ثانوية : إبن خلدون القسم : 2ترهك

المادة : تكنولوجيا

الموضوع : جبر بول

الإشكالية :

النظام الآلي يعمل بوجود التيار أو عدم وجوده أي الرقمين(1،0) وأن متغيراته تأخذ القيمتين (1 ، 0) أي النظام الثنائي ، وأن كل الأعداد تطبق عليهم عمليات معينة (الجمع ، الطرح ، الظرب ، القسمة) و أن هذه المؤثرات تكون معادلات و دوال هذا ما نعرفه في النظام العشري بالمعادلات او الدوال العددية أو الجبر الحسابي .

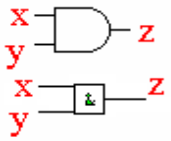
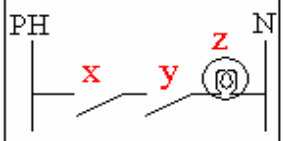
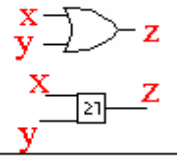
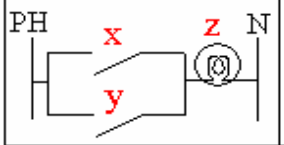
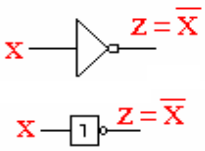
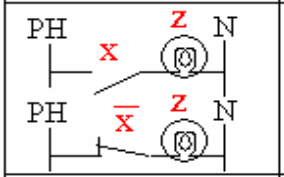
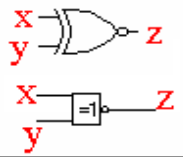
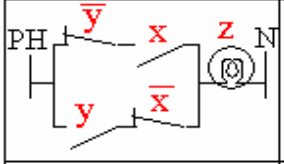
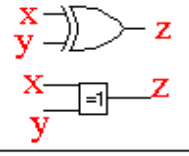
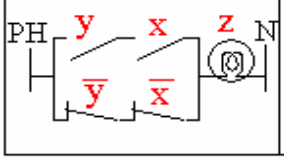
أما بالنسبة للنظام الثنائي فنسميه جبر بول و المعادلات والدوال نسميها بالمعادلات او الدوال المنطقية والعمليات الحسابية نسميها المؤثرات .

جبر بـــول :

خصائص جبر بول :

1- القيم التي يستطيع أن يأخذها المتغير البولي قيمتين (0 أو 1) .
2- الدوال أو المعادلات المكونة بالمتغيرات البولية تسمى الدوال أو المعادلات المنطقية .
3- العمليات أو المؤثرات التي تؤثر على المتغيرات البولية تسمى العمليات أو المؤثرات المنطقيةأو المؤثرات البولية .
4- لكل دالة بولية جدول تغيرات يسمى جدول الحقيقة يبين ويحقق الدالة .
5- لكل عملية بولية (منطقية) رمزمنطقي يمثلها وآخر كهربائي .

العمليات المنطقية :

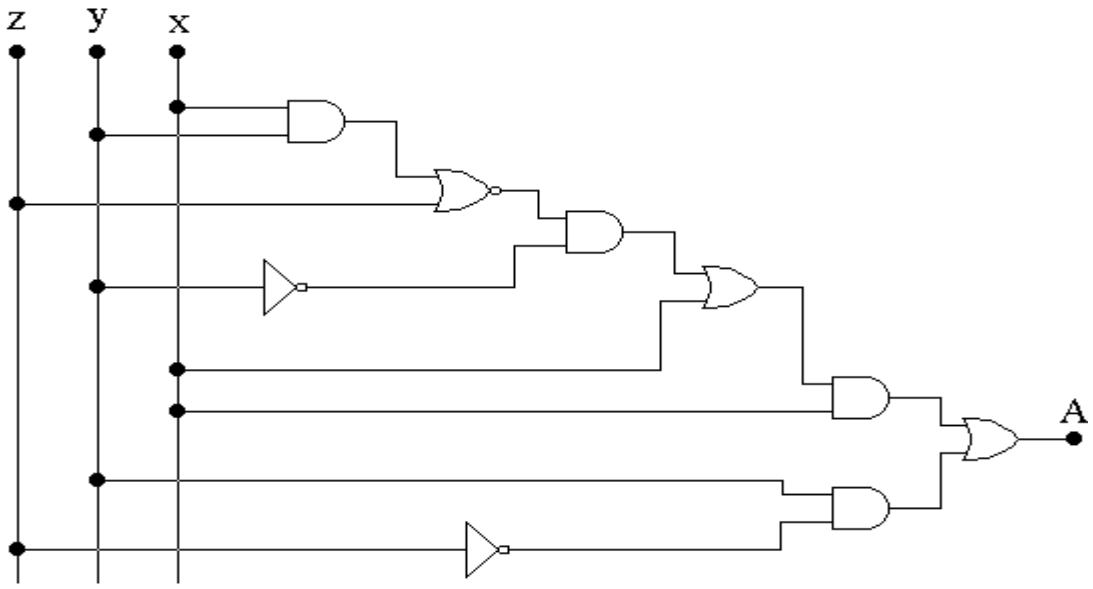
إسم العملية الحسابي (البولي)	إسم العملية التكنلوجي	المعادلة	جدول الحقيقة	التمثيل المنطقي 1- الأمريكي 2- الأوربي	التمثيل الكهربائي
العملية المنطقية (ET)	البوابة المنطقية (ET)	$z = x \text{ ET } y$ $z = x \wedge y$ $z = x \cdot y$	z y x 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 1 1		
العملية المنطقية (OU)	البوابة المنطقية (OU)	$z = x \text{ OU } y$ $z = x \vee y$ $z = x + y$	z y x 0 0 0 1 1 0 1 1		
العملية المنطقية (NON)	البوابة المنطقية (NON)	$z = \text{NON}(x)$ $z = \overline{x}$	z x 1 0 0 1 1 0 0 1		
العملية المنطقية (OU exclusif) (أو إستبعادي)	البوابة المنطقية (OU exclusif) (أو إستبعادي)	$z = x \oplus y$ $z = \overline{x \odot y}$	z y x 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 1 1		
العملية المنطقية (ET inclusif) (و إحتوائي)	البوابة المنطقية (ET inclusif) (و إحتوائي)	$z = x \odot y$ $z = \overline{x \oplus y}$	z y x 1 0 0 0 0 1 0 1 0 1 1 1		

تمثيل الدوال المنطقية :

1- التمثيل المنطقي للدوال المنطقية بالبوابات :

أرسم التمثيل المنطقي (الدارة المنطقية) الموافقة للمعادلة المنطقية التالية :

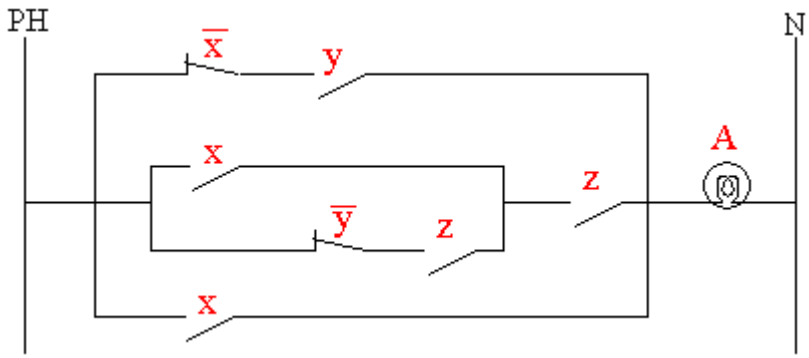
$$A = x(x+\bar{y}(z \oplus xy)+\bar{z}y$$



2- التمثيل الكهربائي للدوال المنطقية بالملامسات :

أرسم التمثيل بالملامسات (الدارة الكهربائية) الموافقة للمعادلة المنطقية التالية :

$$B = \bar{x}y + z(x + \bar{y}z) + x$$



تبسيط (إختزال) المعادلات المنطقية :

هناك طريقتان لإختزال المعادلات المنطقية وهما :

1- الطريقة الجبرية :

لإستعمال الطريقة الجبرية لإختزال المعادلات المنطقية نحتاج إلى العلاقات الشهيرة الخاصة بجبر بول وكذلك قانون دي مورقان .

العلاقات الشهيرة الخاصة بجبر بول.

$1+x=1$	$x.1=x$	$x.0=0$	$0+x=x$	$x+\bar{x}=1$
$x+\bar{x}=1$	$x.\bar{x}=0$	$x.x=x$	$x+x=x$	
$x+\bar{x}.y=x+y$	$x \oplus y = x\bar{y}+\bar{x}y$		$x \odot y = xy+\bar{x}\bar{y}$	

$$\bar{x}.y + x = y + x$$

البرهان

$$\begin{aligned}\bar{x}.y + x.(1+y) &= \bar{x}.y + x + x.y \\ &= x + y.(\bar{x}+x) \\ &= x + y.1 = x + y\end{aligned}$$

قانون دي مورقان :

يعمل قانون دي مورقان على نشر المعادلة المنفية وذلك بإتباع الخطوات التالية :

1- نفي العملية
2- نفي المتغيرات
3- نفي الدالة

$$A = \overline{(x+y)\,x\,y}$$
$$= \overline{(x+y)} + \overline{x\,y} = (\overline{x+y}) + \overline{x\,y}$$
$$= (\overline{x} \cdot \overline{y}) + \overline{\overline{x} + \overline{y}}$$
$$= (\overline{x} \cdot \overline{y}) + \overline{x} + \overline{y}$$
$$= \overline{x} \cdot \overline{y} + \overline{x} + \overline{y}$$

إختزال (تبسيط) المعادلة بإستعمال الطريقة الجبرية :

$$B = \overline{x}y + z(x + \overline{y}z) + x$$
$$B = \overline{x}y + z\,(x + \overline{y}.z) + x = \overline{x}y + zx + z\overline{y}\,z + x = \overline{x}y + zx + z\overline{y} + x$$
$$= (\overline{x}y + x) + (zx + z\overline{y}) = x + y + zx + z\overline{y} = (x + zx) + (y + z\overline{y})$$
$$x\,(1 + z) + y + z = x + y + z$$
$$B = x + y + z$$

- الإختزال بجدول كارنو :

جدو ل كارنو هو تحويل جدول الحقيقة إلى جدول أكثر مربع .

إختزال (تبسيط) المعادلة بإستعمال جدول كارنو :

$$B = \overline{x}y + z(x + \overline{y}z) + x$$

جدول الحقيقة

A	z	y	x
0	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

جدول كارنو

A: z \ xy	0 0	1 0	1 1	0 1
0	0	1	1	1
1	1	1	1	1

$$A = x + y + z$$

نشاط تقويمي :

دفتر الشروط :

في مصنع للآجر ، نقوم بمراقبة النوعية حسب أربعة مقاييس و هي :
الوزن (P) ، الطول (z) ، العرض (x) و الإرتفاع (y) .
هذا العمل يسمح بترتيب الآجر في ثلاثة أصناف وهي :

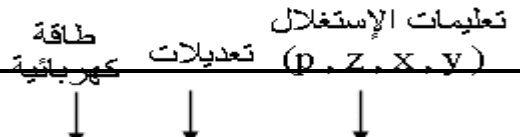
1- الصنف الأول (A) : الوزن صحيح و على الأقل مقياسين صحيحين .
2- الصنف الثاني (B) : الوزن غير صحيح وعلى الأقل مقياسين صحيحين أو الوزن صحيح ومقياسين على الأقل غير صحيحين .
3- الصنف الثالث (C) وهو الصنف المرفوض : الوزن غير صحيح وعلى الأكثر مقياس صحيح

المطلوب :

1- أرسم مخطط النشاط الوظيفي الشامل (النشاط البياني (A-0)) .
2- حدد متغيرات المدخل و المخرج و عينهم .
3- إستخرج جدول الحقيقة الموافق لهذا التشغيل وأستنتج جداول كارنو .
4- أوجد المعادلات المختزلة (المبسطة) للمخارج الموافقة لهذا التشغيل .
5- أرسم المخطط الكهربائي (بالملامسات) ، والمخطط المنطقي (بالبوابات المنطقية) .

حل النشاط التقويمي

1- رسم مخطط النشاط الوظيفي الشامل (النشاط البياني (A-0)) .



2- تحدد متغيرات المدخل و المخرج و تعينهم .

عدد المداخل 4 و هي : p , z , x , y

عدد المداخل 3 و هي : A , B , C

3- إستخراج جدول الحقيقة الموافق للتشغيل وإستنتاج جداول كارنو .

رقم	المداخل				المخارج		
التوفيقة	p	z	x	y	A	B	C
0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1	0
2	0	1	0	0	0	0	1
3	1	1	0	0	0	1	0
4	0	0	1	0	0	0	1
5	1	0	1	0	0	1	0
6	0	1	1	0	0	0	1
7	1	1	1	0	0	1	0
8	0	0	0	1	0	0	1
9	1	0	0	1	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0	1
11	1	1	0	1	0	1	0
12	0	0	1	1	0	0	1
13	1	0	1	1	0	1	0
14	0	1	1	1	0	0	1
15	1	1	1	1	1	0	0

(A)

y \ x \ z p	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	1	0

(B)

y \ x \ z p	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	0	1

(C)

y \ x \ z p	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	0

4- إيجاد المعادلات المختزلة (المبسطة) للمخارج الموافقة لهذا التشغيل .

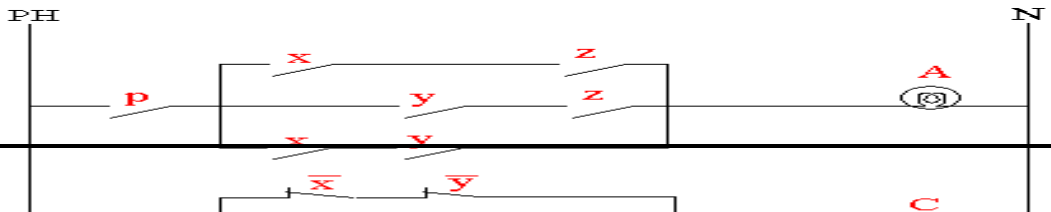
$$A = p\,(z.x + z.y + x.y)$$

$$B = p.\bar{x}.\bar{y} + p.\bar{z}.\bar{x} + p.\bar{z}.\bar{y} + p.x.y + \bar{p}.z.x + \bar{p}.z.y$$

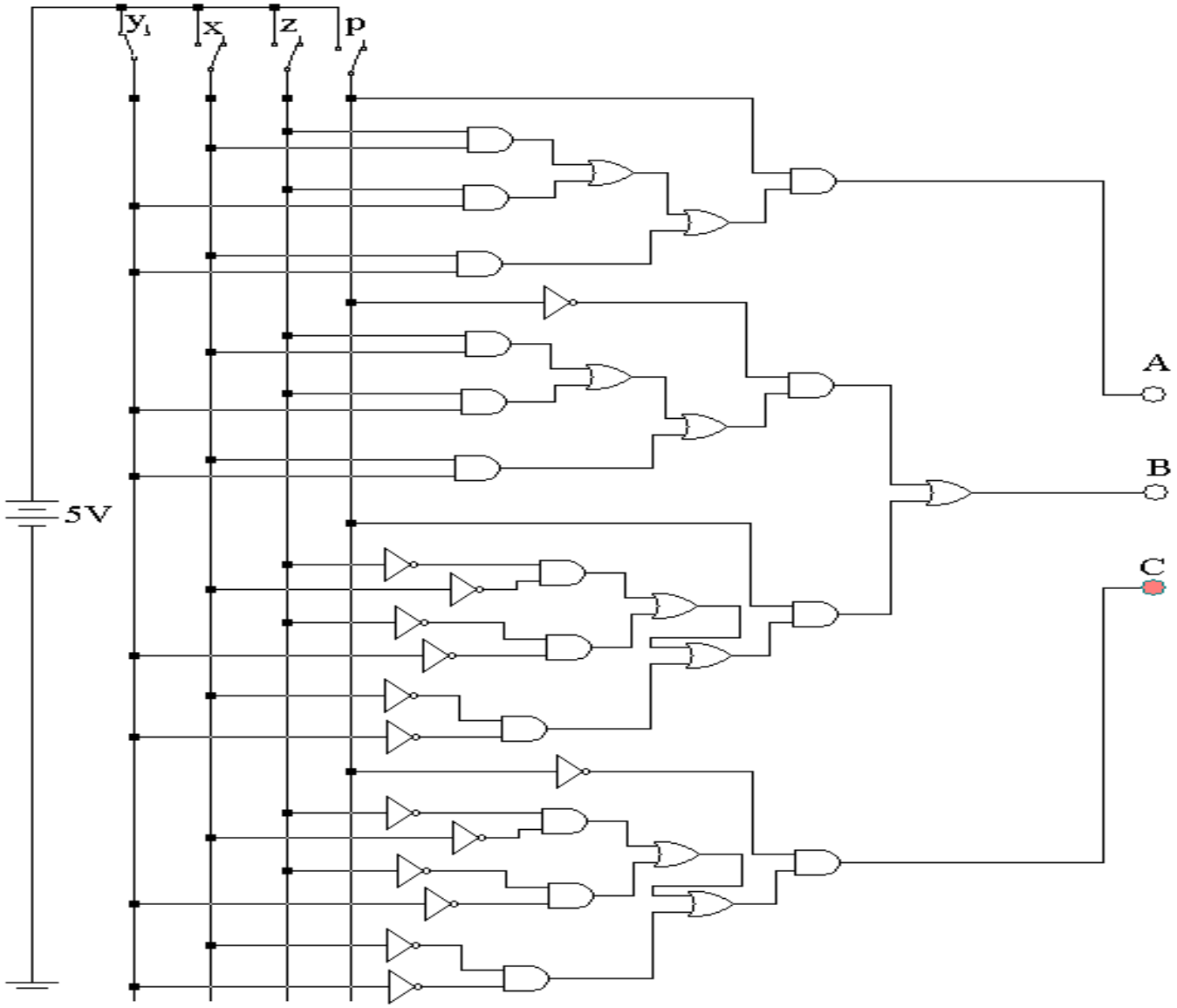
$$B = p.(\bar{x}.\bar{y} + \bar{z}.\bar{x} + \bar{z}.\bar{y}) + \bar{p}(x.y + z.x + z.y)$$

$$C = \bar{p}.\bar{x}.\bar{y} + \bar{p}.\bar{z}.\bar{x} + \bar{p}.\bar{z}.\bar{y} = \bar{p}.(\bar{x}.\bar{y} + \bar{z}.\bar{x} + \bar{z}.\bar{y})$$

C:\crocodile\EX-COMB.CKT



crocodile\ex-algébre de boole avec porte.CKT



المخطط المنطقي

جبر بـول

1. جبر بول

هو جبر تأخذ فيه المتغيرات حالتين اثنتين فقط (0 أو 1) دون المرور بحالة وسيطة.

إذا اعتبر زرا ضاغطا ما، فإنه يكون في حالتين اثنتين فقط:

- لا توجد حركة فيزيائية على الزر، نقول أنه في الحالة المنطقية "0" أو أنه يساوي "0" منطقي.
- توجد حركة فيزيائية على الزر، نقول أنه في الحالة المنطقية "1" أو أنه يساوي "1" منطقي.

كذلك بالنسبة للمصباح مثلا:

- إذا كان منطفئا (عدم مرور التيار)، نقول أنه في الحالة المنطقية "0" أو أنه يساوي "0" منطقي.
- إذا كان متوهجا (مرور التيار)، نقول أنه في الحالة المنطقية "1" أو أنه يساوي "1" منطقي.

إذن نحن أمام متغير ثنائي

ملاحظة: هناك نوعان من الملامس:

ملمس للفتح و نرمز له **a**

ملمس للغلق و نرمز له $\bar{\mathbf{a}}$

2. الدوال المنطقية الأساسية

1.2. الدالة "نعم"

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
a — ▷ — s	a — 1 — s	a, s

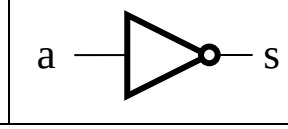
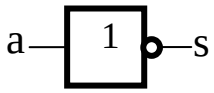
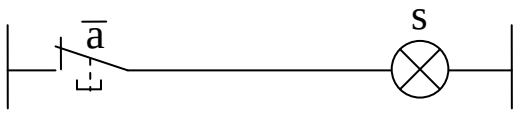
جدول الحقيقة: يلخص جدول الحقيقة كل حالات متغيرات الخروج المناسبة لكل التوفيقات المحتملة لمتغيرات الدخول

: هو متغير الدخول و : هو متغير الخروج

a	S

المعادلة: **s =**

2.2. الدالة "لا"

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
		

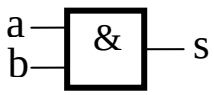
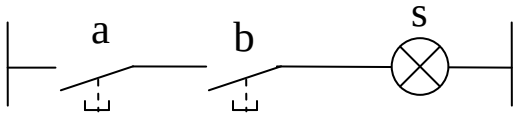
جدول الحقيقة: **:** هو متغير الدخول و : هو متغير الخروج

a	S

المعادلة: **s =**

و تقرأ:

3.2. الدالة "و"

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
		

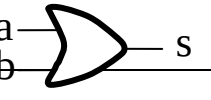
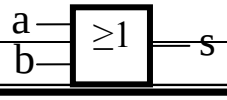
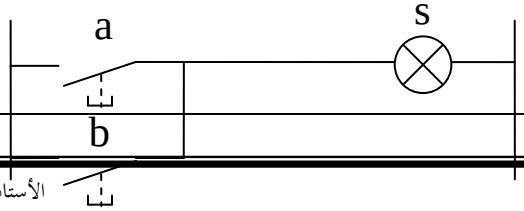
جدول الحقيقة: و :هما متغيرا الدخول و : هو متغير الخروج

a	b	S

المعادلة: **s=**

و تقرأ:

4.2. الدالة "أو"

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
		

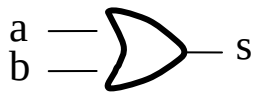
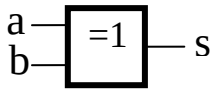
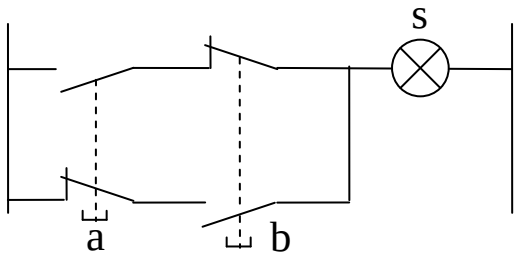
جدول الحقيقة: و :هما متغيرا الدخول و : هو متغير الخروج

a	b	S

المعادلة: **s=**

و تقرأ:

4.2. الدالة "أو الإستبعادي"

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
		

جدول الحقيقة: و :هما متغيرا الدخول و : هو متغير الخروج

a	b	S

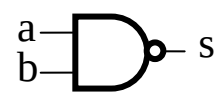
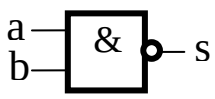
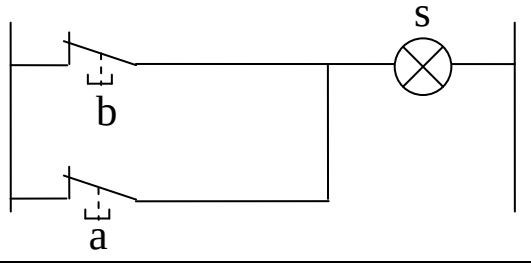
المعادلة:

S=

3. الدوال المنطقية المركبة

1.3. الدالة "لاو"

هي دالة ناتجة عن تجميع الدالة و الدالة

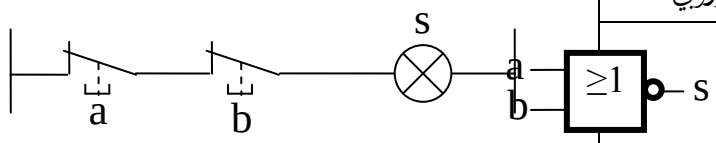
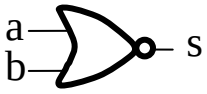
المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
		

جدول الحقيقة: و :هما متغيرا الدخول و **S** : هو متغير الخروج

a	b	S

المعادلة: **s=**

2.3. الدالة "لاو"

التركيب بالملامس	المتعامل المنطقي	
	الرمز الأوروبي	الرمز الأمريكي
		

هي دالة ناتجة عن تجميع الدالة و الدالة

جدول الحقيقة: و :هما متغيرا الدخول و : هو متغير الخروج

a	b	S
0	**0**	**1**
0	**1**	**0**
1	**0**	**0**
1	**1**	**0**

المعادلة: **s=**

4. نظرية دو مورغان"DE MORGAN":

نستطيع كتابة معادلة كل من الدالتين "لا و" و "لا أو" كالتالي:

S =

S =

و منه نستنتج نظرية دو مورغان:

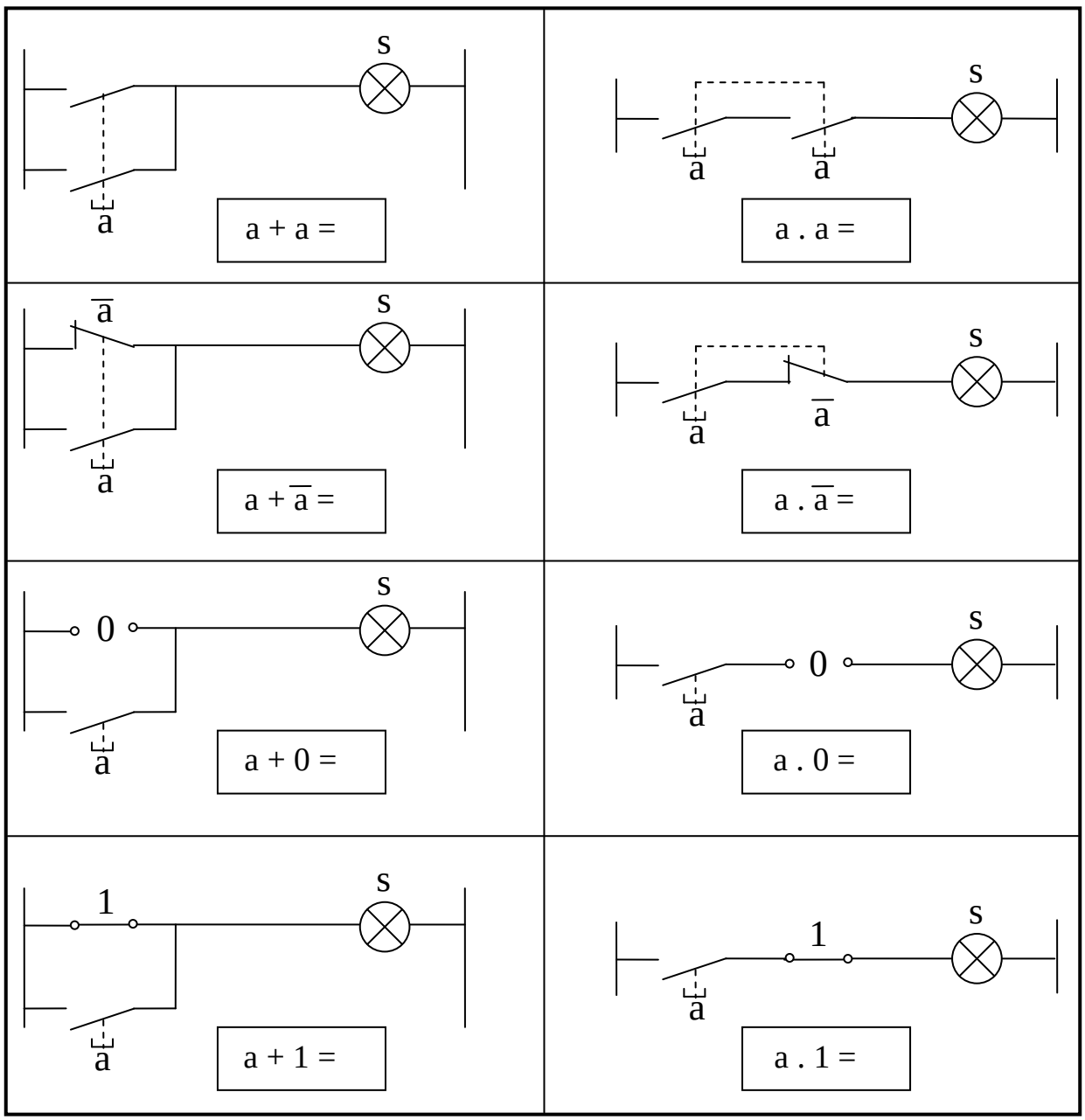
-

-

5. خصائص الجبر المنطقي: لتكن a,b,c ثلاث متغيرات منطقية

	الجمع	الضرب
خاصية التبديل		
خاصية التجميع		
خاصية التوزيع		

6.العلاقات المنطقية الشهيرة:



جبر بـول

1. جبر بول

هو جبر تأخذ فيه المتغيرات حالتين اثنتين فقط (0 أو 1) دون المرور بحالة وسيطة.

إذا اعتبر زرا ضاغطا ما، فإنه يكون في حالتين اثنتين فقط:

- لا توجد حركة فيزيائية على الزر، نقول أنه في الحالة المنطقية "0" أو أنه يساوي "0" منطقي.
- توجد حركة فيزيائية على الزر، نقول أنه في الحالة المنطقية "1" أو أنه يساوي "1" منطقي.

كذلك بالنسبة للمصباح مثلا:

- إذا كان منطفئا (عدم مرور التيار)، نقول أنه في الحالة المنطقية "0" أو أنه يساوي "0" منطقي.
- إذا كان متوهجا (مرور التيار)، نقول أنه في الحالة المنطقية "1" أو أنه يساوي "1" منطقي.

إذن نحن أمام متغير ثنائي

ملاحظة: هناك نوعان من الملامس:

ملمس للفتح و نرمز له **a**

ملمس للغلق و نرمز له $\bar{a}$

2. الدوال المنطقية الأساسية

1.2. الدالة "نعم"

جدول الحقيقة: يلخص جدول الحقيقة كل حالات متغيرات الخروج المناسبة لكل التوفيقات المحتملة لمتغيرات الدخول

a: هو متغير الدخول و **S** : هو متغير الخروج

المعادلة: **s = a**

a	S
0	
1	

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
a — ▷ — s	a — 1 — s	a, s

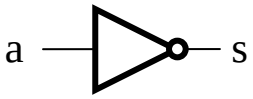
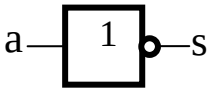
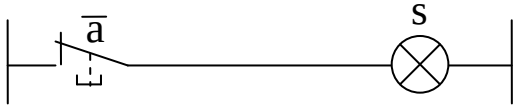
2.2. الدالة "لا"

جدول الحقيقة: **a:** هو متغير الدخول و **S** : هو متغير الخروج

a	S
0	1
1	0

المعادلة: $s = \overline{a}$

و تقرأ: **s** يساوي **a** عارضة

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
		

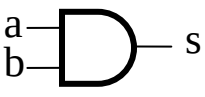
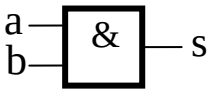
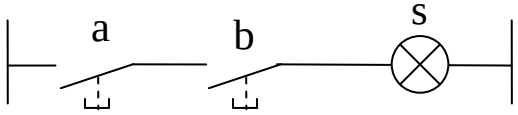
3.2. الدالة "و"

جدول الحقيقة: **a** و **b** :هما متغيرا الدخول و **S** : هو متغير الخروج

a	b	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

المعادلة: **s=a.b**

و تقرأ: **s** يساوي **a** و **b**

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
		

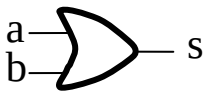
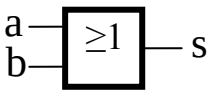
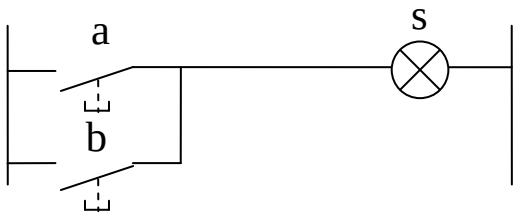
4.2. الدالة "أو"

جدول الحقيقة: **a** و **b** :هما متغيرا الدخول و **S** : هو متغير الخروج

a	b	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

المعادلة: **s=a+b**

و تقرأ: **s** يساوي **a** أو **b**

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
		

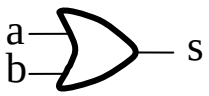
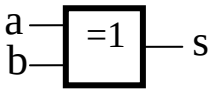
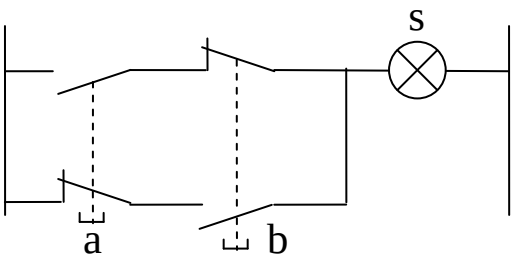
4.2. الدالة "أو الإستبعادي"

جدول الحقيقة: **a** و **b** :هما متغيرا الدخول و **S** : هو متغير الخروج

المعادلة:

$$S = a \cdot b + a \cdot b = a \oplus b$$

a	b	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
		

3. الدوال المنطقية المركبة

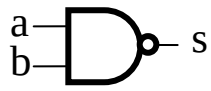
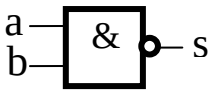
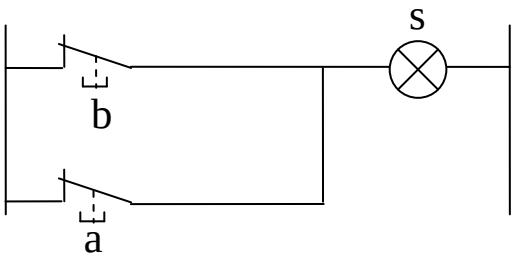
1.3. الدالة "لاو"

هي دالة ناتجة عن تجميع الدالة "و" و الدالة "لا".

جدول الحقيقة: **a** و **b** :هما متغيرا الدخول و **S** : هو متغير الخروج

المعادلة: $s = \overline{a.b}$

a	b	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
		

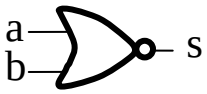
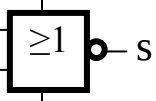
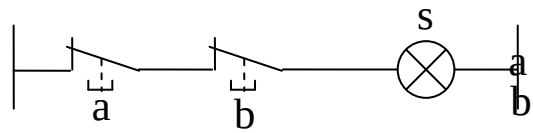
2.3. الدالة "لاو"

هي دالة ناتجة عن تجميع الدالة "أو" و الدالة "لا".

جدول الحقيقة: **a** و **b** :هما متغيرا الدخول و **S** : هو متغير الخروج

a	b	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

المعادلة: $s=\overline{a+b}$

المتعامل المنطقي		التركيب بالملامس
الرمز الأمريكي	الرمز الأوروبي	
		

4. نظرية دو مورغان"DE MORGAN":

نستطيع كتابة معادلة كل من الدالتين "لا و" و "لا أو" كالتالي:

$$S = \overline{a.b} = \overline{a} + \overline{b}$$
$$S = \overline{a+b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$$

و منه نستنتج نظرية دو مورغان:

- إن نفي جداء عدة متغيرات منطقية، هو جمع نفي كل متغير.
- إن نفي مجموع عدة متغيرات منطقية، هو جداء نفي كل متغير.

5. خصائص الجبر المنطقي:

لتكن a,b,c ثلاث متغيرات منطقية

خاصية التبديل: $a + b = b + a$ و $a \cdot b = b \cdot a$

خاصية التجميع: $(a + b) + c = a + b + c = a + (b + c)$

خاصية التوزيع: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ و $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

6. العلاقات المنطقية الشهيرة: