

♣ الفرض الثاني للثلاثي الأول في مادة الرياضيات ♣

السدة: 1 سا

المستوى: 2 ع

* التمرين الأول :

A و B نقطتين متمايزتين من المستوى G مرجع الجملة $\{(A;1);(B;-2)\}$

(1) أنشئ النقطة G .

(2) عين المجموعة (E_1) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = AB$

ثم أنشئ هذه المجموعة.

(3) نقش حسب قيم الوسيط الحقيقي λ طبيعة المجموعة (E_2) مجموعة النقط M من المستوى

التي تتحقق: $\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = \lambda$

* التمرين الثاني :

$. \overrightarrow{AH} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$ مثلث في المستوى (P) ، H نقطة من المستوى (p) بحيث: \overrightarrow{ABC}

- بين أن H هي مرجع النقطتين A ، B المرفقتين على الترتيب بمعاملين يطلب تعينهما.

- لتكن G مرجع الجملة $\{(A;1);(B;2);(C;3)\}$.

- أكتب \overrightarrow{AG} بدلالة \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} ثم أنشئ النقطة G .

- عين وأشيء (C) مجموعة النقط M من المستوى بحيث: $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 2 \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$

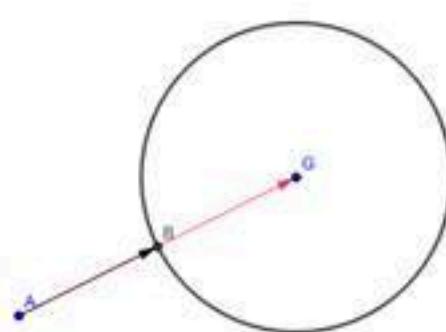
- عين (Δ) مجموعة النقط M من المستوى بحيث: $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 0$

- المستوى (P) منسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(O;i;j)$ ، ولتكن $(A;-1;0)$ و $(B;2;-1)$ ولتكن G مرجع الجملة $\{(A;\alpha);(B;\alpha+1);(C;\alpha^2)\}$

- عين قيمة α التي من أجلها تكون G موجودة.

- عين إحداثي النقطة G بدلالة α .

عين قيمة α حتى تكون النقطة $(G;2;13)$ مرجع الجملة.

العلامة	عناصر الإجابة	محاور
المجموع	مجازأة	
07 نقاط	<p>التمرين الأول: (07 نقاط)</p> <p>لدينا: A و B نقطتين متمايزتين من المستوى و G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-2)\}$</p> <p>(1) إنشاء النقطة G: G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-2)\}$ $\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$ $\overrightarrow{AG} = \frac{-2}{-1} \overrightarrow{AB}$ ومنه: $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AB}$ أي: $AG = 2AB$</p> <p>ملاحظة يمكن القول أن B منتصف $[AG]$.</p> <p>(2) تعين المجموعة (E_1) مجموعة النقط M من المستوى التي تتحقق: $\ MA - 2MB\ = AB$ ثم إنشاء هذه المجموعة.</p> <p>لدينا: $\ MA - 2MB\ = AB$</p> <p>ومنه: $-1 \ MG\ = AB$ أي: $\ (1 - 2)MG\ = AB$</p> <p>وبالتالي: $MG = AB$</p> <p>إذن: المجموعة (E_1) مجموعة النقط M من المستوى التي تتحقق: $\ MA - 2MB\ = AB$ هي دائرة مركزها النقطة الثابتة G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-2)\}$ ونصف قطرها الطول AB.</p> <p>إنشاء هذه المجموعة (E_1):</p>  <p>C(G;AB)</p> <p>(3) مناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي λ طبيعة المجموعة (E_2) مجموعة النقط M من المستوى التي تتحقق :</p> <p>(1)..... $MG = \lambda \ MA - 2MB\ = \lambda$ أي: $\lambda = MG$</p> <p>أ-إذا كان $\lambda > 0$ فإن مجموعة النقط (E_2) مجموعة خالية (الطول ليس عدد سالب)</p> <p>ب-إذا كان $\lambda = 0$ تصبح المساواة (1): $MG = 0$ أي: G تتطبع على M إذن مجموعة النقط (E_2) هي المرجح G.</p> <p>ج-إذا كان $\lambda < 0$ تصبح المساواة (1): $MG = \lambda$ إذن مجموعة النقط (E_2) هي الدائرة التي مركزها النقطة الثابتة G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-2)\}$ ونصف قطرها الطول λ.</p>	المرجح في المستوى
01		
01		
01		
01		
01		
0,5		
0,5		
0,5		
0,5		

التمرين الثاني: (12 نقاط)

لدينا: ABC مثلث في المستوى (P)

$$\cdot \overrightarrow{AH} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} \quad \text{حيث: } H \text{ نقطة من المستوى (p)}$$

1- تبيين أن H هي مرجع النقطتين A ، B المرفقتين على الترتيب بمعاملين يطلب تعينهما

$$\text{لدينا: } \overrightarrow{AH} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$$

$$3\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} \quad \text{بضرب الطرفين في العدد (3) نجد:}$$

$$3\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0} \quad \text{ومنه:}$$

$$3\overrightarrow{AH} - (\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}) = \overrightarrow{0} \quad \text{باستعمال علاقة شال نجد:}$$

$$2\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{0} \quad \text{معناه: } 3\overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{0}$$

$$\text{أي: } \overrightarrow{0} = \overrightarrow{2AH} - \overrightarrow{HB} \quad \text{أو: } 2\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{0}$$

وبالتالي: $2\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{0}$ إذن: H مرجع النقطتين A و B المرفقتين بمعاملين 2 و 1 على الترتيب.

2- لدينا: G مرجع الجملة $\{(A;1);(B;2);(C;3)\}$.

- كتابة \overrightarrow{AG} بدالة \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} ثم إنشاء النقطة G :

لدينا: G مرجع الجملة $\{(A;1);(B;2);(C;3)\}$

$$\text{معناه: } \overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$

$$\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0} \quad \text{باستعمال علاقة شال نجد:}$$

$$6\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \quad \text{باستعمال خواص الأشعة نجد:}$$

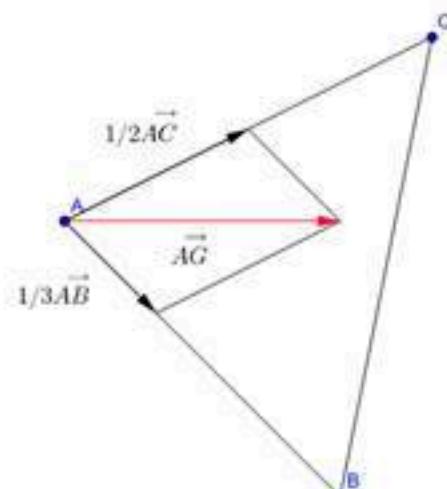
$$-6\overrightarrow{AG} = -2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} \quad \text{ومنه:}$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{-2}{-6} \overrightarrow{AB} + \frac{-3}{-6} \overrightarrow{AC} \quad \text{أي: } \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$$

$$\text{إذن: } \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$$

:G إنشاء

01



ملاحظة: يمكن استعمال خاصية التجميع للإنشاء

- تعين (C) مجموعة النقط M من المستوى بحيث:

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$$

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\| \quad \text{لدينا:}$$

بما أن G مرجع الجملة $\{(A;1);(B;2);(C;3)\}$

$$\|6\overrightarrow{MG}\| = 2\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{AB}\| \quad \text{فإن:}$$

01

$$\text{ومنه: } 6\|\overrightarrow{MG}\| = 2|-1\|\overrightarrow{AB}\|$$

$$\text{ومنه: } MG = \frac{1}{3}AB$$

- إذن: (C) مجموعة النقط M من المستوى بحيث:

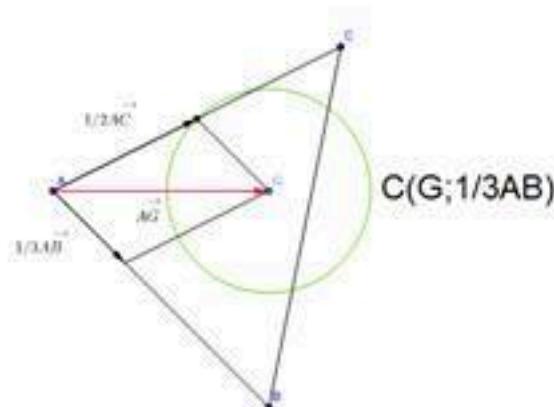
$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$$

هي الدائرة مركزها النقطة الثابتة G مرجع الجملة $\{(A;1);(B;2);(C;3)\}$

$$\text{ونصف قطرها } \frac{1}{3}AB$$

:إنشاء (C)

01



- تعين (Δ) مجموعة النقط M من المستوى بحيث: $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 0$

$$\text{لدينا: } \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = \bar{0}$$

بمان G مرجع الجملة $\{(A;1);(B;2);(C;3)\}$

$$|6\|\overrightarrow{MG}\||=0 \quad \text{ومنه: } |6\overrightarrow{MG}|=0$$

$$\text{ومنه: } MG = 0$$

أي G تتطابق على M

إذن: (Δ) مجموعة النقط M من المستوى بحيث: $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 0$

هي المرجح G.

3- لدينا: المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ومتاجس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ،

ولتكن $(0; 1)$ و $(-1; 2)$ و $(1; 3)$, ولتكن G مرجع الجملة

$$\{(A;\alpha);(B;\alpha+1);(C;\alpha^2)\}$$

- تعين قيم α التي من أجلها تكون G موجودة .

تكون G موجودة إذا كان $\alpha + \alpha + 1 + \alpha^2 \neq 0$

$$\text{ومنه: } \alpha^2 + 2\alpha + 1 \neq 0$$

$$\text{أي: } (\alpha + 1)^2 \neq 0$$

$$\text{ومنه: } \alpha \neq -1$$

إذن تكون G موجودة إذا كان $\alpha \neq -1$

01

- تعين إحداثي النقطة G بدلالة α .

0,5

$$\begin{cases} x_G = \frac{\alpha x_A + (\alpha + 1)x_B + \alpha^2 x_C}{\alpha + (\alpha + 1) + \alpha^2} \\ y_G = \frac{\alpha y_A + (\alpha + 1)y_B + \alpha^2 y_C}{\alpha + (\alpha + 1) + \alpha^2} \end{cases} \text{ لدينا:}$$

0,5

$$\begin{cases} x_G = \frac{\alpha(-1) + (\alpha + 1)(2) + \alpha^2(1)}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \\ y_G = \frac{\alpha(0) + (\alpha + 1)(-1) + \alpha^2(3)}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \end{cases} \text{ بالتعويض نجد:}$$

0,5

$$\begin{cases} x_G = \frac{\alpha^2 + \alpha + 2}{(\alpha + 1)^2} \\ y_G = \frac{3\alpha^2 - \alpha - 1}{(\alpha + 1)^2} \end{cases} \text{ بعد التبسيط نجد:}$$

$$G\left(\frac{\alpha^2 + \alpha + 2}{(\alpha + 1)^2}; \frac{3\alpha^2 - \alpha - 1}{(\alpha + 1)^2}\right) \text{ إذن:}$$

تعين قيم α حتى تكون النقطة $G(2; 13)$ مرجع الجملة.

0,5

$$\begin{cases} 2 = \frac{\alpha^2 + \alpha + 2}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \\ 13 = \frac{3\alpha^2 - \alpha - 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \end{cases} \text{ بتعويض فاصلة وترتيب G نجد:}$$

$$\begin{cases} 2(\alpha^2 + 2\alpha + 1) = \alpha^2 + \alpha + 2 \\ 13(\alpha^2 + 2\alpha + 1) = 3\alpha^2 - \alpha - 1 \end{cases} \text{ ومنه:}$$

$$\begin{cases} 2\alpha^2 + 4\alpha + 2 = \alpha^2 + \alpha + 2 \dots\dots\dots(1) \\ 13\alpha^2 + 26\alpha + 13 = 3\alpha^2 - \alpha - 1 \dots\dots\dots(2) \end{cases} \text{ أي:}$$

بطرح (2) من (1) طرفا إلى طرف نجد:

$$2\alpha^2 + 4\alpha + 2 - 13\alpha^2 - 26\alpha - 13 = \alpha^2 + \alpha + 2 - 3\alpha^2 + \alpha + 1$$

$$9\alpha^2 + 24\alpha + 14 = 0 \text{ تكافؤ: } -9\alpha^2 - 24\alpha - 14 = 0 \text{ أي:}$$

$$\Delta = 24^2 - 4(14)(9) = 576 - 504 = 72 \text{ حسب المميز:}$$

0,5

$$\alpha_1 = \frac{-24 + \sqrt{72}}{18} = \frac{-24 + 6\sqrt{2}}{18} = \frac{-4 + \sqrt{2}}{3} \text{ ومنه:}$$

0,5

$$\alpha_2 = \frac{-24 - \sqrt{72}}{18} = \frac{-24 - 6\sqrt{2}}{18} = \frac{-4 - \sqrt{2}}{3} \text{ و:}$$

إذن: قيم α حتى تكون النقطة $G(2; 13)$ مرجع الجملة هي:

$$\frac{-4 + \sqrt{2}}{3} \text{ أو}$$

ملاحظة: نقطة للتنظيم والإجابة السليمة.