الفرض المحروس الأول للثلاثي الأول

التمرين الأول:05 نقاط

يزداد عدد سكان مدينة A بـ 160 نسمة كل سنة في حين يزداد عدد سكان مدينة B بنسبة 3% من سنة إلى أخرى.
في سنة 2007 بلغ عدد سكان كل من المدينتين A و B 10000 نسمة.
نرمز بـ : u_n إلى عدد سكان المدينة A و بـ : v_n إلى عدد سكان المدينة B خلال السنة $2007+n$.

1. عين u_0 و v_0 ثم احسب u_1 و v_1.
2. أوجد علاقة بين u_n و u_{n+1}. تحقق أن المتتالية (u_n) حسابية يطلب تعيين أساسها r.
3. عبر عن u_n بدلالة n.
4. أوجد علاقة بين v_n و v_{n+1}. تحقق أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q.
5. عبر عن v_n بدلالة n.
6. قارن بين عددي سكان كل من المدينتين A و B في سنة 2020.

التمرين الثاني: 05 نقاط

نعتبر المتتالية العددية(u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}$.

أحسب أربعة حدود الأولى.
برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :$0\le u_n\le 1$.
برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما..إذا كانت المتتالية متقاربة. فما هي نهايتها؟
لتكن المتتالية(v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n+1$.
أثبت أن المتتالية(v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
عبر عن v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟
أحسب بدلالة n كل من $Y_n=v_0+v_1+.....+v_n$ و $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$.