| | | |
|---|---|---|
| المؤسسة:ثانوية أحمد البيروني.<br>السنة الدراسية:2011-2012 | **اختبار الفصل الثاني في الرياضيات.** | المستوي :2تقني رياضي.<br>المدة : 2 **سا**. |

**التمرين الأول:** (8ن)

$(U_n)$ متتالية عددية معرفة كما يلي: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2$

1) ا)ارسم في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y = x$ و المنحنى $(d)$ الممثل للدالة $f$ المعرفة على  ب: $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

ب)باستعمال الرسم السابق مثل على حامل محور الفواصل و بدون حساب الحدود : $u_3, u_2, u_1, u_0$

ج)ما هو اتجاه تغير $(U_n)$؟ هل $(U_n)$ متقاربة ؟

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n = u_n - 4$

ا)اثبت أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعين أساسها و حدها الأول.

ب)اكتب عبارة $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ .

ج)احسب نهاية المتتالية $(u_n)$ .ماذا تستنتج؟

د)احسب المجموع $S_n$ بدلالة $n$: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{n-1}$ ثم $\lim\limits_{x \to +\infty} S_n$ .

**التمرين الثاني:** (12ن)

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة ب : $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

1)عين $D_f$ مجموعة تعريف الدالة $f$ .

2)احسب $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ ماذا تستنتج؟

3)أوجد الأعداد الحقيقية $c, b, a$ حيث : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1} : x \in D_f$

4) ا)بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ .

ب) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$.

5) ا)بين أن : $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2} : x \in D_f$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ .

ب)احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

اقلب الصفحة.

ج) شكل جدول التغيرات.

6)بين أن النقطة $\omega(-1;-2)$ مركز تناظر ل $(C_f)$ .

7 ) ا) عين $A$ نقطة تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع حامل محور التراتيب.

ب) اكتب معادلة المماس $(T)$ عند النقطة $A$ .

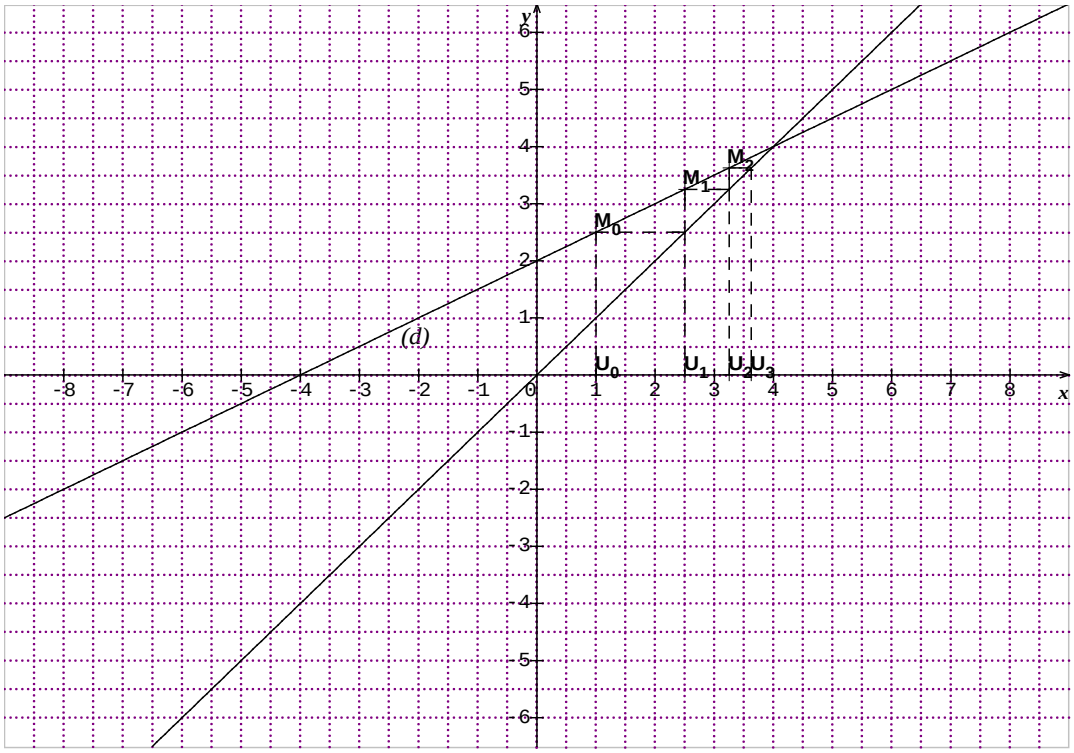
8) أنشئ $(T)$ و $(C_f)$.

9)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة $(I)$ ذات المجهول $x$ :

$$x^2 - mx - m + 3 = 0 \cdots (I)$$

بالتوفيق.

| المؤسسة.ثانوية أحمد البيروني.<br>السنة الدراسية:2011-2012 | تصحيح امتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات. | المستوى:2تقني رياضي. |
|---|---|---|

| **حل نموذجي مختصر.** | العلامة. |
|---|---|
| **التمرين الأول:** $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ حيث $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+2 : n\in\mathbb{N}$ | 8نقاط. |
| 1) ا) إنشاء $(\Delta)$ و $(d)$ | 0.5ن+0.5ن |
| ب)تمثيل بيانيا $u_0,u_1,u_2,u_3$ على حامل محور الفواصل و بدون حساب. | 0.25ن×4 |
|  | |
| ج)المتتالية $(u_n)$متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ . $(u_n)$متقاربة و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$ | 0.25ن+0.25 |
| 2) ا) $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ و حدها الأول $v_0=-3$ | 1.25ن |
| ب) $n\in\mathbb{N}: v_n=-3\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و $u_n=-3\left(\frac{1}{2}\right)^n+4$ | 0.5ن+0.5ن |
| ج) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$ لأن $-1<q<1$ نستنتج أن المتتالية $(v_n)$ متقاربة. | 0.5ن+0.5ن |
| د) $S_n=(v_0+v_1+\cdots v_{n-1})+4n$<br>$S_n=-3\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}+4n$ و منه $S_n=6\left[\left(\frac{1}{2}\right)^n-1\right]+4n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=+\infty$ | 1.5ن<br>0.5ن |
| **التمرين الثاني:** 1) $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ | 12نقاط<br>0.5ن |
| 2) $\lim\limits_{x\to-1>}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-1<}f(x)=-\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to-1}(x^2+3)=4$ و | 0.5ن |
| $\lim\limits_{x\to-1<}(x+1)=0^-;\ \lim\limits_{x\to-1>}(x+1)=0^+$ نستنتج أن $(D): x=-1$ مستقيم مقارب يوازي $(yy')$ | 0.5ن |
| 3) $f(x)=x-1+\frac{4}{x+1}: x\in D_f$ ومنه $a=1$ ، $b=-1$ و $c=4$ | 0.75ن |
| 4)ا) $(\Delta): y=x-1$ مستقيم مقارب مائل لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x-1)]=0$ | 0.5ن |
| ب) $f(x)-(x-1)=\frac{4}{x+1}$ إذن لما $x\in]-\infty;-1[$ : $(C)$ تحت $(\Delta)$. لما $(C): x\in]-1;+\infty[$ فوق $(\Delta)$ لأن $x\in]-\infty;-1[$ : $f(x)-y\le 0$ و $x\in]-1;+\infty[$ : $f(x)-y>0$ . | 0.5ن |

5)ا)الدالة $f$ تقبل الاشتقاق عند كل قيمة من مجموعة تعريفها (دالة ناطقة)ودالتها المشتقة: — 1ن

$$f'(x)=\frac{(2x)(x+1)-(x^2+3)}{(x+1)^2}$$ معناه $$f'(x)=\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$$ أي $$f'(x)=\frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$$

الدالة $f$ متزايدة تماما على كل من المجالين $[3;-\infty[$ و $]1;+\infty]$ و $f$ متناقصة تماما على كل من — 0.5ن

المجالين $]1-,3-]$ و $[1,1-[$ . — 0.5ن

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ — 0.5ن

ج)جدول التغيرات: — 1ن

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $-6$ | ↘ | ‖ $+\infty$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ |

6)النقطة $\omega(-1,-2)$ مركز تناظر للمنحنى $(C)$ لأن: $x=X-1;y=Y-2$ و $Y-2=X-2+\frac{4}{X}$ — 1ن

معناه $Y=X+\frac{4}{X}$ نضع $g(x)=x+\frac{4}{x}$ و $D_g=\mathbb{R}^*$ $g$ دالة فردية.

7) ا) $(C)\cap(yy')=\{A\}/A(0;3)$ ب) $(T):y=-3x+3$ — 0.5ن+0.5ن

9) $f(x)=m$ لإيجاد حلول المعادلة نبحث على فواصل نقط تقاطع $(C)$ مع المستقيم $(\Delta_m):y=m$ — 0.25ن

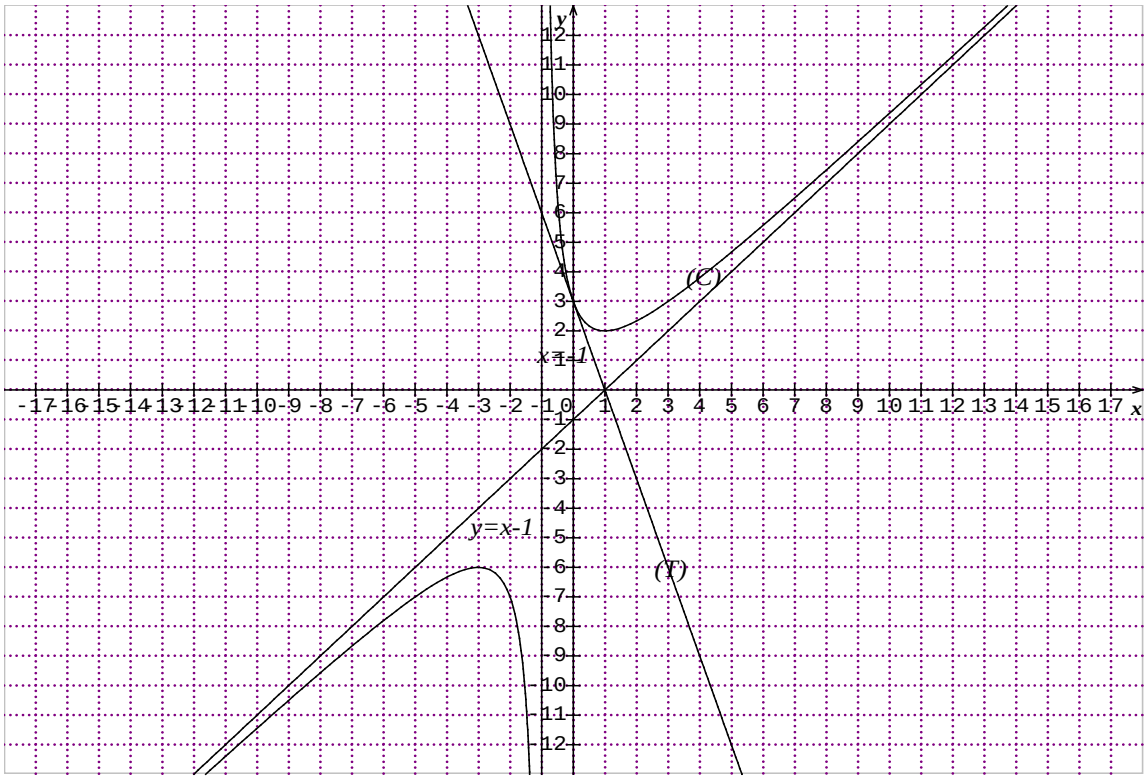
و لدينا : $m\in]-\infty,-6[$ المعادلة $(I)$ لها حلين سالبين. $m=-6$ المعادلة $(I)$ لها حل مضاعف3-. — 0.5ن

$m\in]-6,2[$ المعادلة $(I)$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$ . $m=2$ المعادلة $(I)$ لها حل مضاعف و هو 1. — 0.5ن

$m\in]2,3[$ المعادلة $(I)$ لها حلين موجبين. $m=3$ المعادلة $(I)$ لها معدوم والآخر موجب. — 0.5

$m\in]3,+\infty[$ المعادلة $(I)$ لها حلين مختلفي الإشارة. — 0.25

8)إنشاء $(C)$ و $(T)$ : — 0.5ن




— 1ن

انتهى.