(x) = ax + \frac{b}{x+1}$
- (2) احسب النهايات عند اطراف مجموعة التعريف .
- (3) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
- (4) اثبت أن المستقيم ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$.
- (5) عين معادلة للمستقيم المقارب الآخر .
- (6) بين أن نقطة تقاطع المقاربين المائلين هي مركز تناظر للمنحني .
- (7) عين احداثيتا النقطتين A و B اللتين يكون ميل المماس عندهما يساوي 3 .
- (8) انشئ المنحني (C_f) والمستقيم $y = x$.
- (9) احسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و المستقيمتان التي معادلاتها $x = 1$ و $x = 2$ و $y = 0$:

$$\cdot \int_1^2 x - \frac{2}{x+1}$$

التمرين الرابع : (4 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 مصابيح منها 7 مصابيح صالحة و باقي المصابيح غير صالحة .
قام أحد الأفراد بسحب بطريقة عشوائية على التوالي ودون إرجاع مصباحين .

- (1) شكل شجرة الإحتمالات المناسبة لهذه الوضعية .
- (2) ماهو إحتمال الحصول على مصباحين صالحين؟
- (3) ماهو إحتمال الحصول على مصباحين غير صالحين؟
- (4) ماهو إحتمال الحصول على مصباحين أحدهما صالح و الآخر غير صالح؟
- (5) ماهو إحتمال الحصول على أحد المصباحين صالح على الأقل؟