اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات

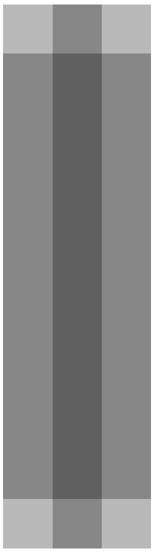
المستوى: السنة الثانية . ***الشعبة:*** علوم تجريبية + هندسة مدنية . ***المدة:*** ساعتان .

التمرين الأول: (08 ن)

f الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=ax+b+\dfrac{1}{x+1}$ حيث a ، b ثابتان حقيقيان .

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. $A(0;3)$ ، $B(-2;-1)$ نقطتان من (C_f).

(Δ) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة A و (Δ') هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة B .



1) اعتمادا على (C_f) :

أ- احسب كلا من : $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(-2)$ و $f'(-2)$. **ب-** عين ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f(x)$.

ج- عين ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$. (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

د- عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) . **هـ-** شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) **أ-** بين أنه ؛ من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ ؛ يكون : $f(x)=x+2+\frac{1}{x+1}$.

ب- احسب نهاية الدالة f عند العدد (-1) من اليمين (بقيم أكبر) و من اليسار (بقيم أصغر) . فسر النتيجة هندسيا .

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقبل ؛ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ؛ مستقيما مقاربا مائلا يطلب إعطاء معادلة له .

3) بين أن النقطة $\Omega(-1;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

التمرين الثاني: (07 ن)

- المتتالية العددية (U_n) معرفة بـ : $U_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}=3U_n-2$.

1. احسب U_1 ، U_2 .

2. (V_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n=U_n-1$.

أ- أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها q حيث $q=3$ و احسب حدها الأول .

ب- اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

ج- ادرس تقارب المتتالية (U_n) .

3. بين أنه ؛ من أجل كل عدد طبيعي n ؛ يكون : $U_{n+1}-U_n=(-4)\times 3^n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

4. احسب ؛ بدلالة العدد الطبيعي n ؛ المجموع $V_0+V_1+...+V_n$ ثم استنتج المجموع $U_0+U_1+...+U_n$ بدلالة n .

التمرين الثالث: (05 ن)

- اذكر إن كانت كل جملة من الجمل الآتية **صحيحة** أم **خاطئة** مع **التبرير** .

1) القيس الرئيسي للزاوية الموجهة التي $\left(\frac{-599\pi}{4}\right)$ قيس لها هو $\frac{\pi}{4}$.

2) العددان الحقيقيان $\frac{20\pi}{4}$ ، $\left(-\frac{206\pi}{3}\right)$ قيسان لنفس الزاوية الموجهة .

3) x عدد حقيقي . $\cos^4 x-\sin^4 x=\cos^2 x-\sin^2 x$.

4) $(\vec{U};\vec{V})$ زاوية موجهة لشعاعين . إذا كان $(\vec{U};\vec{V})=-\frac{\pi}{3}$ فإن : $(-2\vec{V};3\vec{U})=\frac{\pi}{3}$.

5) إذا كان ABC مثلثا فإن : $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})+(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})+(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})=\pi$.

سلم التنقط (اختبار الثلاثي الثاني - رياضيات - السنة الثانية ثانوي هـ. مد + ع.ت)

حل باختصار	العلامة	حل باختصار	العلامة

التمرين الأول: (08 ن)

1) أ- $f(0)=3$. $f'(0)=0$. $f(-2)=-1$. $f'(-2)=0$. — 0.25 x 4

ب- من أجل كل x من $]-\infty;-1[$ فإن: $f(x)<0$.
من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإن: $f(x)>0$. — 0.25 X 2

ج- إشارة $f'(x)$ في الجدول التالي:

x	$-\infty$	-2		-1		0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	−	‖	−	0	+

01

د- للمنحنى (C_f) مستقيمان مقاربان $x=-1$ ، $y=x+2$ معادلتان لهما . — 0.50

هـ- جدول تغيرات الدالة f هو:

x	$-\infty$	-2		-1		0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	−	‖	−	0	+
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-1	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	3	↗ $+\infty$

0.50

2) أ- من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ ؛
$f(x)=ax+b+\dfrac{1}{x+1}$.
لدينا: $f(0)=3$ أي: $b+1=3$ أي: $b=2$.
و لدينا: $f(-2)=-1$ أي: $-2a+b-1=-1$ أي: $-2a+b=0$ لكن: $b=2$ إذن: $a=1$. و أخيرا:
من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ ؛ يكون : — 01
$f(x)=x+2+\dfrac{1}{x+1}$.

ب- * لما $x\overset{<}{\to}-1$ فإن: $\begin{cases}(x+2)\to 1\\ \dfrac{1}{x+1}\to-\infty\end{cases}$ ومنه:
$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} f(x)=-\infty$. — 0.75

لما $x\overset{>}{\to}-1$ فإن: $\begin{cases}(x+2)\to 1\\ \dfrac{1}{x+1}\to+\infty\end{cases}$ ومنه:
$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)=+\infty$. — 0.75

* المستقيم الذي $x=-1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) . — 0.25

ج- من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن :
$f(x)=x+2+g(x)$ حيث: $g(x)=\dfrac{1}{x+1}$
لكن: $\lim\limits_{|x|\to+\infty} g(x)=0$ إذن: المستقيم الذي $y=x+2$ معادلة له مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$. — 0.75

3) $y=x+2+\dfrac{1}{x+1}$ معادلة للمنحنى في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. نضع: $\begin{cases}x=X-1\\ y=Y+1\end{cases}$ عندها يكون:
$Y=\dfrac{X^2+1}{X}$ و هي معادلة للمنحنى (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i};\vec{j})$. — 01

نضع: $h(X)=\dfrac{X^2+1}{X}$ و نبين أن h فردية .
مجموعة تعريف h هي D_h حيث: $D_h=\mathbb{R}^*$.
من أجل كل X من D_h فإن:
$(-X)\in D_h$ و $h(-X)=\dfrac{(-X)^2+1}{-X}$ أي:
$h(-X)=-h(X)$. إذن : h فردية . و منه:
النقطة $\Omega(-1;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

التمرين الثاني: (07 ن)

1. $U_1=3U_0-2$ أي: $U_1=-5$. — 0.50
$U_2=3U_1-2$ أي: $U_1=-17$. — 0.50

2.
أ- n عدد طبيعي .
$V_{n+1}=U_{n+1}-1$ أي: $V_{n+1}=3U_n-2-1$
أي: $V_{n+1}=3(U_n-1)$ أي: $V_{n+1}=3V_n$.
و منه: المتتالية (V_n) هندسية أساسها q حيث — 01
$q=3$ و حدها الأول V_0 حيث: $V_0=U_0-1$
أي: $V_0=-2$. — 0.25

ب- n عدد طبيعي .
* $V_n=V_0.q^n$ أي: $V_n=(-2).3^n$. — 0.50
* $U_n=V_n+1$ أي: $U_n=(-2).3^n+1$. — 0.50

ج- $\lim\limits_{x\to+\infty} U_n=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[(-2).3^n+1\right]$
لكن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3^n\right)=+\infty$ لأن: $3>1$ — 0.75
إذن: $\lim\limits_{x\to+\infty} U_n=-\infty$. ومنه:
المتتالية (U_n) متباعدة .

حل باختصار	العلامة	حل باختصار	العلامة

3. n عدد طبيعي .

* $U_{n+1}-U_n=\left[(-2).3^{n+1}+1\right]-\left[(-2).3^{n}+1\right]$

أي: $U_{n+1}-U_n=(-2).3^{n+1}-(-2).3^{n}$

أي: $U_{n+1}-U_n=(-2)\left[3^{n+1}-3^{n}\right]$

أي: $U_{n+1}-U_n=(-2).3^{n}.[3-1]$

أي: $U_{n+1}-U_n=(-4).3^{n}$. **0.75**

* لدينا: $(-4)<0$ و $3^{n}>0$ إذن: $U_{n+1}-U_n<0$

و منه: المتتالية (U_n) متناقصة تماما . **0.50**

4. n عدد طبيعي .

* $V_0+V_1+...+V_n=V_0.\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

أي: $V_0+V_1+...+V_n=(-2).\dfrac{1-3^{n+1}}{1-3}$ **0.75**

أي: $V_0+V_1+...+V_n=1-3^{n+1}$.

*

$U_0+U_1+...+U_n=(V_0+1)+(V_1+1)+...+(V_n+1)$

أي:

$U_0+U_1+...+U_n=(V_0+V_1+...+V_n)+(1+1+...+1)$

أي: $U_0+U_1+...+U_n=1-3^{n+1}+n+1$

أي: $U_0+U_1+...+U_n=n+2-3^{n+1}$. **01**

التمرين الخامس: (05 ن)

1) $-\pi<\dfrac{-599\pi}{4}+2k\pi\leq\pi$ حيث: $(k\in\mathbb{Z})$

معناه: $-1<\dfrac{-599}{4}+2k\leq 1$

أي: $-1+\dfrac{599}{4}<2k\leq 1+\dfrac{599}{4}$

أي: $-1+\dfrac{599}{4}<2k\leq 1+\dfrac{599}{4}$

أي: $\dfrac{595}{8}<k\leq\dfrac{603}{8}$ أي: $k=75$.

إذن: القيس الرئيسي للزاوية الموجهة التي $\left(\dfrac{-599\pi}{4}\right)$ قيس لها هو $\dfrac{-599\pi}{4}+2(75)\pi$ أي هو: $\dfrac{\pi}{4}$. **01**

و منه: الجملة 1) صحيحة .

2) $\left(\dfrac{-206\pi}{3}\right)-\dfrac{20\pi}{4}=-\dfrac{221\pi}{3}$

نلاحظ أن: $-\dfrac{221\pi}{3}\neq 2k\pi\ ;\ (k\in\mathbb{Z})$ إذن: **01**

العددان الحقيقيان $\dfrac{20\pi}{4}$ ، $\left(-\dfrac{206\pi}{3}\right)$ ليسا

قيسين لنفس الزاوية الموجهة .

و منه: الجملة 2) خاطئة .

3) x عدد حقيقي .

$\cos^4x-\sin^4x=\left(\cos^2x-\sin^2x\right)\left(\cos^2x+\sin^2x\right)$

أي: $\cos^4x-\sin^4x=\left(\cos^2x-\sin^2x\right)\times 1$ **01**

أي: $\cos^4x-\sin^4x=\cos^2x-\sin^2x$.

و منه: الجملة 3) صحيحة .

4) $\left(\vec{U};\vec{V}\right)$ زاوية موجهة لشعاعين .

إذا كان $\left(\vec{U};\vec{V}\right)=-\dfrac{\pi}{3}$ فإن : $\left(\vec{V};\vec{U}\right)=\dfrac{\pi}{3}$

و منه: $\left(-2\vec{V};\ 3\vec{U}\right)=\dfrac{\pi}{3}+\pi$ **01**

أي: $\left(-2\vec{V};\ 3\vec{U}\right)=\dfrac{4\pi}{3}$.

و منه: الجملة 4) خاطئة .

5) إذا كان ABC مثلثا فإن :

$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)=\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)$

أي: $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)=\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BA}\right)$ **01**

أي: $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)=\pi$.

و منه: الجملة 5) صحيحة .