2°- 2 / ب) الطاقة الكامنة المرونية (نشاط - 2) :

لحساب الطاقة المخزنة في نابض الفتل المستعمل في النشاط – 1 ، نقبل أن الطاقة المخزنة في نابض الفتل (1) تساوي في كل وضعية الطاقة المخزنة في النابض (2) . (يمكنك الوصول إلى هذه النتيجة بتوظيف مبدأ انحفاظ الطاقة و مبدأ الفعلين المتبادلين و ذلك بدراسة الجملتين النابض (1) و النابض (2) .

باستعمال نتائج النشاط 1 املأ الجدول التالي :

استطالة النابض (2) x (cm)	زاوية دوران نابض الفتل θ (rd)	الطاقة المخزنة في النابض (1) ½ Kx^2 (J)	θ^2 (rd^2)

1 - ارسم منحنى تغيرات الطاقة المخزنة في النابض (1) بدلالة مربع الزاوية (θ^2) .

2 - احسب ميل المنحنى و استنتج أن عبارة الطاقة الكامنة المرونية لنابض الفتل تكتب على الشكل : $E_{pe} = C_e.\theta^2$

● **الجواب :**

ملء الجدول حيث ثابت مرونة النابض (2) هو $K = 40$ N/m :

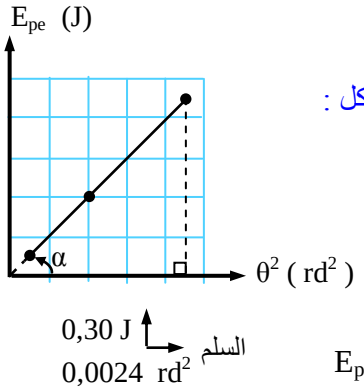
استطالة النابض (2) x (cm)	زاوية دوران نابض الفتل θ (rd)	الطاقة المخزنة في النابض (1) ½ Kx^2 (J)	θ^2 (rd^2)
9,0	0,0349	0,162	0,0012
17,5	0,0697	0,612	0,0048
26,0	0,1047	1,352	0,0110

1 - رسم المنحنى $E_{pe} = f(\theta^2)$: ... (لاحظ البيان المرفق)

2 - حساب الميل :

البيان $E_{pe} = f(\theta^2)$ عبارة عن خط مستقيم مائل امتداده يمر من المبدأ ، معادلته من الشكل : $E_{pe} = C_e.\theta^2$ حيث C_e معامل التوجيه (الميل) .

ميل المنحنى هو : $C_e = tg\,\alpha = \frac{\Delta E_{pe}}{\Delta\theta^2} = \frac{(4{,}5\times0{,}30)}{(4{,}5\times0{,}0024)} = 125\ J/rd^2$



2°- 2 / جـ) تعيين الثابت C_e :

قارن قيمة C_e مع قيمة ثابت فتل النابض الحلزوني C . ماذا تلاحظ ؟

... (مما سبق يتبين أن : $C_e = \frac{1}{2}C$) .

استنتج أن عبارة الطاقة الكامنة المرونية لنابض الفتل تكتب على الشكل : $E_{pe} = \ldots C.\theta^2$

... (لدينا : $E_{pe} = C_e.\theta^2$ ، $C_e = \frac{1}{2}C$ $\Leftarrow$ $E_{pe} = \frac{1}{2}C.\theta^2$)

● **نتيجة :** استنتج بإكمال الفراغات :

عندما نفتل بزاوية θ سلك فتل أو نابض حلزوني (نابض فتل) ثابت فتله C، فإنه يخزن طاقة كامنة مرونية عبارتها :

$$E_{pe} = \frac{1}{2}C\theta^2$$

● **تطبيق : (التمرين المحلول ص : 84 من كتاب التلميذ) .**

نربط كرية صغيرة كتلتها : M = 60g بطرف خيط طوله : L = 60 cm ، و نعلق الطرف الثاني للخيط في حامل ، نزيح الكرية عن وضع توازنها بزاوية قدرها : $\alpha_0 = 30°$ ثم نتركها لحالها . باختيار وضع التوازن كمرجع للتراتيب :

1°) جد عبارة الطاقة الكامنة الثقالية للكرية بدلالة الزاوية α .

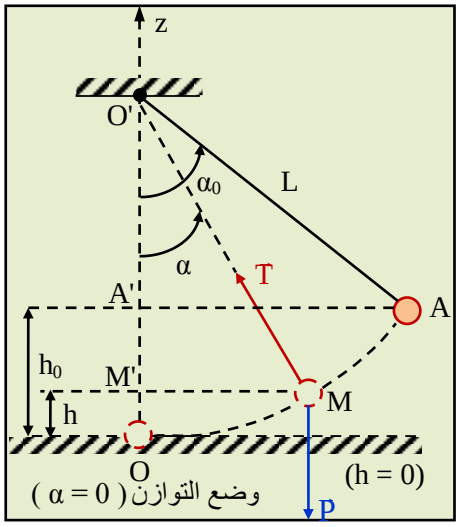
2°) بيّن أن مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة للكرية ثابت خلال الحركة .

3°) أحسب سرعة الكرية عند مرورها من وضع التوازن .

4°) ماهي قيمة الزاوية α التي من أجلها تبلغ سرعة الكرية نصف قيمتها الأعظمية ؟

5°) إذا وضع مسمار في النقطة S منتصف القطعة [OO'] و أزيحت الكرية بنفس الزاوية $\alpha_0 = 30°$. ماهي أقصى زاوية β يصنعها الخيط مع الشاقول من الجهة المقابلة ؟

● **الجواب :**



1°) عبارة الطاقة الكامنة الثقالية للكرية :

نعتبر الحالة الكيفية التي يصنع فيها الخيط زاوية α مع المحور الشاقولي Oz (وضع التوازن : $\alpha = 0$) ، و باعتبار المستوى الأفقي المار بمركز الكرية عند التوازن **كمستوى مرجعي ابتدائي لقياس الطاقة الكامنة الثقالية**

$(h = 0 \Rightarrow E_{pp} = 0)$ فإن : $\boxed{E_{pp} = Mg.h = Mg.L(1 - \cos\alpha)}$

حيث : $h = L - L\cos\alpha = L(1 - \cos\alpha)$ ..... (لاحظ الشكل جانبه) .

2°) إثبات أن مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة ثابت خلال الحركة:

نعلم أن : ـ مبدأ انحفاظ الطاقة $\Delta E_c = - \Delta E_{pp} \Leftrightarrow$ بين الموضعين الابتدائي **A** و الكيفي **M** و هذا بإهمال كل التحولات الطاقوية غير المفيدة بسبب الاحتكاكات . بالتالي : $E_c(M) - E_c(A) = - E_{pp}(M) + E_{pp}(A)$ أي أن :

$E_c(M) + E_{pp}(M) = E_c(A) + E_{pp}(A)$

ومنه : **مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة في الموضع A يُساوي مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة في الموضع M .**

● ملاحظة : ❶ **بالتعريف نُسمي مجموع الطاقتين الحركية و الكامنة في موضع كيفي للجملة الميكانيكية بـ "الطاقة الميكانيكية" ويُرمز لها بالرمز :** E_m أي أن : $\boxed{E_m = E_c + E_{pp}}$.

❷ **في حالة الجملة التي لا تستقبل و لا تفقد الطاقة (أو ما يُعرف بـ : الجملة المعزولة) فإن الطاقة الميكانيكية الكلية للجملة تبقى محفوظة أي :** $\boxed{E_m = E_c + E_{pp} = C^{te}}$ أو : $\boxed{\Delta E_c = - \Delta E_{pp}}$ أو : $\boxed{\Delta E_m = 0}$.

3°) سرعة الكرية لحظة مرورها من وضع التوازن:

ـ في الموضع A : $E_c(A) = 0 \; ; \; E_{pp}(A) = Mg.h_0 = Mg.L(1 - \cos\alpha)$

ـ في الموضع M : $E_c(M) = 1/2\, Mv^2 \; ; \; E_{pp}(M) = Mg.h_0 = Mg.L(1 - \cos\alpha_0)$

$\Delta E_c = E_c(M) - E_c(A) = 1/2\, Mv^2 - 0 = 1/2\, Mv^2$ ..... (1)

$\Delta E_{pp} = E_{pp}(M) - E_{pp}(A) = Mg\,(h - h_0) = Mg.L(\cos\alpha_0 - \cos\alpha)$ ..... (2)

من (1) و (2) وبالرجوع إلى العلاقة $\Delta E_c = - \Delta E_{pp}$ نجد : $1/2\, Mv^2 = Mg.L(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$ بالتالي :

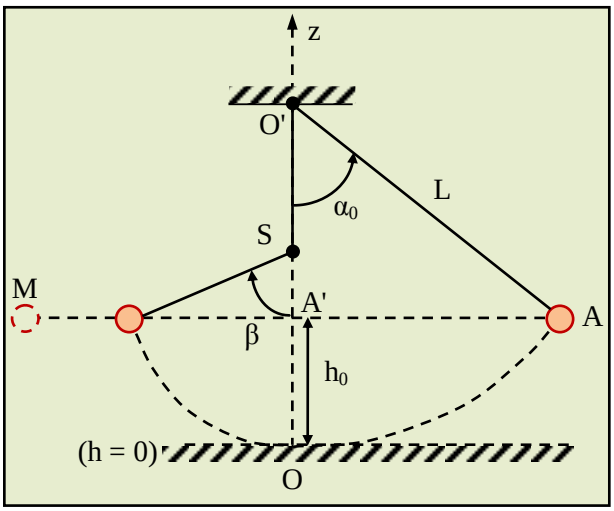
$v^2 = 2g.L(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \Leftarrow v = \sqrt{2\,gL\,(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$ وهي سرعة الكرية في موضع كيفي خلال الحركة .

عند المرور بوضع التوازن ($\alpha = 0$) فإن : $\cos\alpha = 1$ وبالرجوع إلى عبارة السرعة السابقة تكون :

$v_0 = \sqrt{2\,gL(1 - \cos\alpha_0)}$ ت . ع : $v_0 = 1{,}25$ m/s وهي أعظم سرعة تكتسبها الكرية خلال الحركة .

4°) حساب الزاوية α عندما تبلغ سرعة الكرية نصف قيمتها العظمى:

لأجل سرعة تكتسبها الكرية أثناء الحركة قدرها : $v = ½\, v_0$ في موضع كيفي **M** بعد إزاحتها في البداية إلى الموضع **A** بزاوية : $\alpha_0 = 30°$ فإن معادلة انحفاظ الطاقة بين الموضعين **A** و **M** هي :



$E_m(A) = E_m(M) \Leftrightarrow E_0(A) = E(M)$

$\therefore E_c(A) + E_{pp}(A) = E_c(M) + E_{pp}(M)$ و منه :

$½\, Mv^2 + Mg.L(1 - \cos\alpha) = Mg.L(1 - \cos\alpha_0)$

لكن : $v = ½\, v_0 \Leftarrow v^2 = ¼\, v_0^2$ بالتعويض في المعادلة السابقة نجد :

$⅛\, Mv_0^2 + Mg.L(1 - \cos\alpha) = Mg.L(1 - \cos\alpha_0)$

ولدينا : $v_0^2 = 2g.L(1 - \cos\alpha_0)$ بالتالي :

$¼\, MgL(1 - \cos\alpha_0) + MgL(1 - \cos\alpha) = MgL(1 - \cos\alpha_0)$

$\therefore \cos\alpha = ¼ + ¾\, \cos\alpha_0 \Leftarrow \cos\alpha = 0{,}90 \Leftarrow \alpha \simeq 26°$

5°) حساب الزاوية β :

كماهو موضح بالشكل المقابل فإن الكرية تنطلق من السكون عند الموضع **A** لتستقر في الجانب الآخر من الشاقول لحظة انعدام سرعتها بحيث يصنع جزء الخيط الزاوية β مع جزء الخيط الشاقولي **O'S** وحسب معادلة الانحفاظ الطاقوي فإن : $E_{p0} = E_{pp} \Leftrightarrow h_0 = h$ أي أن الكرية تصعد لنفس الارتفاع من الجانب الآخر ومنه : $A'S = A'O' - SO' = L\cos\alpha - L/2 = L\,(\cos\alpha - 1/2)$

$\Leftarrow \cos\beta = A'S\,/(L/2) = 2\cos\alpha - 1 = 2\times 0{,}866 - 1 = 0{,}73 \Leftarrow \beta \simeq 43°$.