

الامتحان الثاني لقسم السنة الثانية رياضيات

السنة الدراسية: 2009/2008

المدة: 03 ساعة

المادة: رياضيات

يوم: 04 مارس 2009

نص التمارين

التمرين الأول:

نعرف المتتاليتين  $(U_n)$  و  $(V_n)$  من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :

$$\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = \frac{U_n + 4V_n}{5} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n + 3V_n}{3} \end{cases}$$

• نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $W_n = U_n - V_n$

1. برهن أن المتتالية  $(W_n)$  هندسية .
2. عبر عن  $W_n$  بدلالة  $n$  ، ثم عين نهايتها .
3. عبر عن  $U_{n+1} - U_n$  و  $V_{n+1} - V_n$  بدلالة  $W_n$  .
- ثم استنتج اتجاه تغير المتتاليتين  $(U_n)$  و  $(V_n)$  .

التمرين الثاني:

• نعتبر العدد  $z = r(\cos \theta + b \sin \theta)$  حيث:  $r > 0$

1. أكتب العدد التالي على شكل  $z$  :

$$z_1 = 2 \left( -\cos \frac{\pi}{7} + b \sin \frac{\pi}{7} \right)$$

2. عين  $\theta$  من المجال  $]-\pi; \pi[$  حيث: 
$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{-1}{2} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

3. أدرس إشارة  $f(x)$  على المجال  $]-\pi; \pi[$  حيث :  $f(x) = 2 \sin x + 4$

4. عين القيس الرئيسي لـ :  $x = \frac{2010\pi}{8}$  ، ثم أحسب  $\tan x$  .

التمرين الثالث:

أرض دائرية الشكل نصف قطرها  $15m$  ، يريد مالکها بناء منزل له ذو شكل مستطيل  $(ABCD)$  بحيث يشمل أكبر مساحة

ممكنة نفرض أن رؤوس المستطيل من الدائرة (الشكل) ونضع  $AB = x$  و  $Bc = y$

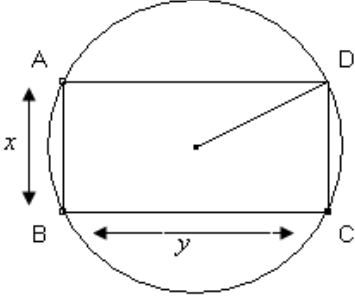
1. بين أن  $y = \sqrt{900 - x^2}$  ثم أحسب  $A(x)$  مساحة المستطيل  $(ABCD)$  بدلالة  $x$  .

2. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0;30]$  كما يلي :

$$f(x) = \sqrt{900x^2 - x^4}$$

(a) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها .

(b) استنتج قيمة  $x$  التي من أجلها تكون المساحة  $A(x)$  أكبر ما يمكن .



### التمرين الرابع:

من جذع شجرة دائري المقطع قطره  $D$  ، نريد الحصول على رافد مستطيل المقطع قاعدته  $x$  وارتفاعه  $h$  .  
 نحصل على المقاومة القصوى (العظمى) في الانحناء كلما كان المقدار  $xh^2$  كبيرا مع  $h > x$  .



(I)  $f$  هي الدالة المعرفة على المجال  $\left[0; \frac{3}{2}\right]$  :  $f(x) = -x^3 + \frac{9}{4}x$  .

$(C_f)$  المنحني الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  حيث يؤخذ  $\|\vec{i}\| = 2\|\vec{j}\| = 2cm$  .

1. أحسب  $f'(x)$  وأنجز جدول تغيرات الدالة  $f$  .

2. أكتب معادلة لـ  $t_1$  مماس المنحني  $(C_f)$  عند النقطة  $O$  ثم معادلة لـ  $t_2$  مماس المنحني  $(C_f)$  عند نقطته  $A$  ذات الفاصلة  $\frac{3}{2}$  ؛ ثم

أدرس على المجال  $\left[0; \frac{3}{2}\right]$  الوضعية النسبية للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $t_1$  وبالنسبة لـ  $t_2$  .

3. أنشئ المماسين  $t_1$  و  $t_2$  ثم المنحني  $(C_f)$  .

(II) تطبيق : نضع  $D = 1,5m$  .  $(D)$  هو قطر المقطع الدائري لجذع الشجرة

1. اشرح لماذا  $x^2 + h^2 = \frac{9}{4}$  .

2. أحسب  $xh^2$  بدلالة  $x$  .

3. استعمل الجزء (I) لإيجاد  $x$  و  $h$  بحيث تكون للرافد أقصى مقاومة للانحناء .

