ثانوية احمد البيروني الأقسام: 2 علمي	اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات	العام الدراسي:2011*2012 المدة: 2 سا

التمرين الأول

الجزء الأول

- لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -x^3 + 3x - 2$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم أنجز جدول تغيراتها

2) تعيين التقريب التالفي للدالة g عند القيمة $x_0 = 0$

الجزء الثاني

لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي

$$f(x) = x^2 - 2x - 1$$

1) تحقق أنه من أجل كل h فان : $\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 2 + h$

2) استنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند القيمة 2 وعين $f'(2)$

3) عين معادلة المماس لمنحنى الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة 1-

التمرين الثانى

لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة بــ :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 2}{4} \end{cases}$$

1) أحسب U_1 , U_2 و U_3

2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بــ : $V_n = U_n - 2$

أ) بين أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول و أساسها.

ب) أكتب عبارة (V_n) بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$U_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

3) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث

$$S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$$

و استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي **n** :

$$U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n = 4\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$$

بالتوفيق للجميع

الأقسام:السنة الثانية علوم تجريبية — **تصحيح الاختبار الثلاثي الثاني** — ***ثانوية:*** أحمد البيروني

رقم السؤال	الإجابة	التنقيط

التمرين الأول:(13 نقطة)

الجزء الأول

-1 • لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي

$$g(x) = -x^3 + 3x - 2$$

1) دراسة اتجاه تغير الدالة g ثم انجاز جدول تغيراتها

أ) **حساب المشتق 'g و دراسة اشارتها**

$$g'(x) = -3x^2 + 3$$ 1

$g'(x) = 0$ معناه $-3x^2 + 3 = 0$ أي $x = 1$ أو $x = -1$ 1

ب) **جدول اشارة 'g**

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
g'		-	0	+	0	-	

1

-2 ج) **جدول التغيرات**

- 3

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
g'		-	0	+	0	-	
g							

2.5

الجزء الثاني

- 4 لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = x^2 - 2x - 1$$

1) التحقق أنه من أجل كل h فان : $\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 2 + h$ 1.5

لدينا $f(2) = -1$ و $f(2+h) = h^2 + 2h - 1$

1

ومنه $\frac{(2+h)-f(2)}{h} = \frac{h^2+2h-1-(-1)}{h} = \frac{{}^2+2h}{h} = \frac{h(h+2)}{h} = h + 2$ و هو المطلوب

---

2) استنتاج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند القيمة 2 و تعيين $f'(2)$

بما أن $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim_{h\to 0}(h+2) = 0 + 2 = 2$ 1

ومنه الدالة f قابلة للاشتقاق عند القيمة 2

تعيين $f'(2)$: $f'(2)=2$ 1

---

3) تعيين معادلة المماس لمنحنى الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة -1 1

$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ حيث $x_0 = -1$ 0.5

$y = f'(-1)(x + 1) + f(-1)$ 0.5

لدينا $f'(x) = 2x - 2$ ومنه $f'(-1) = -4$ 1

ولدينا أيضا $f(x) = x^2 - 2x - 1$ ومنه $f(-1) = 2$

ومنه $y = -4(x+1) + 2$ اذن $y = -4x - 2$ و هي معادلة المماس المطلوبة

التمرين الثاني:.(7 نقاط)

لتكن (U_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي **n** بـ :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 2}{4} \end{cases}$$

1) <u>**حساب**</u> U_2, U_1 و U_3

$$\mathbf{U_1 = U_{0+1}} = \frac{3U_0 + 2}{4} = \frac{3.1 + 2}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\mathbf{U_2 = U_{1+1}} = \frac{3U_1 + 2}{4} = \frac{3.\frac{5}{4} + 2}{4} = \frac{23}{16}$$

$$\mathbf{U_3 = U_{2+1}} = \frac{3U_2 + 2}{4} = \frac{3.\frac{23}{16} + 2}{4} = \frac{101}{16}$$

---

2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي **n** بـ : $V_n = U_n - 2$

أ) اثبات أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول و أساسها

(V_n) متتالية هندسية اذا وفقط اذا كان $V_{n+1} = V_n \times q$ حيث q هو الأساس

لدينا $V_n = U_n - 2$

ومنه $V_{n+1} = U_{n+1} - 2 = \dfrac{3U_n + 2}{4} - 2 = \dfrac{3U_n - 6}{4} = \dfrac{3}{4}U_n - \dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{4}(U_n - 2)$

اذن $V_{n+1} = \dfrac{3}{4}V_n$ ومنه (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{3}{4}$ وحدها الأول $V_0 = -1$

ب) كتابة عبارة (V_n) بدلالة **n** ثم استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي **n** :

$$U_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

<u>**كتابة عبارة**</u> (V_n) <u>**بدلالة**</u> **n**

$$V_n = V_0 \times q^n = -1 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n = -\left(\frac{3}{4}\right)^n$$

<u>**استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n :**</u>

$$U_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

لدينا $V_n = U_n - 2$ أي $U_n = V_n + 2 = -\left(\dfrac{3}{4}\right)^n + 2 = 2 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^n$

---

3) حساب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$$

لدينا $S_n = \text{الحد الأول} \times \left(\dfrac{q^{\text{عددالحدود}} - 1}{q - 1}\right)$

$$S_n = V_0 \times \left(\frac{(\frac{3}{4})^{n-0+1} - 1}{\frac{3}{4} - 1}\right) = -1 \times \left(\frac{(\frac{3}{4})^{n+1} - 1}{\frac{-1}{4}}\right) = 4[(\frac{3}{4})^{n+1} - 1]$$

استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n = 4(\frac{3}{4})^n + 2n - 2$

لدينا $U_n = V_n + 2$

أي $U_0 = V_0 + 2$ و $U_1 = V_1 + 2$ و $U_2 = V_2 + 2$

ومنه $U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n = V_0 + 2 + V_1 + 2 + V_2 + 2 + \cdots + V_n + 2$

أي : $U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n + 2(n + 1)$

$$U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n = S_n + 2n + 2 = 4[(\frac{3}{4})^{n+1} - 1] + 2n + 2$$

ومنه $U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n = 4(\frac{3}{4})^n + 2n - 2$ وهو المطلوب