

## الفرض المحروس الأول للثلاثي الأول

التمرين الأول: 05 نقاط

يزداد عدد سكان مدينة  $A$  بـ 160 نسمة كل سنة في حين يزداد عدد سكان مدينة  $B$  بنسبة 3% من سنة إلى أخرى. في سنة 2007 بلغ عدد سكان كل من المدينتين  $A$  و  $B$  10000 نسمة. نرسم بـ  $u_n$  إلى عدد سكان المدينة  $A$  و بـ  $v_n$  إلى عدد سكان المدينة  $B$  خلال السنة  $2007+n$ .

1. عين  $u_0$  و  $v_0$  ثم احسب  $u_1$  و  $v_1$ .
2. أوجد علاقة بين  $u_n$  و  $u_{n+1}$ . تحقق أن المتتالية  $(u_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها  $r$ .
3. عبر عن  $u_n$  بدلالة  $n$ .
4. أوجد علاقة بين  $v_n$  و  $v_{n+1}$ . تحقق أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$ .
5. عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$ .
6. قارن بين عددي سكان كل من المدينتين  $A$  و  $B$  في سنة 2020.

التمرين الثاني: 05 نقاط

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بحدها الأول  $u_0 = 0$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}$ .

أحسب أربعة حدود الأولى.

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 \leq u_n \leq 1$ .

برهن أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما. إذا كانت المتتالية متقاربة. فما هي نهايتها؟

لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = u_n + 1$ .

أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

عبر عن  $u_n$  و  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟

أحسب بدلالة  $n$  كل من  $Y_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .