

المنطق التوافقي

1 - نظام التعداد

1 - تمهيد : هناك أنظمة عد مختلفة وأشهرها هو ، ولكن منذ أن اخترع الحاسوب استخدم نظام عد يناسب الخواص التقنية له وهو ويتكون أي نظام عد من رموز و أساس .

2 - أنواع نظام العد :

1 - النظام العشري : أساسه 10 ويتكون من عشرة رموز هي (0 1 2 3 4 5 6 7 8 9)

$$1865 = 5 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3$$

نقول أن العدد 1865 مكتوب في النظام العشري

2 - النظام الثنائي : أساسه 2 ويتكون من رمزين (0 1) ، يستعمل في الإلكترونيك العددية ، لأن الدارات لا تأخذ إلا
100101 : 1001

3 - النظام الثماني : أساسه 8 ورموزه هي (0 1 2 3 4 5 6 7)
534 : 1001

4 - النظام السداسي عشر : أساسه 16 ورموزه هي (0 1 2 3 4 5 6 7 8 9)
6 FE25 : 1001

3 - التحويل من نظام إلى آخر :

1 - التحويل من النظام العشري إلى النظام X :

القاعدة : نقسم العدد على أساس النظام حتى للوصول إلى النتيجة صفر ثم نكتب البواقي في

$$(47)_{10} = ()_2 = 100111$$

العدد	47		5			0
المقسوم عليه	2		2			2
الباقى	1		1			1

$$(47)_{10} = (101111)_2 \text{ الناتج}$$

$$(47)_{10} = ()_8 = 207$$

المقسوم عليه
الباقى

$$(47)_{10} = (.....)_8$$

$$(178)_{10} = ()_{16} = 10E$$

العدد
المقسوم عليه
الباقى

$$(178)_{10} = (.....)_{16}$$

2 - التحويل من النظام X إلى النظام العشري :

القاعدة :

يتم التحويل باستخدام مفهوم المرتبة حيث نضرب كل رمز من رموز العدد بقيمة المرتبة المقابلة ونجمع الجداءات.

$$(111011)_2 = (\quad)_{10} : 1 \quad \square \quad \square \quad \square$$

$$\begin{aligned} 111011 &= 1.2^0 + \dots\dots\dots + 1.2^5 \\ &= 1 + 2 + \dots\dots\dots + 32 \\ &= (\dots\dots\dots)_{10} \end{aligned}$$

$$\text{مثال رقم 2 : } (235)_8 = (\quad)_{10}$$

$$235 = \dots\dots\dots$$

$$(235)_8 = (\dots\dots\dots)_{10}$$

$$\text{مثال رقم 3 : } (AC2)_{16} = (\quad)_{10}$$

$$AC2 = \dots\dots\dots$$

$$(AC2)_{16} = (\dots\dots\dots)_{10}$$

3 - التحويل من النظام الثنائي إلى النظام الثماني : $2^3 = 8$

نجزئ الرموز ثلاثا - ثلاثا انطلاقا من اليمين ، ثم حساب قيمة كل مجموعة في الأساس العشري .

$$(110011010011)_2 = (\quad)_8 : \square \square \square$$

.....
.....

$$(110011010011)_2 = (\dots\dots\dots)_8$$

4 - التحويل من النظام الثماني إلى النظام الثنائي :

نحول كل رمز إلى الثنائي ثم نربط النتائج.

$$(264)_8 = (\quad)_2 : \square \square \square$$

.....

.....

$$(\dots\dots\dots)_8 = (010110100)_2$$

5 - التحويل من النظام الثنائي إلى النظام السداسي عشر : $2^4 = 16$

نجزئ الرموز أربعة - أربعة انطلاقا من اليمين ، ثم حساب قيمة كل مجموعة في الأساس العشري.

$$(10110011111011)_2 = (\quad)_{16} : \square \square \square \square$$

$$0010 \quad 1100 \quad 1111 \quad 1011$$

$$2 \quad C \quad F \quad B$$

$$(10110011111011)_2 = (2CFB)_{16}$$

6 - التحويل من النظام السداسي عشر إلى النظام الثنائي

نحول كل رمز إلى الثنائي ثم نربط النتائج .

$$(3A9)_{16} = (\quad)_2 : \square \square \square \square$$

.....

.....

$$(3A9)_{16} = (\dots\dots\dots)_2$$

4 - الترميز في مختلف الأنظمة :

النظام العشري	النظام الثنائي	النظام الثماني	النظام السداسي عشر
0	0000	0	0
1		1	1
2		2	2
3			3
4			4
5	0101	5	
6	0110	6	
7	0111	7	
8			8
9			9
10	1010	12	
11	1011	13	
12			
13			
14		16	E
15	1111	17	F

4 - العمليات الحسابية في النظام الثنائي :

1 - الجمع : كل عدد أكبر من 1 يولد احتفاظا .

A	B	A + B	R
0	0		0
1	0		0
0	1		0
1	1		1

مثال أتمم عملية الحساب التالية :

$$\square = 1111 + 10101001$$

$$\dots\dots\dots =$$

2 - الطرح : في عملية الطرح تظهر الاستعارة .

A	B	A - B	R
0	0		0
1	0		0
0	1		1
1	1		0

$$\square = 1001 - 1111 \quad : \square\square\square\square$$

$$\dots\dots\dots =$$

3- الضرب : $101 \times 1011 : 1000$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \times 101 \\ \hline 1011 \\ 0000 \\ 1011 \\ \hline 101111 \end{array}$$

• القسمة : $11 : 1111 : 1000$
 $1111 \quad 11$
 00
 00

5- النظام BCD :

هذا الترميز يحتفظ بإيجابيات النظام العشري و النظام الثنائي ، ننسب لكل رمز عشري كلمة ثنائية ذات أربع بيت .

	0	1	2		4	5	6	7		
BCD	0000	0001	0010		0100	0101		0111		

ترميز العدد 547 في النظام BCD

5 4 7
0101 0111

$$(547)_{10} = (0101.....)_{BCD}$$

6- النظام الثنائي المنعكس (GRAY) :

عدنان متجاوران لا يختلفان إلا ببيت واحد ، نقول أن العددين متتالين

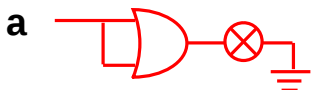
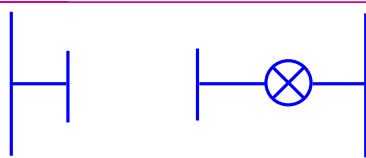
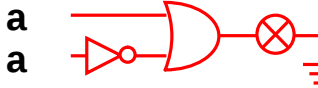
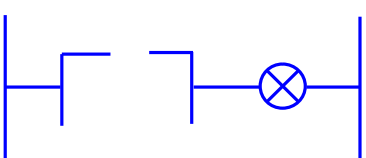
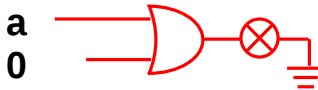
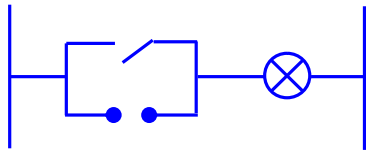
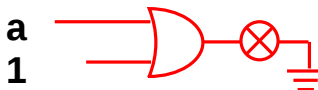
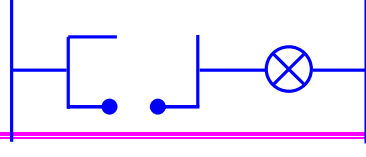
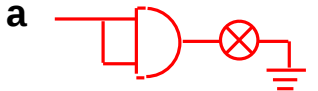
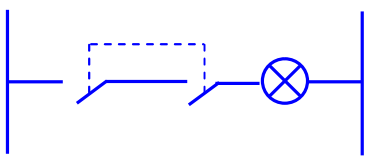
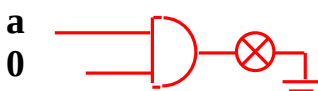
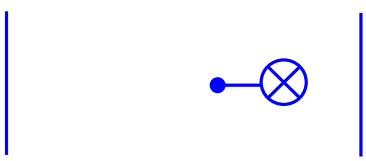
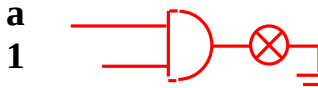
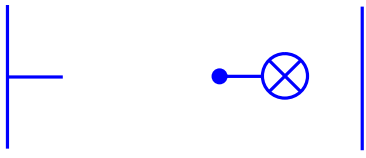
العشري	الثنائي الطبيعي				الثنائي المنعكس (gray)			
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0			0	0	1	2
3	0	0			0	0	1	3
4	0				0		0	4
5	0				0		0	5
6	0				0		1	6
7	0				0		1	7
8	1	0	0	0	1	0	0	8
9		0	0	1		0	0	9
10		0	1	0		0	1	10
11		0	1	1		0	1	11
12	1	1	0	0	1	1	0	12
13	1	1	0	1	1	1	0	13
14	1	1	1	0	1	1	1	14
15	1	1	1	1	1	1	1	15

7- جبر بول :

1- تعريف الجبر المنطقي الذي طرحه (جورج بول) عام 1847 هو الجبر الثنائي الذي يختلف عن العادي والذي يستعمل الترقيم الثنائي 0 أو 1 .

2- المتعاملات المنطقية الأساسية :

الدالة	الرمز الأمريكي	الرمز الفرنسي	جدول الحقيقة	م المنطقية	الدارة الكهربائية															
نعم OUI			<table><tr><th>a</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	a	S	0		1		$S = a$										
a	S																			
0																				
1																				
لا NON NO			<table><tr><th>a</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	a	S	0		1		$S = \bar{a}$										
a	S																			
0																				
1																				
و ET AND			<table><tr><th>a</th><th>b</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr></table>	a	b	S	0	0		0	1		1	0		1	1		$S = a \cdot b$	
a	b	S																		
0	0																			
0	1																			
1	0																			
1	1																			
أو ET OR			<table><tr><th>a</th><th>b</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr></table>	a	b	S	0	0		0	1		1	0		1	1		$S = a + b$	
a	b	S																		
0	0																			
0	1																			
1	0																			
1	1																			
و "و" NAND			<table><tr><th>a</th><th>b</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr></table>	a	b	S	0	0		0	1		1	0		1	1		$S = \overline{a \cdot b}$	
a	b	S																		
0	0																			
0	1																			
1	0																			
1	1																			
"أو" NOR			<table><tr><th>a</th><th>b</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr></table>	a	b	S	0	0		0	1		1	0		1	1		$S = \overline{a + b}$	
a	b	S																		
0	0																			
0	1																			
1	0																			
1	1																			
أو الاستبعادي ET EXCLU NXOR			<table><tr><th>a</th><th>b</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	a	b	S	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	$S = a \oplus b$	
a	b	S																		
0	0	0																		
0	1	1																		
1	0	1																		
1	1	0																		
لا أو الاستبعادي OU EXCLU XOR			<table><tr><th>a</th><th>b</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	a	b	S	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	$S = \overline{a \oplus b}$	
a	b	S																		
0	0	1																		
0	1	0																		
1	0	0																		
1	1	1																		

المخطط المنطقي	المعادلة	جدول الحقيقة	الدارة الكهربائية									
	$S = a + a$	<table><tr><th>a</th><th>a + a</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	a	a + a	0		1					
a	a + a											
0												
1												
	$S = a + \bar{a}$	<table><tr><th>a</th><th>$\bar{a}$</th><th>a + $\bar{a}$</th></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>	a	$\bar{a}$	a + $\bar{a}$	0			1			
a	$\bar{a}$	a + $\bar{a}$										
0												
1												
	$S = a + 0$	<table><tr><th>a</th><th>0</th><th>a + 0</th></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>	a	0	a + 0	0			1			
a	0	a + 0										
0												
1												
	$S = a + 1$	<table><tr><th>a</th><th>1</th><th>a + 1</th></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>	a	1	a + 1	0			1			
a	1	a + 1										
0												
1												
	$S = a . a$	<table><tr><th>a</th><th>a . a</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	a	a . a	0		1					
a	a . a											
0												
1												
	$S = a . \bar{a}$	<table><tr><th>a</th><th>$\bar{a}$</th><th>a . $\bar{a}$</th></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>	a	$\bar{a}$	a . $\bar{a}$	0			1			
a	$\bar{a}$	a . $\bar{a}$										
0												
1												
	$S = a . 0$	<table><tr><th>a</th><th>0</th><th>a . 0</th></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>	a	0	a . 0	0			1			
a	0	a . 0										
0												
1												
	$S = a . 1$	<table><tr><th>a</th><th>1</th><th>a . 1</th></tr><tr><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>	a	1	a . 1	0			1			
a	1	a . 1										
0												
1												
$a . b = \dots\dots\dots$		$a + b = \dots\dots\dots$	التبديلية									
$a.(b.c) = \dots\dots\dots$		$a+(b+c) = \dots\dots\dots$	التجميعية									
$a.(b+c) = \dots\dots\dots$		$a+b.c = \dots\dots\dots$	التوزيعية									

8 قانونين دي مورقين :

1 - إتمام الجداء المنطقي

2 - إتمام الجمع المنطقي

$$\overline{a + b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$$

$$\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$$

a	b	a + b	$S_1 = \overline{a + b}$	$\overline{a}$	$\overline{b}$	$S_2 = \overline{a} \cdot \overline{b}$
0	0					
1	0					
0	1					
1	1					

a	b	a . b	$S_1 = \overline{a \cdot b}$	$\overline{a}$	$\overline{b}$	$S_2 = \overline{a} \cdot \overline{b}$
0	0					
1	0					
0	1					
1	1					

1 : أوجد نفي الدالة $S_1 = a \cdot b + \overline{c} \cdot b$

2 : أوجد نفي الدالة $S_2 = a + b \cdot c$

$$(\overline{a+b})(b+c)$$

$$(\overline{a+b})(b+c)$$

9 : استخرج المعادلة المنطقية من جدول الحقيقة :

a	b	c	S
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	0	0
0	0	1	0
1	0	1	1
0	1	1	0
1	1	1	1

S.....

10 : تبسيط المعادلات المنطقية : هناك طريقتان :

1- الطريقة الجبرية : تعتمد هذه الطريقة على خواص جبر بول والعلاقات الأساسية :
 اختزل المعادلات التالية :

$$S_1 = a + a \cdot b \cdot c + a \cdot b \cdot \overline{c} + a \cdot b + \overline{a} \cdot d + a \cdot \overline{d}$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= a + a \cdot b \text{ (علاقة أساسية)}$$

$$S_1 = a + b$$

$$S_2 = (a + b)(a + \overline{b})$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= 0 + b(a + a + 1)$$

$$S_2 = \dots\dots$$

2 طريقة كرنو : الطريقة الجبرية تشترط معرفة جيدة لقواعد جبر بول ،لذا نفضل استعمال طريقة بيانية، هي طريقة كرنو .

يملأ جدول كرنو بنظام الثنائي المنعكس (gray) .

1 - جدول كرنو لمتغيرين :

a	b	S
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

a \ b	0	1
0		
1		

2 - جدول كرنو لثلاث متغيرات :

c	b	a	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

ba \ c	0	1	0	1
0				
1				

3- جدول كرنو باربع متغيرات :

d	c	b	a	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

ba \ dc	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

4- الاختزال بطريقة كارنو :

1- الأزواج : الزوج هو خانتان متجاورتان .

المتغيرة التي تحذف هي التي تتغير من المتممة الى غير المتممة أو العكس

S =
S =

ba \ dc	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	0	0

S =
S =

ba \ dc	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	1	0	0
10	0	0	1	1

S =
S =

ba \ dc	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	1	1	0
10	0	1	0	0

S =
S =

ba \ dc	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	1
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

S =
S =

ba \ dc	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	1	0

2 – الرباعيات : هو أربع خانات متجاورة .

S =
S =

ba \ dc	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

S =
S =

ba \ dc	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	1	0

S =
S =

ba \ dc	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	1	1	0

S =
S =

ba \ dc	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

3 – الثمانيات : هو ثماني خانات متجاورة .

$S = \dots\dots\dots$
 $S = \dots\dots\dots$

$\begin{smallmatrix} b \\ dc \end{smallmatrix}$	00	01	11	
0	0	1	1	0
0	0	1	1	0
1	0	1	1	0
10	0	1	1	0

$S = \dots\dots\dots$
 $S = \dots\dots\dots$

$\begin{smallmatrix} b \\ dc \end{smallmatrix}$	00	01	11	
0	1	0	0	1
0	1	0	0	1
1	1	0	0	1
10	1	0	0	1

4 – التداخل :

$S = \dots\dots\dots$
 $S = \dots\dots\dots$

$\begin{smallmatrix} b \\ dc \end{smallmatrix}$	00	01	11	
0	0	1	1	0
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1
10	0	1	1	0

$S = \dots\dots\dots$
 $S = \dots\dots\dots$

$\begin{smallmatrix} b \\ dc \end{smallmatrix}$	00	01	11	
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
1	1	1	1	1
10	1	1	1	1

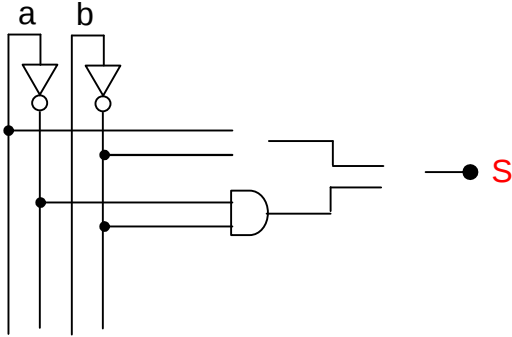
$S = \dots\dots\dots$
 $S = \dots\dots\dots$

$\begin{smallmatrix} b \\ dc \end{smallmatrix}$	00	01	11	
0	0	1	1	0
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1
10	0	1	1	0

11 - المخطط المنطقي :

1- مخطط عام:

$$S = a\bar{b} + \bar{a}b$$

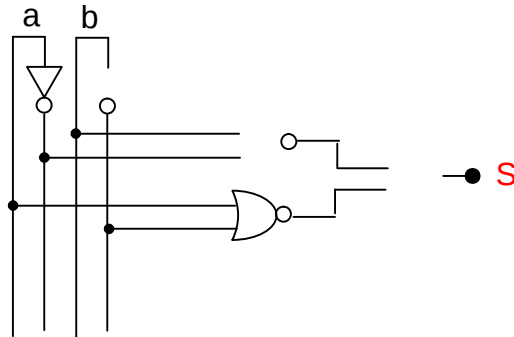


2 - باستعمال البوابة " لا أو " :

$$S = (\bar{a} + b)(a + \bar{b})$$

$$S = (\overline{(\bar{a} + b)})(\overline{(a + \bar{b})})$$

$$S = \overline{(\bar{a} + b) + (a + \bar{b})}$$



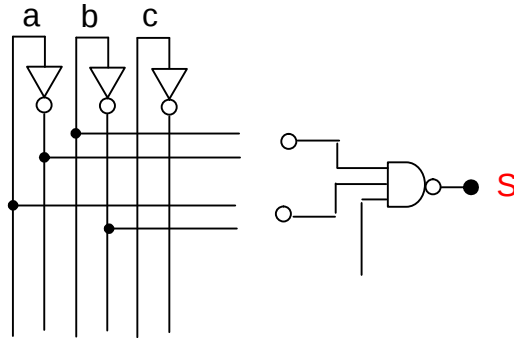
3 - باستعمال البوابة " لا و " :

$$S = \bar{a}b + a\bar{b} + c$$

$$S = \dots\dots\dots$$

$$S = \dots\dots\dots$$

$$S = (\dots\dots\dots)$$



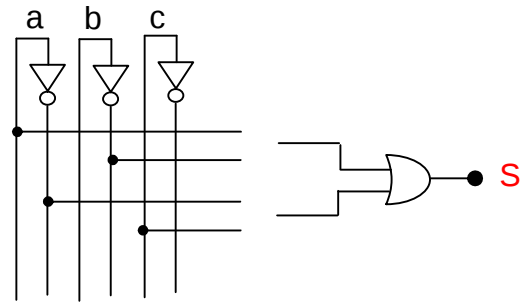
5 - أمثلة :

1 إختزل المعادلة التالية بطريقة كارنو ثم مثلها منطقيا:

$$S = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc$$

$$S = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}c$$

ba \ c	00	01	11	10
0	0			
1	1			1



2- إختزل المعادلة التالية بطريقة كارنو ثم مثلها منطقيا باستعمال البوابة " NAND " :

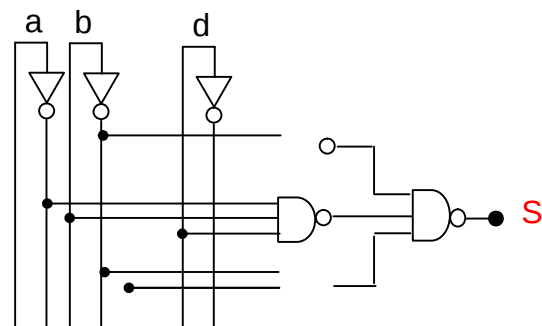
$$S = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}bc\bar{d} + \bar{a}bcd + ab\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d$$

ba \ dc	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	1	0	0
11	0	0	0	1
10	0	0	1	1

$$S = \bar{b}\bar{d} + \bar{a}bd + b\bar{c}d$$

$$S = \bar{\bar{b}\bar{d}} + \bar{\bar{a}bd} + \bar{\bar{b}\bar{c}d}$$

$$S = (\bar{b}\bar{d}) \cdot (\bar{\bar{a}bd}) \cdot (\bar{\bar{b}\bar{c}d})$$



1 - مسائل في المنطق التوافقي :

المسألة 1 :

- يشتغل محرك ذو سرعتين بواسطة زرین ضاغطين a و b .
- حالة الراحة يكون a و b غير مضغوطين .
- الضغط على a فقط ، المحرك يدور بسرعة صغيرة .
- الضغط على a و b معا المحرك يدور بسرعة كبيرة .
- الضغط على b فقط ، المحرك يدور بسرعة كبيرة .

الحل :

- عدد متغيرات الدخول :

مدخلين ... و ← ... توفيقات (.... حالات) .

- عدد المخرج :

مخرجين : سرعة G_V وسرعة P_V

b	a	G_V	P_V
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

	a	0	1
b	0	0	0
	1		

→ $G_V = \dots\dots$

→ $P_V = \dots\dots$



المسألة 2 :

- ثلاث قاطعات a و b و c تتحكم في اشعال مصباحين L_1 و L_2 حسب الشروط التالية :
- بمجرد ان تكون قاطعة او عدة قواطع مغلقة يشتعل المصباح الاول L_1 .
- المصباح الثاني L_2 لا يشتعل الا اذا كانت قاطعتان مغلقتان .

الحل :

- عدد متغيرات الدخول :

3 مداخل ... و و ← 8 توفيقات (.... حالات) .

□ عدد المخرج :

مخرجين : المصباح والمصباح

c	b	a	L_1	L_2
0	0	0	0	0
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1	1	1



	ba	00	01	11	10
c	0	0	1		
	1				

$L_1 = \dots\dots\dots$



	ba	00	01	11	10
c	0	0	0		0
	1				1

$L_2 = \dots\dots\dots$

