مديرية شرق الجزائر

ثانوية وريدة مداد – الحراش-　　　　　　　　السنة الدراسية 2011-2012

المستوى: 3إت　　　　　　　　المدة: 3 ساعات

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: 7 نقاط

نعتبر المتتالية العددية (Un) المعرفة على ℵ كما يلي: $U_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n:

$$U_{n+1}=\frac{2}{3}U_n+\frac{1}{3}$$

1- a- برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n: $0\leq U_n\leq 1$ 　1,5 نقطة

b- برهن أن المتتالية (Un) متزايدة تماما. 　1 نقطة

2- لتكن الدالة f العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية كما يلي: $f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$

a- أرسم في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم (Δ) الذي معادلته y=x و المنحنى (d) الممثل للدالة f. 　1 نقطة

b-بإستعمال الرسم السابق مثل على محور الفواصل و بدون حساب: 　1 نقطة

U_0, U_1, U_2, U_3 و U_4.

3- عين العدد الحقيقي α بحيث $f(\alpha)=\alpha$. 　0,5 نقطة

4- نضع $W_n=U_n-\alpha$ من أجل كل عدد طبيعي n .

a – بين أن $(W_n)_{n\in ℵ}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول. 　1,5 نقطة

b- أحسب Wn بدلالة n إستنتج Un بدلالة n ثم أحسب $\lim U_n$ 　1,5 نقطة

التمرين الثاني: (6 نقاط)

يبين الجدول التالي كمية المطر المتساقطة في مدينة ما بين السنوات 2000 و 2005

السنة x_i	2000	2001	2002	2003	2004	2005
رتبة السنة	1	2	3	4	5	6
y_iكمية المطر بالميليمتر	85	100	120	130	160	140

1- مثل سحابة النقط الموافقة للسلسلة الإحصائية (x_i, y_i) في معلم متعامد مبدؤه (80، 2000). 　1 نقطة

(2cm كل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 100mm على محور التراتيب)

3 نقاط -2 a- أوجد معادلة مستقيم الإنحدار بطريقة المربعات الدنيا $(y= ax+b)$ يعطى a و b بالتدوير إلى 10^{-3}

0,5 نقطة b- أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق.

1,5 نقطة c- نفرض أن تساقط الأمطار يبقى بهذه الكيفية ، أعط تقدير لكمية الأمطار سنة 2010.

التمرين الثالث: (7 نقاط)

1 نقطة -1 أدرس إشارة $1-x^2$

1 نقطة -2 لتكن الدالة f المعرفة على $]1,+\infty[$ كما يلي: $f(x)= \frac{x^3-2x^2-x+1}{1-x^2}$

أحسب نهاية الدالة f عند$+\infty$ و 1.

1 نقطة -3 تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x من $]1,+\infty[$: $f(x)= 2-x-\frac{1}{1-x^2}$

1,5 نقطة -4 بين أن(Cf) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل يطلب تعيين معادلة كل منهما.

1 نقطة -5 عين الوضع النسبي للمنحنى (Cf) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل(D)

1,5 نقطة -6 بين أن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2<\alpha<3$ فسر هندسيا هذه النتيجة.

مديرية شرق الجزائر

ثانوية وريدة مداد – الحراش- السنة الدراسية 2011-2012

المستوى: 1 ج م آ

تصحيح إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: 7 نقاط

1- a- من أجل n=0 : $0\leq U_0\leq 1$

نفرض أن $0\leq U_n\leq 1$ لنبرهن أن $0\leq U_{n+1}\leq 1$ نعلم أن $Un+1=\frac{2}{3}U_n+\frac{1}{3}$ و $0\leq U_n\leq 1$

و منه $0\leq\frac{2}{3}U_n\leq\frac{2}{3}$ و بالتالي $0\leq U_{n+1}\leq 1$ إذن $0\leq U_n\leq 1$ من أجل كل عدد طبيعي n — 1نقطة

b-إتجاهتغير (Un):

$U_{n+1}-Un=(\frac{2}{3}Un+\frac{1}{3})$ -4

$=-\frac{1}{3}(Un-1)$ — 1نقطة

نعلم أن $Un\leq 1$ إذن $Un-1\leq 0$ و $-\frac{1}{3}(Un-1)\geq 0$ و بالتالي (Un) متزايدة.

a- رسم (Δ) و (d) — 1نقطة

b- وضع U_4, U_3, U_2, U_1, U_0 — 1نقطة

0,5نقطة 3- $f(\alpha)=\alpha$ و منه $\frac{2}{3}\alpha+\frac{1}{3}$ إذن $\alpha=1$

4- $Wn=Un-1$

a-(Wn) متتالية هندسية:

$W_{n+1}=\frac{2}{3}(Un-1)=\frac{2}{3}Wn$

(Wn) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدها الأول $W_0=-1$ — 1نقطة

0,5نقطة b- $Wn=(-1)(\frac{2}{3})^n$ و $Un=Wn+1$

0,5نقطة $Un= (-1) (\frac{2}{3})^n +1$

0,5نقطة بما أن $\lim_{n\to+\infty} (\frac{2}{3})^n=0$ فإن $\lim_{n\to+\infty} Un= 1$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

يبين الجدول التالي كمية المطر المتساقطة في مدينة ما بين السنوات 2000 و 2005

1نقطة

السنة x_i	2000	2001	2002	2003	2004	2005	
الرتبة x_i	10	11	12	13	14	15	
y_iكمية المطر بالميليمتر	85	100	120	130	160	140	المجموع
$xi\ yi$	850	1100	1440	1690	2240	2100	9420
$xi - \bar{x}$	-2,5	-1,5	-0,5	0,5	1,5	2,5	
$(xi - \bar{x})$	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	17,50

1نقطة $\bar{x}=\frac{\sum xi}{n}= 12,5$ ، $\bar{y}= \frac{\sum yi}{n}= 122,5$

النقطة المتوسطة $G (12,5,122,5)$

$$a= \frac{(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i)- \overline{xy}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_1-\bar{x})^2}$$

1,5نقطة

$$a= \frac{\frac{9420}{6}-(12,5 \text{ x } 122,5)}{\frac{17,50}{6}}= \frac{38,750}{2,916}$$

$a= 13,29$

$b= \bar{y} - a\bar{x} = 122,5 – (13,29G\ 12,5)$

$b= - 43,63$

معادلة المستقيم هي :

0,5نقطة $y= 13,29\ x – 43,63$

0,5نقطة b- رسم المستقيم

c- في السنة 2012 الرتبة هي $xi= 22$

1نقطة و منه $y= 13,29\ (22) – 43,63$

تكون كمية الأمطار في سنة 2012 بإذن الله 248,75mm

التمرين الثالث: (7 نقاط)

0,5نقطة 7- إشارة $1-x^2$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$1-x^2$		-	0	+	0	-	

0,5نقطة -8 $\lim_{x\to+\infty} f(x)= \lim_{x\to+\infty} -x= -\infty$

$\lim_{x\to1^+} f(x)= +\infty$ ، $\lim_{x\to1^+} x^3-2x^2-x+1= -1$

1نقطة

$\lim_{x\to1^+} 1-x^2= 0^-$

1نقطة -9 $2-x-\frac{1}{1-x^2}= \frac{(2-x)(1-x^2)-1}{1-x^2}= f(x)$

-10 $\lim_{x\to1^+} f(x)= +\infty$

0,5نقطة (Cf)يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته x=1

لنثبت أن x -2 =y :(Δ) مستقيم مقارب مائل للمنحني (Cf) عند ∞+

1نقطة -11 وضعية (Cf) بالنسبة لـ (Δ): $f(x)-y= -\frac{1}{1-x^2}$

إشارة $f(x)-y$ هي عكس إشارة $1-x^2$ على $]1,+\infty[$

x	1 $\qquad\qquad$ +∞
$1-x^2$	-
$f(x)-y$	+
الوضعية	(Cf) فوق (Δ)

-12 حسب نظرية قيم المتوسطة الدالة f معرفة و مستمرة على [2 ،3]

$f(3)=\frac{-7}{8}$ ، $f(2)=\frac{1}{3}$

1نقطة و منه $f(3)< 0 <f(2)$

إذن يوجد α حلا وحيدا من]2 ،3[حيث $f(\alpha)= 0$

0,5نقطة و هذا يعني أن (Cf) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2<\alpha<3$