ثانوية مكاوي باحة – براقي – الأحد 26 فيفري 2012

السنة الأولى علمي المدة: ساعتين

إختبار الثلاثي الثاني لمادة الرياضيات

التمرين الأوّل:

برّر صحّة أو خطأ الجمل التالية:

1) تحليل العبارة: $(2x - 10)(x + 1) - 25 - x^2$ هو $(x - 5)(x + 3)$

2) الدالة $x \longrightarrow \frac{3x+1}{x}$ تسمى دالة مقلوب.

3) معامل توجيه الدالة التآلفية $x \longrightarrow 2(x - 3) - x$ هو $a = 2$.

4) العبارة $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$ تساوي $\frac{x}{x(x-1)}$.

5) القيم الممنوعة للعبارة $\frac{x}{x^2-3}$ هي -3 وَ 3

التمرين الثاني:

ليكن x عنصر من المجال $[0 ; \pi]$

1) نعتبر $A = 1 - \sin x \cos x$. أحسب قيمة A من أجل $x = \frac{3\pi}{4}$.

2) إذا علمت أنّ $\cos x = \frac{4}{5}$. فأحسب $\sin x$.

التمرين الثالث:

f وَ g دالتان عدديتان للمتغيّر الحقيقي x معرفتين بـ:

$f(x) = x^2 + 2x - 1$ ، $g(x) = \frac{-2x-1}{x+1}$

(C_f) وَ (C_g) تمثيليهما في مستوي منسوب إلى معلم متعامد وَ متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

1) أ / أثبت باستعمال الشكل النموذجي أنّه من أجل كل x من R يكون: $f(x) = (x + 1)^2 - 2$

ب / أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ / بيّن أنّه يمكن استنتاج المنحنى (C_f) إنطلاقا من المنحنى (P) الممثل للدالة مربع.

د / عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل

2) أ / حدّد مجموعة تعريف الدالة g.

ب / أحسب $g(0)$ وَ $g(-2)$.

جـ / تحقق أنّه من أجل كل x من D_g $g(x) = -2 + \frac{1}{x+1}$

د / أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

هـ / بيّن أنّه يمكن استنتاج المنحنى (C_g) إنطلاقا من المنحنى (H) الممثّل للدالة مقلوب.

3) أ / أنشئ كل من (C_f) وَ (C_g).

ب / حدّد بيانيا حلول المعادلة $f(x) = g(x)$

جـ / حدّد بيانيا حلول المتراجحة $f(x) \leq g(x)$

التمرين الرابع:

ABCD شبه منحرف قائم حيث: $AB = 6\ cm$ ، $CD = 2\ cm$ وَ $AD = 4\ cm$.

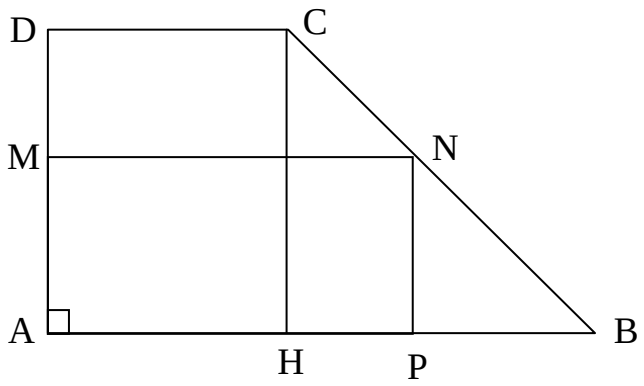
ADCH وَ MNPA مستطيلان مرسومان داخل شبه المنحرف.

نضع $AM = x$.

1) بيّن أنّ $BP = x$.

2) إلى أي مجال ينتمي إليه x ؟

3) نسمي $\mathcal{A}(x)$ مساحة المستطيل AMNP. بيّن أنّ: $\mathcal{A}(x) = -x^2 + 6x$



التمرين الأوّل: (05 ن)

1) خطأ: $x^2 - 25 - (x + 1)(2x - 10) = (x - 5)[(x + 5) - (x + 1)2]$ 01
$= (x - 5)(x + 5 - 2x - 2) = (x - 5)(-x + 3)$

2) خطأ: الدالة مقلوب هي : $x \longrightarrow \frac{1}{x}$ 01

3) خطأ: $2x - 6 - x = x - 6$ 01

4) خطأ: $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} = \frac{x-1-x}{x(x-1)} = \frac{-1}{x(x-1)}$ 01

5) خطأ: القيم الممنوعة لـ: $\frac{x}{x^2-3}$ هي: $\sqrt{3}$ وَ $-\sqrt{3}$ 01

التمرين الثاني: (03 ن)

1) $A = 1 - \sin x \cos x$

$x = \frac{3\pi}{4}$ $\sin\frac{3\pi}{4} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos\frac{3\pi}{4} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

إذن $A = 1 + \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$ 02

2) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

إذن: $\sin^2 x + \frac{\sqrt{16}}{25} = 1$ $\sin^2 x = \frac{9}{25}$

$\sin x = \frac{3}{5}$ أو $\sin x = -\frac{3}{5}$ مرفوضة 01

التمرين الثالث: (10 ن)

$f(x) = x^2 + 2x - 1$

1) أ / $\Delta = 8$ $f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$ وَ منه: $f(x) = (x + 1)^2 - 2$ 0,5

ب / إتجاه التغير على المجال $]-\infty ; -1[$

$x_1 < x_2$ إذن $x_1 + 1 < x_2 + 1$ (سالبين)

$(x_1 + 1)^2 > (x_2 + 1)^2$ إذن: $(x_1 + 1)^2 - 2 > (x_2 + 1)^2 - 2$ أي $f(x_1) > f(x_2)$ 0,5

إذن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty ; -1[$

إتجاه التغير على المجال $]-1 ; +\infty[$

$x_1 < x_2$ إذن $f(x_1) < f(x_2)$

إذن الدالة f متزايدة تماما على $]-1 ; +\infty[$ 0,5

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	↘	-2	↗

0,5

جـ/ $f(x) = (x+1)^2 - 2$ $\quad y + 2 = (x+1)^2$ — 0,5

(C_f) هو صورة P بانسحاب شعاعه $\vec{V}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$

د / $f(x) = 0$ أي $(x+1)^2 - 2 = 0$

$(x+1)^2 = 0$ أي $x + 1 = \sqrt{2}$ أو $x + 1 = -\sqrt{2}$ — 0,25x2

$x = -1 + \sqrt{2}$ أو $x = -1 - \sqrt{2}$

المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين $(0\ ;\ -1 + \sqrt{2})$ ، $(0\ ;\ -1 - \sqrt{2})$

2) $g(x) = \frac{-2x-1}{x+1}$

أ / $D =]-\infty\ ;\ -1] \cup]-1\ ;\ +\infty[$ — 0,5

ب / $g(0) = -1$ ، $g(-2) = -3$ — 0,5 — 0,5

جـ / $g(x) = -2 + \frac{1}{x+1} = \frac{-2x-2+1}{x+1} = \frac{-2x-1}{x+1}$ — 0,5

د / إتجاه تغير g على $]-1\ ;\ +\infty[$

$x_1 < x_2$ إذن $x_1 + 1 < x_2 + 1$

$\frac{1}{x_1+1} > \frac{1}{x_2+1}$ — 0,5

$g(x_1) > g(x_2)$ أي: $-2 + \frac{1}{x_1+1} > -2 + \frac{1}{x_2+1}$

إذن الدالة g متناقصة تماما على $]-1\ ;\ +\infty[$ — 0,5

إذن الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty\ ;\ -1[$

0,5

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g(x)$		↘	‖	↘	

$y = -2 + \frac{1}{x+1}$ $\quad y + 2 = \frac{1}{x+1}$ — 0,5

(C_g) هو صورة H بانسحاب شعاعه $\vec{U}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$

ب / $f(x) = g(x)$ $\quad S = \{0\}$ — 0,5

$f(x) \leq g(x)$ $\quad S = [-1\ ;\ 0]$ — 0,5

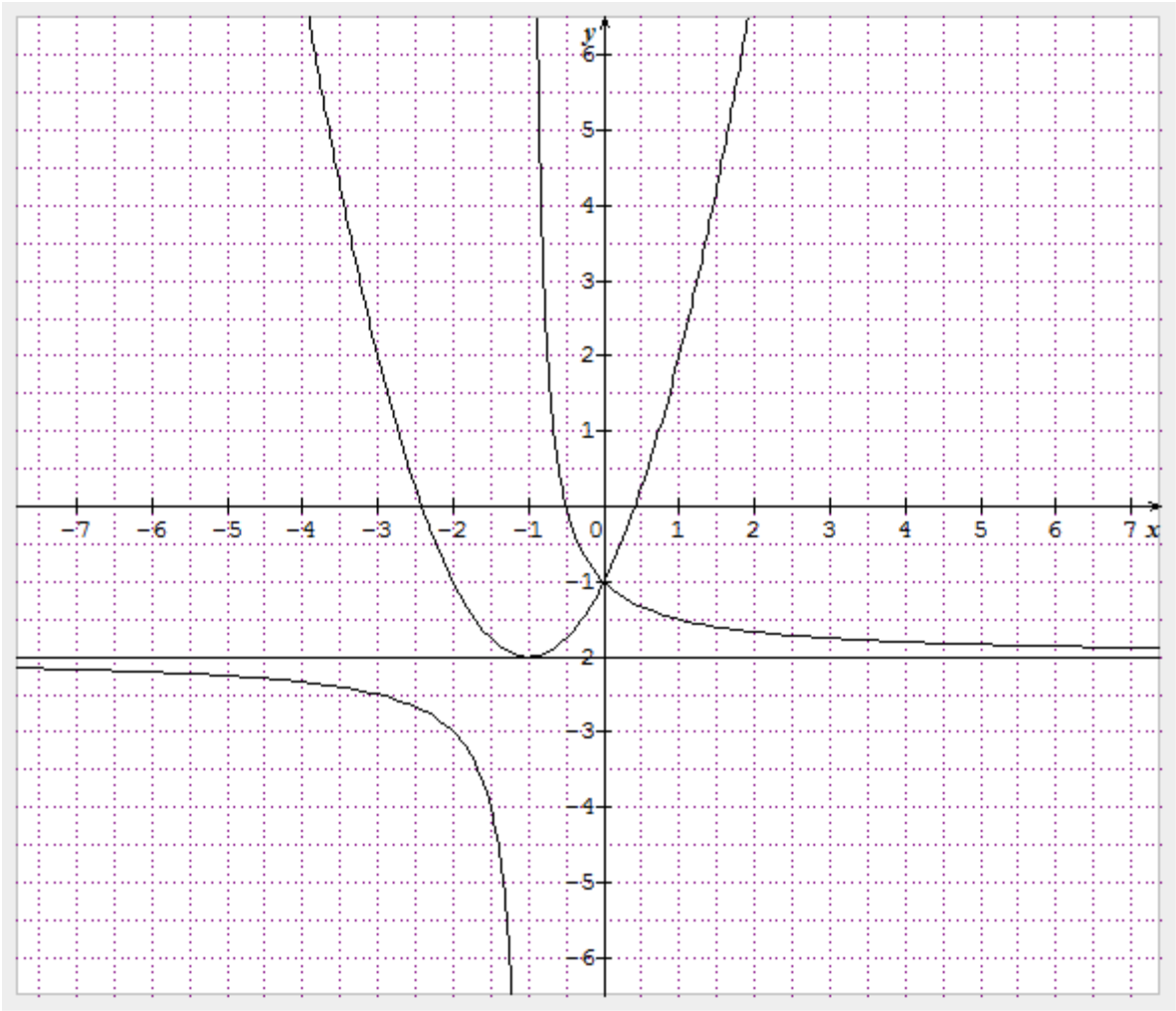
التمرين الرابع: (02 ن)

1) إثبات أن: $BP = x$

$BP = x$ ، $\frac{BP}{x4} = \frac{x}{x4}$ أي $\frac{BP}{BH} = \frac{BN}{BC} = \frac{PN}{CH} = \frac{x}{x4}$ $(PN = AM)$ — 01

2) $x \in [0\ ;\ 4]$ — 0,5

3) $A(x) = x(6-x) = -x^2 + 6x$ — 0,5


y
x
6
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7