

المستوى: الأولى جذع مشترك علوم وتكنولوجيا

الحصة: جبر

الموضوع: الدالة جيب تمام و الدالة جيب

الكفاءات المستهدفة: تحديد اتجاه تغير الدالتين جيب تمام و الدالة جيب على مجال معطى و تمثيلهما البياني

سير الدرس

5. الدالة الجيب و الجيب تمام

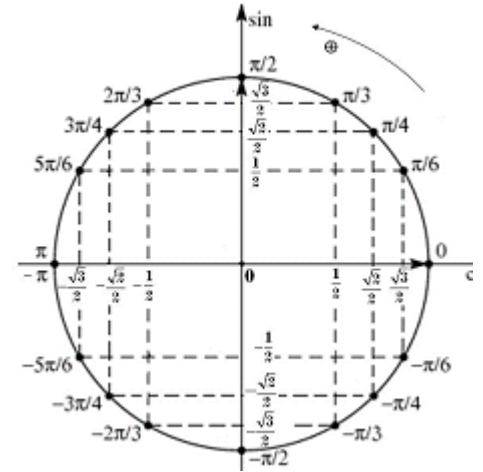
- النشاط رقم 02 ص 84 من الكتاب المدرسي
- النشاط رقم 03 ص 84
- النشاط رقم 05 ص 85

الدائرة المثلثية

- نقول عن دائرة (C) إنها موجهة إذا اخترنا عليها اتجاها للحركة نصطلح على أن الاتجاه المباشر أو الموجب هو الاتجاه المخالف لاتجاه دوران عقارب الساعة و الاتجاه غير المباشر أو السالب هو الاتجاه الموافق لاتجاه دوران عقارب الساعة.

- (O, I, J) معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

الدائرة الموجهة التي مركزها O و نصف قطرها 1 تسمى الدائرة المثلثية.



المستقيم العددي والدائرة المثلثية:

(C) دائرة مثلثية في المعلم المتعامد والمتجانس (O, I, J) ، مماس الدائرة المثلثية في I و K نقطة من

$$(D) \text{ حيث } \overline{IK} = \overline{OJ}$$

- نرفق بكل عدد حقيقي x النقطة m من (D) التي فاصلتها x في المعلم الخطي (I, K) و بلغ (D)

على (C) ، تتطبق m على نقطة من (C)

- كل عدد حقيقي x تقابله نقطة وحيدة M على (C) نقول إن M هي صورة x و نقول كذلك إن x هو قيس

للزاوية الموجهة $(\overline{OI}; \overline{OM})$ العدد الحقيقي x يسمى قيسا بالراديان للزاوية الموجهة $(\overline{OI}; \overline{OM})$ ونكتب

$$(\overline{OI}; \overline{OM}) = x \text{ rad}$$

ملاحظات:

الكفاءة المستهدفة

تعيين جيب تمام و جيب زاوية في مثلث قائم

جيب تمام و جيب زاوية في ربع دائرة

معرفة الدائرة

المثلثية

إرفاق كل نقطة من الدائرة المثلثية بعدد حقيقي

تعليم نقطة على الدائرة المثلثية

- طول القوس \overline{PM} هو طول القطعة $[Im]$ وهو $|x|$
- عندما تتحرك m على (D) انطلاقاً من I في اتجاه الشعاع \overline{IK} : M تتحرك على (C) في الاتجاه المباشر (x عدد موجب)
- عندما تتحرك m على (D) انطلاقاً من I في الاتجاه المعاكس لاتجاه الشعاع \overline{IK} : M تتحرك على (C) في الاتجاه غير المباشر (x عدد سالب) .
- نعبّر عن قياس القوس \overline{PM} وقياس الزاوية الموجهة $(\overline{OI}; \overline{OM})$ بنفس العدد الحقيقي x
- كلّ موضع للنقطة M من الدائرة المثلثية (C) يقابله لانهاية من الأعداد الحقيقية x من الشكل $x = \alpha + k(2\pi)$ مع k صحيح نسبي حيث $(\overline{OI}; \overline{OM}) = \alpha \text{ rad}$

معرفة تحويل
الدرجة الى الراديان
و العكس

👉 التحويل من راد إلى درجات ص 97

👉 الطريقة :

التحويل من و إلى الدرجة والرديان تتم باستعمال التناسبية و $\pi \text{rad} = 180^\circ$

👉 تمرين محلول ص 97

👉 التمرين رقم 50 ص 110

الدالة جيب و الدالة الجيب تمام

• تعريف:

x عدد حقيقي ، M النقطة المرفقة بالعدد من الدائرة المثلثية في المعلم (O, I, J)

- نسمي فاصلة M جيب تمام العدد x و نرمز إليه بالرمز $\cos x$

- نسمي ترتيب M جيب العدد x و نرمز إليه بالرمز $\sin x$

• مبرهنة

من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $-1 \leq \cos(x) \leq 1$ و $-1 \leq \sin(x) \leq 1$ و $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
 $\sin(x) = -\sin(-x)$ و $\cos(-x) = \cos(x)$

وضع نقط على الدائرة المثلثية

الطريقة

نعين الصورة M لعدد حقيقي x على الدائرة المثلثية كالآتي :

- إذا كان $x \geq 0$: M تقطع قوساً طولها x في الاتجاه المباشر و في الحالة $x \geq 2\pi$ نكتب x على الشكل

$x = k \times 2\pi + \alpha$ باستعمال القسمة (K هو عدد دورات M و α عدد حقيقي ينتمي إلى $[0, \pi]$)

- إذا كان $x \leq 0$: M تقطع قوساً طولها $|x|$ في الاتجاه غير المباشر و في الحالة $|x| \geq 2\pi$ نكتب $|x|$ على

الشكل $|x| = k \times 2\pi + \alpha$ باستعمال القسمة (K هو عدد دورات M و α عدد حقيقي ينتمي إلى $[0, \pi]$)

التمرين المحلول من الكتاب المدرسي ص 97

التمرين رقم 51 ص 110

• العلاقات المثلثية :

• الدالة \cos

- التعريف : الدالة \cos هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد $\cos x$. وهي دالة زوجية

- اتجاه تغير : الدالة \cos متناقصة تماماً على المجالين $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ و $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

- التمثيل البياني : ننشئ التمثيل البياني للدالة \cos على المجال $[0, \pi]$ ننتم هذا الرسم على $[-\pi, 0]$ بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب لأن الدالة \cos زوجية.

• الدالة \sin

- التعريف : الدالة \sin هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد $\sin x$ وهي دالة فردية.

- اتجاه تغير : الدالة \sin متزايدة تماماً على المجال $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ و متناقصة تماماً على المجال $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

- التمثيل البياني : ننشئ التمثيل البياني للدالة \sin على المجال $[0, \pi]$ ننتم هذا الرسم على $[-\pi, 0]$ بالتناظر بالنسبة للمبدأ لأن الدالة \sin فردية .

• ملاحظة

يمكن استنتاج أي جزء من بيان الدالة \cos أو \sin وذلك بانجاز مثيلات له لأن من أجل كل عدد حقيقي x

لدينا $\cos(x) = \cos(x + 2\pi)$ و $\sin(x) = \sin(x + 2\pi)$

-التمرين رقم 54 ص 110

معرفة العددين
 $\sin x$ و $\cos x$

بالتناظر بالنسبة للمبدأ لأن الدالة \sin فردية .

• ملاحظة

يمكن استنتاج أي جزء من بيان الدالة \cos أو \sin وذلك بانجاز مثيلات له لأن من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $\sin(x) = \sin(x + 2\pi)$ و $\cos(x) = \cos(x + 2\pi)$

-التمرين رقم 54 ص 110

تمثيل الدالة جيب
تمام و الدالة جيب
على مجال معطى

* دالة $x \rightarrow \cos x$ دورية ودورها 2π إذن يكفي دراستها على $]-\pi; \pi]$ و حيث أن $x \rightarrow \cos x$ زوجية فنقتصر دراستها على $[0; \pi]$

جدول التغيرات

x	0	π
$\cos x$	1	-1

دالة $x \rightarrow \sin x$ دورية ودورها 2π إذن يكفي دراستها على $]-\pi; \pi]$ و حيث أن $x \rightarrow \sin x$ فردية فنقتصر دراستها على $[0; \pi]$

جدول التغيرات

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin x$	0	1	0

