المستوى: الأولى جذع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصة : جبـــــر
الموضوع : مفاهيم على الدوال
الكفاءات المستهدفة : تحديد دالة (متغيرها ، مجموعة تعريفها ، مجموعة قيمها)

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

1. مفـــهوم دالة :

- النشـــاط رقم 01 ص 50 من الكـــتاب المدرسي
- تـــعـــريف 1 :

D جزء من $\boldsymbol{R}$. نعـــرّف دالة f على D عندما نرفق بكـــلّ عدد حقيقي x من D عددا حقيقيا وحيدا نرمز إليه بالرمز $f(x)$

تحديد دالة (متغيرها ، مجموعة تعريفها ، مجموعة قيمها)

نكتب :

$$D \longrightarrow \boldsymbol{R}$$
$$x \longrightarrow f(x)$$

يقرأ $f(x)$: f لـــ x

وx المتغير و مرتبط بالمتغير x

- مـــصـــطلحات:

العدد $f(x)$ يـــســـمى **صـــورة** العدد x بالدالة f.

العدد x يـــســـمى **سابقة** العدد $f(x)$ بالدالة f.

المجموعة D **تسمى مجموعة تعريف** الدالة f.

عموما نرمز للدوال بإحدى الرموز التالية: f، g، h .....

ملاحظة: يمكن تعريف دالة f على D بإحدى الطرق الثالثة: - بدستور – بتمثيل بياني – بجدول قيم .

- تـعريف دالة بدستور

D جزء من $\boldsymbol{R}$. لتعـــريف دالة f على D بـــدستور نعبر عن $f(x)$ بدلالة x من D .

مـــثـــال:

دالة معرّفة على $[-1\ ;\ 3]$ بالشكـــل : $f(x) = x + 3$ (تعريف بواسطة دستـــور)

- مجموعة التعريف هي $[-1\ ;\ 3]$

- لدينا: $1 + 3 = 4$ أي $f(1) = 4$ ومنه صورة 1 هي 4 وسابقة 4 هي 1 .

. حساب صورة عـدد بدالة :

الطريقة :

تعيين صورة عدد أو سابقة عدد وفق دالة معرفة بواسطة منحنى أو دستور

f دالة معرّفة على D (D جزء من $\boldsymbol{R}$) ، a عدد حقيقي من D

لتعيين صورة a يكـــفي تعويض x بـــ a في العبارة $f(x)$ (أي حساب $f(a)$)

⇦ **تـــمـــرين محلول :**

دالة معرّفة على $[-1\ ،\ 3]$ كما يلي : $f(x)=2x+3$

1.أحسب صورة 1، 0، 2 لدالة f.

الحل:

لدينا :

$f(2)=2\times2+3=7$; $f(0)=2\times0+3=3$; $f(1)=2\times1+3=5$

إذا صورة 2 هي 7 و صورة 0 هي 3 و أخيرا صورة 1 هـــي 5

☜ **التمرين رقم 22 ص 74 من الكـــتاب المدرسي**

. حساب سابقة عدد بدالة :

الطريقة

لتعيين سابقة عدد حقيقي b بدالة f نحل العادلة $f(x)=b$ في المجموعة D

☜ **التمرين رقم 25 ص 74 من الكـــتاب المدرسي**

- **مجموعة تـــعـــريـــف دالـــة :**

مجموعة تعريف دالة f هي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي لهـــا صورة بالدالة f

. تعيين مجموعة تعريف دالة :

الطريقة:

لتعيين مجموعة تعريف دالة معرّفة بدستور نستثني من مجموعة الأعداد الحقيقية تلك التي لا يمكن حساب صورها بالدالة f.

- إذا كان دستور الدالة f يتضمن مقاما فيه المتغير x ، يجب رفـــض قيم التي تعدم المقام.

-إذا كان دستور الدالة f يتضمن جذرا تربيعيا المتغير x ، يجب رفـــض قيم التي تجعل العبارة تحت الجذر سالبة تماما.

نرمز عموما إلى مجموعة تعريف دالة f بـــ الرمز D_f

2. الـــتمثيل البيانـــي للدالـــة :

- **تـــعـــريف 2:**

المستوى منسوب إلى معلم (O,I,J)، f دالة معرّفة عـــلى جزء D من $\boldsymbol{R}$.

التمثيل البياني(أو المنحني الممثـــل) للدالة في المعلم (O,I,J)هـــو مجموعة النقط $M(x,y)$ حيث $x \in D$.

إذا رمزنا إلى المنحني الدالة fبالرمز (C_f) ، نقول إنّ $y = f(x)$ هي معادلة (C_f)في المعلم (O,I,J)

ملاحظة:

لرسم المنحني البياني للدالة f في المعلم (O,I,J) يمكن:

- استعمال جدول لبعض قيم الدالة.
- استعمال حاسبة بيانية.
- استعمال المجدول.

إعطاء مجموعة قـــيـــم لا يكـــفي للحصول على التمثيل البياني للدالة.

توظيف الحاسبة البيانية لإعطاء التمثيل البياني لدالة معطاة على مجال بواسطة دستور

أسئلة 01 ص 72 من الكتـــاب المدرسي

- **طرائـق :**

استعمال التمثيل البياني للدالـة

كل مما يلي f دالة و (C_f)تمثيلها البياني.

قراءة صورة عنصر وفق دالـة

الـــطريقـــة :

لقراءة صـــورة العدد a وفق الدالة fباستعمال المنحني (C_f)نتبع الخطوات التالية:

نضع العدد a على محور الفواصل.

نرسم من النقطة $(a,0)$ المستقيم(d) الموازي لمحور الترتيب.

المستقيم (d) يقطع (C_f) عند نقطة ترتيبها $f(a)$ وهي صورة a.

توظيف الحاسبة البيانية لإعطاء التمثيل البياني لدالة معطاة على مجال بواسطة دستور

⇦ التمـــرين المحلول من الكتاب المدرسي صفحة 65

قـراءة سابقة عدد وفـق دالـة

الـــطريقـــة

لـــقراءة السوابق الممكنة للعدد b وفق الدالة f باستعمال المنحني (C_f) نتبع الخطوات التالية:

نضع العدد b على محور الترتيب.

نرسم من النقطة $(0,b)$ المستقيم الموازي لمحور الفواصل.

نقاط تقاطع – في حالة وجودها - لهـــذا المستقيم و (C_f) هي سوابق b.

⇦ التمـــرين المحلول من الكتاب المدرسي صفحة 65

قـراءة مجموعة تعريف دالـة:

الطريقة

مجموعة تعريف الدالة f هي مجموعة فواصل النقط التي تنتمي إلى (C_f).

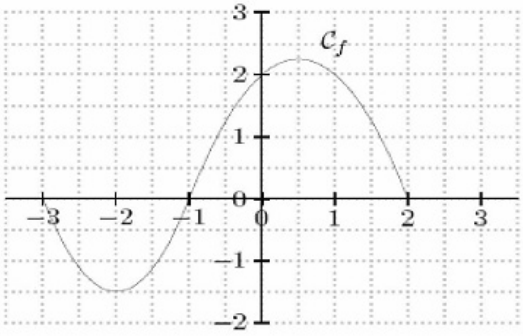
⇦ **التمرين محلول :**

المنحني البياني المقابل يمثـــل دالة f

-عين مجموعة تعـــريف الدالة f

الحل:

مجموعة التعريف هي $[-3;2]$



التمـــرين 28 ص 75 من الكتـــاب المدرسي

3. تغيرات دالة معرفة على مجال

- **تعـــريف 3:**

f دالة معرفة على I من $\boldsymbol{R}$

f متناقصة تماما على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a < b$ فإن: $f(b) > f(a)$

f متزايدة تماما على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a > b$ فإن: $f(a) < f(b)$

f ثابتة على I معناه من أجل كل a و b من I : $f(a) = f(b)$

وصف سلوك دالة باستعمال التعبير الرياضي المناسب

تــوضيح

f دالة متناقصة تماما a و b مرتبة عكس ترتيب $f(a)$ و $f(b)$

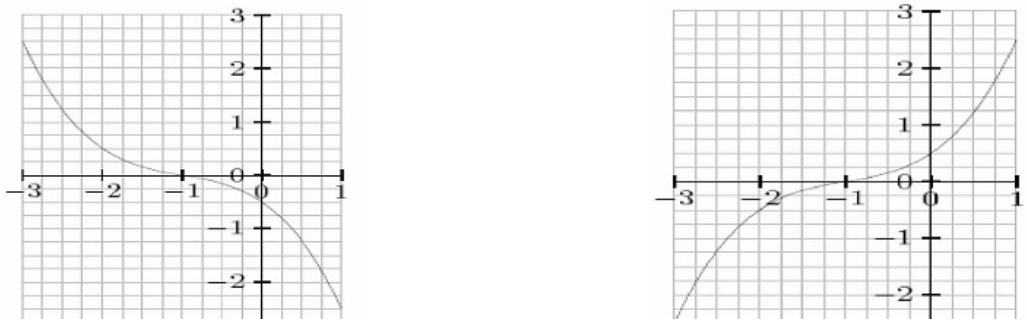
f دالة متزايدة تماما a و b مرتبة عكس ترتيب $f(a)$ و $f(b)$

ملاحظة

f متناقصة على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a \geq b$ فإن $f(a) \leq f(b)$

f متزايدة على I معناه من أجل كل a و b من I إذا كان $a \geq b$ فإن $f(a) \geq f(b)$

مثــال الشكل-1- الشكل-2-



الشكل-1- الدالة f متزايدة تماما على $[-3;1]$ والشكل-2- الدالة f متناقصة تماما على $[-3;1]$

- **دراسة اتجاه تغير دالة:**

نعني تعيين مجالات التي يكون فيها هذه الدالة متزايدة تماما أو متناقصة تماما أو ثابتة

نلخص النتائج في جدول يسمى جدول التغيرات.

- **الطرائق**

تعيين اتجاه تغير دالة

الطريقة

لتعيين اتجاه تغير دالة معرفة على مجال I ، يــمكن أن نفرض أن $a < b$ و نقارن $f(a)$ و $f(b)$ عبر سلسلة من الاستنتاجات المتوالية معتمدين في تــلك على الــفرض الــذي انطلاقــنا مــنه .

التمــرين المحلول من الكتاب المدرسي صفحة 65-66 يحذف السؤال الأخيــر.

التمرين رقم 45 ص 77 من الكتاب المدرسي.

4.القيم الحدية لدالة:

تعــريف 4 :

f دالة معرفة على I من $\mathbf{R}$

القيمة الحدية العــظمى للدالة f على I هي أكبر صورة تبلغها f من أجل عدد a من I.

أي من أجل كل x من I : $f(x) \leq f(a)$

القيمة الحدية الصغرى للدالة f على I هي أصغر صورة تبلغها f من أجل عدد b من I.

أي من أجل كل x من I : $f(x) \geq f(a)$

إيجاد القيم الحدية لدالة مرفقة بجدول تغيراتها أو منحناها البياني

- **الطرائق**

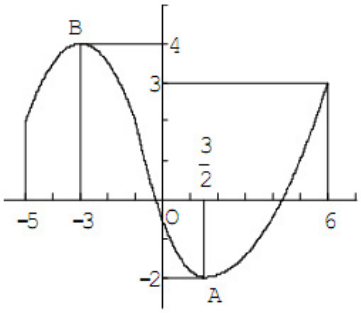
تعيين القيم الحدية باستعمال المنحني

الطريقة

يمكن قراءة من التمثيل البياني القيمة الصغرى لدالة على المجال I إذ هي ممثلة بأدنى نقطة من المنحني و القيمة العظمى لـــ f على I .إذ هي ممثلة بأعلى نقطة من المنحني

تمرين محلول:

باستعمال الشكل-3- عين القيمة الصغرى والقيمة العظمى للدالة f المقابل على المجال [6، 5-]



الشكــل-3-

الحــل:

يمكن قراءة من التمثيل البياني القيمة الصغرى لـــ f على [6، 5-] إذ هي ممثلة بالنقطة $A\left(\frac{3}{2},-2\right)$ وهي أدنى نقطة من المنحني ومنه القيمة الصغرى لـــ f على [6، 5-] هي 2- من أجل $\frac{3}{2}$ يمكن قراءة من التمثيل البياني القيمة العظمى لـــ f على [6، 5-] .إذ هي ممثلة بالنقطة $B(-3, 4)$ وهي أدنى نقطة من المنحني ومنه القيمة العظمى لـــ f على [6، 5-] هي 4 من أجل 3-.

تعيين القيم الحدية باستعمال جدول تغيرات

الطريقة

لتتعين القيمة الصغرى للدالة على مجال باستعمال جدول التغيرات نركز على اتجاه الأسهم من اليمين وإذا تغير اتجاه السهم من الأسفل إلى الأعلى فتمثل القيمة الصغرى و أما إذا تغير اتجاه السهم من الأعلى إلى الأسفل فتمثل القيمة العظمى.

تمرين محلول:

باستعمال جدول التغيرات التالي عين القيمة الصغرى والقيمة العظمى للدالة f الممثل في الشكل-3- على المجال $[6، 5-]$

x	-1	0	2	3
$f(x)$	2	↗ 5	↘ -4	↗ 3

ومنه القيمة الصغرى لـ f على $[3، 1-]$ هي 4- من أجل 2.

ومنه القيمة العظمى لـ f على $[3، 1-[$ هي 5 من أجل 0.

التعرف على شفعيه دالة انطلاقا من تمثيلها البيان أو بالاعتماد على التعبير الجبري

5. شفعية دالة:

- **النشاط رقم 04 ص 26 من الكتاب المدرسي**

تعريف 5

f دالة معرفة على D من $\boldsymbol{R}$

نقول على الدالة f إنها دالة زوجية إذا تحقق مايلي :

D متناظر بالنسبة إلى 0 و كان لكل x من D ، $f(-x)=f(x)$

نقول على الدالة f إنها دالة فردية إذا تحقق مايلي :

D متناظر بالنسبة إلى 0 و كان لكل x من D ، $f(-x)=-f(x)$

التمرين رقم 49 ص 78 من الكتاب المدرسي.

معرفة إشارة دالة
حل متراجحات أو
معادلات

6. حل معادلات ومتراجحات بيانيا:

f و g دالـــتان معرفتان على المجموعة D ، (C_f)و(C_g) منحنياهما في معلم للمستوي

حـــل المعادلة $f(x)=g(x)$ **بيـــانيا** يعني تعيين فواصل النـــقط المشتركة للمنحنيين (C_f)و(C_g)

حـــل المعادلة $f(x) > g(x)$ **بيـــانيا** يعني تعيين فواصل نـــقط المنحنى (C_f)الواقعة فوق المنحني(C_g)

- **التمثيل البياني و إشارة دالة**

خواص

f دالة معرفة على I من **R**

تكون دالة f **موجبة تماما** على I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على I يقع **فـــوق** محور الفواصل.

تكون دالة f **سالبة تماما** على I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على I يقع **تـــحت** محور الفواصل

تكون دالة f **معـــدومة** من أجل x_0 من I إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني يقطع محور الفواصل فـــي x_0

التمرين رقم 44 ص 77 من الكتاب المدرسي

التطبيق ص 66

تمارين منزلية : رقم 27 ص 74
: رقم 29 ص 75
: رقم 38 ص 76
: رقم 49 ص 78
: رقم 61 ص 79