ثانوية: مكاوي باحة – براقي - المستوى: الثالثة ثانوي الخميس 24 نوفمبر 2011 م
الشعبة: تسيير و اقتصاد المدة: ساعتان

اختبار الثلاثي الأوّل في مادة ☙ الرياضيات ❧

التمرين الأول:

نعتبر المتتالية العددية (U_n) حيث $n \in N$ المعرّفة بحدّها الأوّل $U_0 = 3$ وَ من أجل كل عدد طبيعي n.

$$\mathbf{U_{n+1} = \frac{2}{3} U_n - 1}$$

1) أحسب U_1 ، U_2.

2) لتكن (V_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $\mathbf{V_{n+1} = U_{n+1} - U_n}$

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإنّ: $\mathbf{V_{n+1} = \frac{}{3}\ n}$ ثم استنتج طبيعة المتتالية (V_n) وَ عيّن حدّها الأوّل V_1

ب) أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n.

ج) أحسب المجموع: $S_n = V_1 + V_2 + \ldots + V_n$ بدلالة n.

د) عبّر عن U_n بدلالة S_n ثم استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n = 6\left(\frac{2}{3}\right)^n - 3$

هـ) عيّن اتجاه تغير المتتالية (U_n).

و) أحسب: $\lim_{x\to+\infty} U_n$. ماذا تستنتج ؟

التمرين الثاني:

I) أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to-2} \frac{3x+6}{x^2+x-2}$; $\lim_{x\to2} \frac{5-2x^2}{x^2-4}$; $\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{x^2+1}{(2x+1)}$

التمرين الثالث:

يعطي الجدول التالي نسبة النجاح في امتحان شهادة البكالوريا في ثانوية من ثانويات الوطن.

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6
نسبة النجاح y_i	25 %	27 %	30 %	31 %	37 %	51 %

1) مثّل سحابة النقط $M_i\ (x_i\ ;\ y_i)$ في معلم متعامد متناسب.

2) أحسب إحداثيي النقطة المتوسطة G للسحابة ثم عيّنها.

3) أكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا.

4) هل يمكنك توقع نسبة النجاح في هذه الثانوية سنة 2010 ؟

تصحيح إختبار الثلاثي الأوّل لمادة الرياضيات

التمرين الأوّل: (06 نقاط)

$$U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n - 1 \qquad U_0 = 3$$

1) $U_1 = 1$ 0,5 $\qquad U_2 = -\frac{1}{3}$ 0,5

2) $V_{n+1} = U_{n+1} - U_n$

أ / $V_{n+1} = U_{n+1} - U_n$

$$= \frac{2}{3}U_n - 1 - \frac{2}{3}U_{n-1} + 1$$

01

$$= \frac{2}{3}(U_n - U_{n-1}) = \frac{2}{3}V_n$$

إذن (V_n) متتالية هندسية آساسها $\frac{2}{3}$ وَ حدّها الأوّل V_1 ، $V_1 = -2$

ب / كتابة V_n بدلالة n

$$V_n = -2\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$ 0,5

جـ / $S_n = V_1 + \ldots + V_n$

$$S_n = V_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

0,75

$$= 6\left(\frac{2}{3}\right)^n - 6$$

د / التعبير عن U_n بدلالة S_n:

$$S_n = V_1 + \ldots + V_n$$

$$S_n = U_1 - U_0 + U_2 - U_1 + \ldots + U_n - U_{n-1}$$ 0,75

$$S_n = -U_0 + U_n$$

إذن: $U_n = S_n + U_0$

$$U_n = 6\left(\frac{2}{3}\right)^n - 6 + 3 = 6\left(\frac{2}{3}\right)^n - 3$$ 0,5

هـ / تعيين إتجاه تغير (U_n)

$$U_{n+1} - U_n = -2\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$U_{n+1} - U_n < 0$ إذن (U_n) متناقصة 0,5

و / $\lim U_n = -3$ 0,5 أي (U_n) متقاربة 0,5

التمرين الثاني: (06 نقاط)

$\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{x^2+1}{(2x+1)} = \frac{5}{8}$ 1,5

$\lim_{x<\to 2} \frac{5-2x^2}{x^2-4} = +\infty$ 1,5

$\lim_{x>\to 2} \frac{5-2x^2}{x^2-4} = -\infty$ 1,5

$\lim_{x\to -2} \frac{3x+6}{x^2+x-2} = \lim_{x\to -2} \frac{3(x+2)}{(x-1)(x+2)} = 1$ 1,5

التمرين الثالث: (07 نقاط)

التمثيل 0,25 x 6

G (3,5 ; 33,5) 02

$y = 4,59x + 18,95$ 0,5 $a = 4,59$ 01 $b = 18,95$ 01

من أجل $x = 9$ رتبة السنة 2010

نجد $y = 60$ وَ عليه النتيجة المتوقعة هي 60 % 01