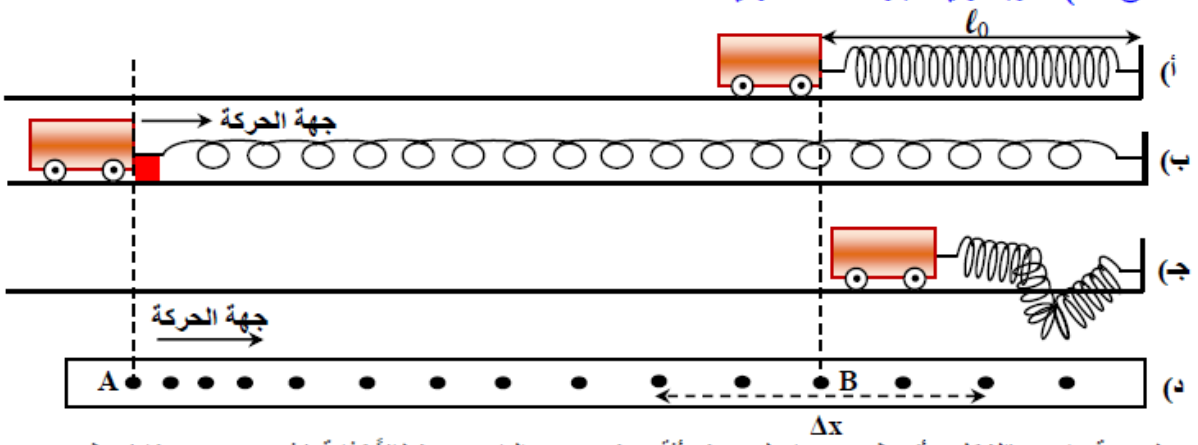
2 العمل و الطاقة الحركية :

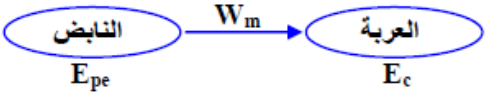
② ـ 1) مقاربة أولية لعبارة الطاقة الحركية :



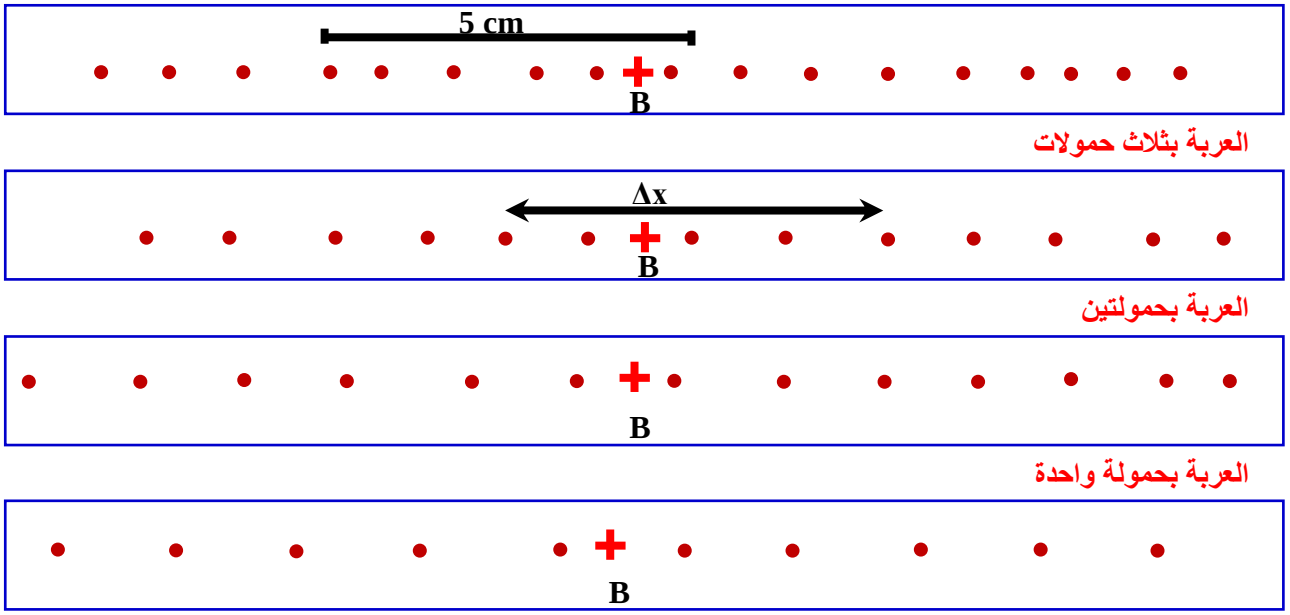
نربط عربة بنابض (الشكل ـ أ) ، ثم نسحبها على مستو أفقي حتى يصبح النابض مستطالاً كفاية (في حدود مرونته) ، ثم نضع أمامها حاجزًا أو نمسكها باليد (الشكل ـ ب) . نحرر العربة في لحظة معينة مع أخذ صور متعاقبة خلال حركتها .
يمثل (الشكل ـ د) نموذج لتسجيل حركة العربة حيث المجال الزمني الفاصل بين تسجيلي نقطتين متتاليتين هو ($\tau = 0{,}01$ s) .
نُعلّم على الشريط النقطتين A و B الموافقتين لموضع انطلاق العربة و موضع العربة حيث يكون النابض في طوله الأصلي l_0 (وضع الراحة : الشكل أ)

ـ في الموضع A : هل تكسب العربة طاقة ؟ هل يُخزّن النابض طاقة ؟ ..... (العربة لا ، لكن النابض يُخزّن ط . ك . مرونية E_{pp}) .

ـ في الموضع B : هل تكسب العربة طاقة ؟ إذا كان الجواب بنعم ، من أين اكتسبتها ؟ ..... (نعم ، طاقة حركية E_c اكتسبتها من النابض بسبيل ميكانيكي W_m) .



نكرر نفس التجربة بتحميل العربة بحمولة واحدة ، ثم بحمولتين اثنتين ، ثم بثلاث حمولات و يُسحَب النابض إلى نفس الاستطالة في كل مرة . الشكل المرفق الموالي يبين التسجيلات المتحصل عليها :



● أشرطة التسجيل بجوار النقطة B

نقيس على أشرطة التسجيلات المعطاة في الشكل أعلاه قيم المسافات Δx المقاسة باختيار أربعة مجالات بجوار النقطة **B** .

ـ أحسب سرعة العربة في الموضع **B** في مختلف الحالات وأكمل الجدول التالي :

كتلة العربة M (kg)		Δx (m)	سرعة العربة v (m/s)	$M^2 v$	M v	$M v^2$
عربة بدون حمولة	0,276	0,066	$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{4\tau} = 1,65$	0,125	0,455	0,75
عربة بحمولة واحدة	0,376	0,055	1,41	0,199	0,530	0,75
عربة بحمولتين	0,476	0,050	1,25	0,283	0,595	0,75
عربة بثلاث حمولات	0,576	0,039	0,98	0,590	0,760	0,75

لدينا في الجدول أعلاه :

$\tau = 0,01\ s \Leftarrow 4\tau = 0,04\ s$ ؛ $m = 0,276\ kg$: كتلة العربة بدون حمولة ؛ $m' = 0,100\ kg$: كتلة الحمولة

بالتالي كتلة الجملة (العربة محمّلة) : $M = m + m'$.

ـ في الموضع **A** :

● ما هو شكل طاقة الجملة المكونة من العربة و النابض ؟ .....(النابض متوتر و العربة ساكنة ⇐ طاقة الجملة **كامنة مرونية** E_{pe}) .

● هل طاقة الجملة متساوية في الحالات الأربع ؟ علل . .....(نعم ، لأنها تتعلق بمقدار تشوه النابض (استطالته) و هي نفس الاستطالة في جميع الحالات) .

ـ في الموضع **B** :

● ما هو شكل طاقة الجملة ؟ علل . .....(**طاقة حركية** E_c لأن النابض غير متوتر في الموضع **B** ، ويحوِّل كل الـ **ط . ك المرونية** E_{pe} إلى **طاقة حركية عظمى** E_c للعربة) .

● هل طاقة الجملة متساوية في الحالات الأربع ؟ علل . .....(نعم ، لأن الـ **ط. ك. المرونية** للنابض هي نفسها وتتحول كلية إلى **ط.حركية** للعربة و بنفس المقدار في الحالات الأربع) .

● ما هو نمط التحويل الطاقوي الذي حدث بين النابض و العربة ؟ ..... (W_m نمط تحويل ميكانيكي) .

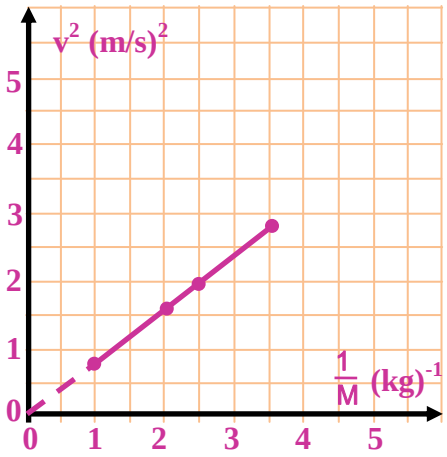
● هل قيمة هذا التحويل هي نفسها في كل تجربة ؟ علل . .....(نعم ، لأن هذا النوع من التحويل يتعلق بعمل قوة توتر النابض و هذا الأخير هو نفسه في جميع التجارب) .

● كيف تتغير سرعة العربة في الموضع **B** عندما تزداد كتلة الجملة $M = m + m'$ ؟ .....(بما أن : **ثابت** $= E_c$ كما أسلفنا فإن سرعة الجملة **v** تتناسب عكسًا مع كتلتها $M = m + m'$) .

● ماهي العبارة من العبارات الثلاث المقترحة (Mv^2 , Mv , M^2v) التي تناسب التحويل الذي حدث في الجملة في مختلف الحالات ؟ .....(العبارة : $Mv^2 = C^{te} = 0,75\ J$ .....(لاحظ جدول القياسات)) .

● تحقق من نتيجة السؤال السابق برسم بيان تغيرات مربع السرعة v^2 بدلالة تغيرات مقلوب الكتلة ($\frac{1}{M}$) .

..... (البيان : $v^2 = f\left(\frac{1}{M}\right) \Leftarrow v^2 = C^{te} \cdot \frac{1}{M}$ حيث : $Mv^2 = C^{te} = 0,75\ J \Leftarrow C^{te} = 0,75\ J$ ، أنظر البيان المرفق أدناه) .



● **نتيجة** : استنتج بإكمال الفراغات :

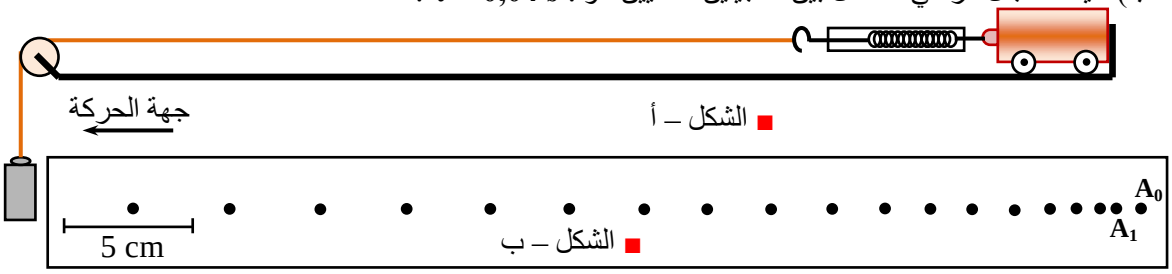
تتعلق الطاقة الحركية لجسم متحرك بـ **سرعته** و **كتلته** ، وتتناسب طردًا مع المقدار Mv^2 ، وتكون عبارتها من الشكل : $E_c = K_c\ Mv^2$ حيث : K_c قيمة ثابتة تمثل معامل التناسب .

● **تحديد الثابت K_c :**

لتحديد الثابت K_c نقوم بالتجربة التالية :

يجر جسم عربة كتلتها $M = 0,60\ kg$ بواسطة خيط عديم الإمتطاط مرتبط بربيعة تطبق هذه الأخيرة قوة ثابتة على العربة (قوة ثقل الجسم المعلق) ، فتنسحب العربة على مستو أفقي (لاحظ الشكل ـ أ) .

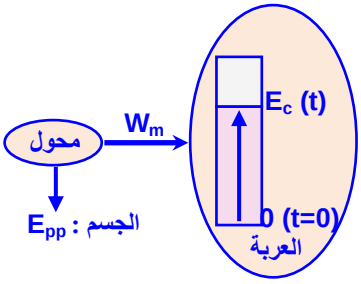
ندرس حركة العربة باستعمال التصوير المتعاقب ، فنحصل على التسجيل الممثل في (الشكل ـ ب) حيث المجال الزمني الفاصل بين تسجيلين متتاليين هو : $\tau = 0,04\ s$.



الجزء أ :

● 1°ـ مثل الحصيلة الطاقوية للعربة بين الانطلاق و لحظة كيفية . ..... (لاحظ الشكل) .

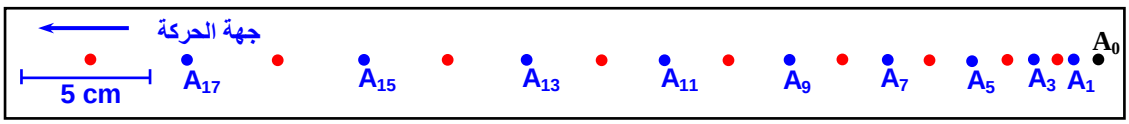
● 2°ـ بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة تحقق أن معادلة إنحفاظ الطاقة تكتب بالشكل : $W = E_c$ حيث W يمثل عمل القوة خلال انتقالها و E_c الطاقة الحركية للعربة ($E_c = K_c\ Mv^2$) .



..... (اعتمادا على نموذج الحصيلة الطاقوية جانبه و بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة نكتب معادلة انحفاظ الطاقة كالتالي : $W = E_c = K_c\ Mv^2 \Rightarrow E_0 = E$) .

الجزء ب :

● 1°ـ رقم مواضع العربة على شريط التسجيل (A_0 , A_1 , A_2 , ...) .



● 2°ـ أحسب سرعة العربة في المواضع A_2 ، A_4 ، A_6 ، ...

..... (لدينا بالتعريف في الموضع A_2 مثلاً : $v_2 = \frac{A_1A_3}{2\Delta t} = \frac{1,6}{0,08} = \frac{d}{2\tau} = 20\ cm/s \Rightarrow v_2 = 0,2\ m/s$

بنفس الطريقة تُحسب بقية السرعات فنجد : $v_4 = 0,3\ m/s$, $v_6 = 0,4\ m/s$, $v_8 = 0,5\ m/s$, $v_{10} = 0,6\ m/s$) .

● 3°ـ تحقق من أن القوة المطبقة على العربة ثابتة بحساب شعاع تغير السرعة $\overrightarrow{\Delta v}$.

..... (نعلم أن خصائص $\vec{F}$ من خصائص $\overrightarrow{\Delta v}$ بالتالي : $\overrightarrow{\Delta v_3} = \vec{v}_4 - \vec{v}_2 = 0,1\ \vec{\imath}$ حيث $\vec{\imath}$ شعاع الواحدة على المحور

بنفس الطريقة نجد : $\overrightarrow{\Delta v_3} = \overrightarrow{\Delta v_5} = \overrightarrow{\Delta v_7} = \overrightarrow{\Delta v_9} = 0,1\ \vec{\imath}$ و منه : **القوة المطبقة ثابتة** لأن **شعاع تغير السرعة ثابت**) .

● 4°ـ أحسب المسافات d_i الموافقة لانتقالات العربة من نقطة الانطلاق A_0 إلى الموضع المعتبر A_i .

..... (بالتعريف : $d_i = A_0A_i \Leftarrow d_2 = A_0A_2$ ، $d_4 = A_0A_4$ ، $d_6 = A_0A_6$ ، $d_8 = A_0A_8$ ، $d_{10} = A_0A_{10}$ ...

(أنظر الجدول المرفق لاحقًا)) .

● 5°ـ أحسب عمل القوة الموافق لهذه الانتقالات ، علمًا أن الربيعة تشير إلى القيمة $0,67N$ خلال حركة العربة .

..... (القوة ثابتة $\Leftarrow W_i = F.d_i.\cos\alpha_i$ ، $\cos\alpha_i = 1$ لأن : $\alpha_i = 0 \Leftarrow \boxed{W_i = F.d_i = 0,67\ d_i\ (u.I)}$ لأن : $F = 0,67N$

... (أنظر الجدول)) .

● 6°ـ أحسب المقدار Mv^2 الموافق لكل موضع . ..... (لدينا : $M = 0.6\ kg$ (كتلة العربة) $\Leftarrow \boxed{Mv^2 = 0,6\ v^2\ (u.I)}$

(أنظر الجدول)) .

● 7°- دون نتائجك في الجدول التالي :

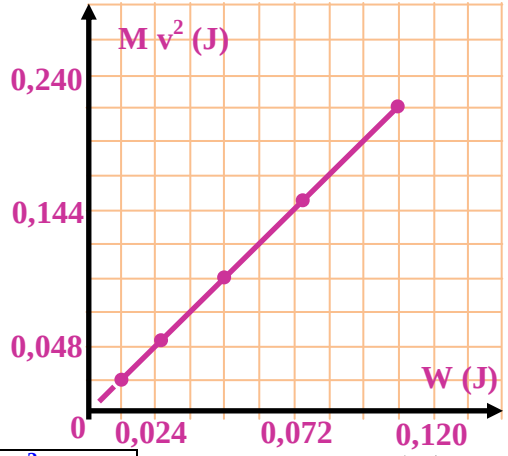
الموضع	v(m/s)	d(m)	Mv^2(J)	W=Fd(J)
2				
4				
6				
8				
10				

الموضع	v(m/s)	d(m)	Mv^2(J)	W=Fd(J)
2	0,2	0,018	0,024	0,0120
4	0,2	0,038	0,054	0,0254
6	0,2	0,070	0,096	0,0470
8	0,2	0,110	0,150	0,0737
10	0,2	0,153	0,216	0,1025

الجزء جـ :

● 1°- أرسم المنحنى الممثل لتغيرات المقدار Mv^2 بدلالة العمل W .
ماذا تلاحظ ؟

البيان : $Mv^2 = f(W)$ ⇔ علاقة خطية (تناسب طردي) .

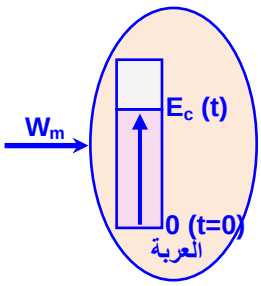


● 2°- أحسب ميل المنحنى . ..... (بيانيا : $Mv^2 = 2\,W$) ⇒ $(tg\alpha = \Delta(Mv^2) / \Delta(W) = 0{,}096/0.048 = 2)$.

● 3°- استنتج قيمة الثابت K_c بالاعتماد على نتائج الجزء أ . ..... (لدينا مما سبق :

ـ الجزء أ ⇔ $W = E_c = K_c\,Mv^2$.

ـ الجزء جـ ⇔ $W = \frac{1}{2}Mv^2$ ومنه : $K_c = \frac{1}{2}$ أي أن : $E_c = \frac{1}{2}Mv^2$) .



الجزء د :

● 1°- مثل الحصيلة الطاقوية للعربة بين لحظتين كيفيتين ..... (الحصيلة الطاقوية للعربة) .

● 2°- بالاعتماد على معادلة انحفاظ الطاقة ، جد العلاقة التي تربط تغير الطاقة الحركية و عمل القوى المؤثرة على العربة بين الموضعين الموافقين للحظتين المعتبرتين (تهمل قوى الاحتكاك) ..... (بناءً على حوصلة الطاقة للعربة بين اللحظتين $(t = 0)$ و (t) و حسب مبدأ انحفاظ الطاقة

نكتب معادلة الانحفاظ كالتالي : $(E(t = 0) = E(t) \Rightarrow W + 0 = E_c \Rightarrow W = E_c)$.

● تعميم (مبرهنة الطاقة الحركية) : إذا كانت في البداية للجملة (العربة) طاقة حركية E_{c1} عند اللحظة الابتدائية $(t = t_1)$ و حدث تغير في طاقتها الحركية بسبيل ميكانيكي W (عمل قوى داخلية و خارجية)لتصبح في النهاية E_{c2} عند اللحظة $(t = t_2)$ فإن معادلة انحفاظ الطاقة لهذه الجملة بناءً على مبدأ الانحفاظ و الحصيلة الطاقوية للجملة تُكتب عمومًا بالشكل التالي :

$$E_1(t_1) = E_2(t_2) \Leftrightarrow E_{c1} + W = E_{c2} \Leftrightarrow E_{c2} - E_{c1} = W \Leftrightarrow \boxed{\Delta E_c = W}$$

" في معلم معين ، التغير الحادث في الطاقة الحركية لجملة بين لحظتين كيفيتين يساوي المجموع الجبري لكل أعمال القوى الداخلية و الخارجية المؤثرة على الجملة بين هاتين اللحظتين"

● **نتيجة** : استنتج بإكمال الفراغات :

ـ عندما ينسحب جسم ذو كتلة M بسرعة v ، تكون طاقته الحركية : $E_c = \frac{1}{2}Mv^2$.
ـ تغير **الطاقة الحركية** للعربة بين موضعين يساوي **عمل القوى** المؤثرة على هذه العربة بين هذين الموضعين .

● **تطبيق : ..... (التمرين المحلول ص : 44 & 45 من كتاب التلميذ) .**

يسحب جرار قاطرة بسرعة ثابتة $v = 9{,}0$ m/s مدة **ساعة و نصف** ، بواسطة حبل حيث يطبق هذا الأخير قوة $\vec{F}$ على القاطرة شدتها 15×10^3 N ، ويصنع زاوية $20°$ مع مسار القاطرة ... أنظر الشكل المرفق .

1°- أحسب الطاقة الحركية للقاطرة إذا كانت كتلتها تساوي 8×10^4 kg .

2°- أحسب عمل القوة المطبقة من طرف الحبل على القاطرة .

3°- مثل الحصيلة الطاقوية للقاطرة .

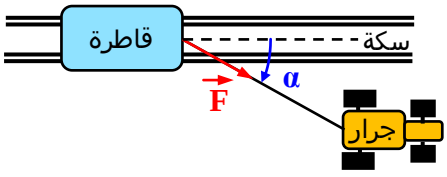
4°- استنتج عمل قوى الاحتكاك و شدتها باعتبارها تكافئ قوة وحيدة ثابتة الشدة و معاكسة لجهة الحركة .

5°- أحسب استطاعة القوة $\vec{F}$.

6°- ينقطع الحبل فجأة . اشرح ماذا سيحدث للقاطرة ؟

7°- ماذا تصبح في هذه المرحلة الحصيلة الطاقوية للقاطرة ؟

8°- استنتج المسافة التي تقطعها القاطرة .



الحل :

1°- حساب الطاقة الحركية للقاطرة : بما أن سرعة القاطرة ثابتة فإن طاقتها الحركية الانسحابية كل لحظة تُعادل القيمة :

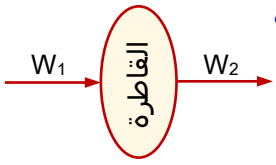
$$E_c = \frac{1}{2} Mv^2 \Leftrightarrow Ec = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^4 \times (9{,}0)^2 = 3{,}24 \times 10^6 \text{ J} .$$

2°- حساب عمل القوة المطبقة على القاطرة : بالتعريف : $W_1(\vec{F}) = F.d.\cos\alpha$

بما أن القاطرة تتحرك بسرعة ثابتة فإن حركتها مستقيمة منتظمة ومنه : $d = v.\Delta t$ بالتالي : $W_1(\vec{F}) = F.v\Delta t.\cos\alpha$.

ت.ع : $\Delta t = 1{,}5 \times 60 \times 60 = 5400 \text{ s} \Leftarrow W_1 = 15 \times 10^3 \times 9{,}0 \times 5400 \times \cos 20° = 6{,}85 \times 10^8 \text{ J}$.

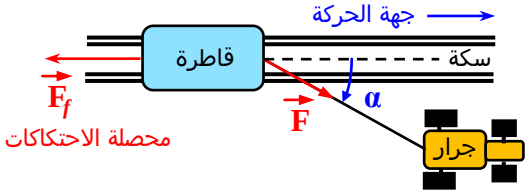
3°- الحصيلة الطاقوية : بما أن سرعة القاطرة ثابتة و لا يحدث أي تغيير في طاقتها الحركية بالتالي لا نمثل أعمدة داخل الفقاعة ، ويكون تمثيل الحصيلة الطاقوية كما في الشكل المقابل ، فالجملة (القاطرة) تستقبل طاقة بسبيل ميكانيكي محسوبة بقيمة عمل قوة جر الجرار لها W_1 وهو عمل محرك $(W_1>0)$ وتفقد هذه الطاقة المستقبلة بسبيل ميكانيكي أيضًا بسبب عمل قوى الاحتكاك W_2 وهو عمل مقاوم $(W_2<0)$.



4°- استنتاج عمل قوى الاحتكاك : حسب مبدأ انحفاظ الطاقة واعتمادًا على الحصيلة الطاقوية للقاطرة فإن معادلة الانحفاظ تكتب بالشكل : $E_{c1} + W_1 - W_2 = E_{c2}$ ، و بما أن سرعة القاطرة ثابتة فإن : $E_1 = E_2 \Rightarrow E_{c1} = E_{c2}$ ،

نستنتج أن : $W_1 - W_2 = 0$ أي أن : $W_1 = W_2 \Leftarrow 6{,}85 \times 10^8 \text{ J} = -$ W_2 (عمل مقاوم : $W_2<0$) .

شدة القوة المحصلة للاحتكاكات باعتبار هذه الأخيرة تكافئ قوة وحيدة $\vec{F}_f$ ثابتة الشدة و معاكسة لجهة حركة القاطرة هي :ـ بالاعتماد على مبدأ العطالة و حيث أن سرعة القاطرة ثابتة فإن :



(لاحظ الشكل جانبه)

$$F_f = F\cos\alpha = 15 \times 10^3 \times \cos 20° = 15000 \times 0{,}94 = 14{,}1 \times 10^3 \text{ N} .$$

أو بطريقة أخرى :ـ لدينا مما سبق : $W_1 = W_2$ حيث : $W_2 = -F_f . d = -F_f . v.\Delta t$

لأن : قوة الاحتكاك ثابتة و محمولة على المسار المستقيم لانتقال القاطرة بالجهة المعاكسة بالتالي :

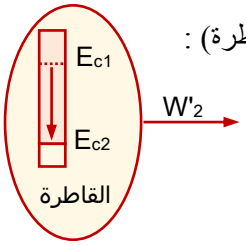
$$F_f = W_2 / (-v.\Delta t) = -6{,}85 \times 10^8 / (-9{,}0 \times 5400) = 14{,}1 \times 10^3 \text{ N}$$

5°- استطاعة القوة $\vec{F}$: بالتعريف لدينا : $P = E / \Delta t$ حيث : E تُمثل عمومًا الطاقة المحولة ، وفي حالة التحويل الطاقوي بسبيل ميكانيكي كما هو الحال بالنسبة لتجربتنا هذه فإن الطاقة المحولة تعادل عدديًا عمل القوة المطبقة أي : $E = W$ ومنه :

$$P = 125 \text{ kW} \Leftarrow P = 6{,}85 \times 10^8 / 5400 = 125 \times 10^3 \text{ Watt} \Leftarrow P = W / \Delta t .$$

6°- حالة انقطاع الحبل : عند انقطاع الحبل تخضع القاطرة لقوة الاحتكاك $\vec{F}_f$ فقط و بالإعتماد على مبدأ العطالة تكون حركتها اللاحقة مستقيمة متباطئة لتتوقف بعد قطعها لمسافة محددة d' .

7°- الحصيلة الطاقوية في المرحلة الأخيرة (منذ لحظة انقطاع الحبل حتى لحظة التوقف النهائي للقاطرة) : في هذه المرحلة تفقد الجملة طاقتها المكتسبة لحظة انقطاع الحبل بنمط تحويل ميكانيكي ناتج عن عمل قوى الاحتكاك فقط التي تبقى ثابتة طيلة الحركة ، وتكتب معادلة الانحفاظ بالشكل :



$E_{c1} - W'_2 = E_{c2}$ حيث : W'_2 هو عمل محصلة قوى الاحتكاك $\vec{F}_f$ خلال مرحلة التوقف (قطع القاطرة للمسافة : d') .

8°- استنتاج المسافة d' : بما أن القاطرة تتوقف نهائيًا في نهاية المرحلة الأخيرة بعد قطعها فرضًا للمسافة d' منذ لحظة انقطاع الحبل فإن طاقتها الحركية النهائية معدومة : $E_{c2} = 0$ وتصبح معادلة الانحفاظ الطاقوي السابقة :

$$d' = W'_2 / F_f = E_{c1} / F_f \Leftarrow E_{c1} = W'_2 = F_f.d' \Leftarrow E_{c1} - W'_2 = 0$$

ت.ع : $d' = 230 \text{ m} \Leftarrow d' = 3{,}24 \times 10^6 / 14{,}1 \times 10^3 = 230 \text{ m}$.