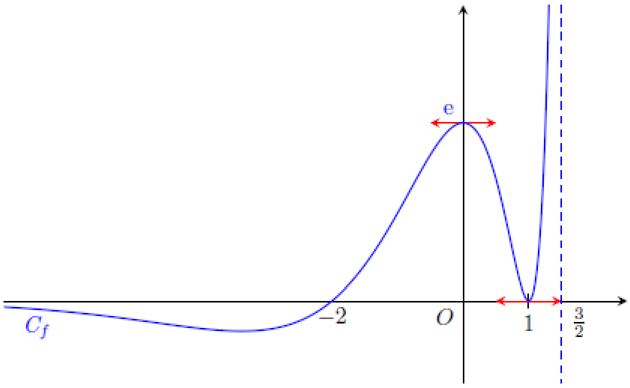
التمرين الأول

(04 نقاط)

1. ادرس اتجاه تغيّر الدالة f المعرفة على المجال $]e;+\infty[$ بـ : $f(x)=\ln x-\sqrt{x}$
2. استنتج أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]e;+\infty[$ لدينا : $\ln x<\sqrt{x}$
   و تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]e;+\infty[$ لدينا : $\ln x>1$
3. استنتج باستعمال مبرهنة النهاية بالمقارنة أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

التمرين الثاني

(04 نقاط)



$\mathcal{C}_f$ هو التمثيل البياني لدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ ، المستقيم ذو المعادلة $x=\frac{3}{2}$ و محور الفواصل هما مستقيمان مقاربان للمنحنى $\mathcal{C}_f$

نعتبر الدالة g المعرفة بـ $g(x)=\ln(f(x))$

حدد صحة أو خطأ كل اقتراح مع التبرير :

- الدالة g معرفة على المجال $\left]-2;\frac{3}{2}\right[$
- g قابلة للاشتقاق عند 0 و $g'(0)=\frac{1}{e}$
- المعادلة $g(x)=1$ تقبل حلين في المجال $\left]-2;\frac{3}{2}\right[$
- $\lim\limits_{x\to0}(g\circ g)(x)=-\infty$

التمرين الثالث

(12 نقاط)

الجزء الأول

نعتبر الدالة g المعرفة علة $\mathbb{R}$ بـ

$$g(x) = 1 - x + e^{x-3}$$

1. برّر أنّ الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ثمّ احسب $g'(x)$
2. أدرس اتجاه تغيّر الدالة g و شكل جدول تغيّراتها
3. أثبت أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β على $\mathbb{R}$.
4. حدد ، حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$

الجزء الثاني

f هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي

$$f(x) = x - 3 + \frac{x}{e^{x-3}}$$

و $\mathcal{C}_f$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

(أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

(ب) أثبت أنّ المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x - 3$ هو مقارب للمنحنى $\mathcal{C}_f$ عند $+\infty$

1. (أ) f' هي الدالة المشتقة للدالة f ، بيّن أنّ :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-3}}$$

(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها

2. بيّن أنّ المنحنى $\mathcal{C}_f$ يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 ثمّ تحقق أنّ $y = x - 3 + e^2$ هي معادلة لهذا المماس
3. أرسم (d) ، (T) و $\mathcal{C}_f$ (يُعطى $\alpha \approx 1{,}1$ ، $\beta \approx 4{,}1$ ، $f(\alpha) \approx 5{,}4$ و $f(\beta) \approx 2{,}4$)
4. (أ) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$\frac{x}{e^{x-3}} = m + 3 \qquad (1)$$

(ب) بيّن أنّه إذا كان للمعادلة (1) حلين x_1 و x_2 فإنّ $x_1e^{x_2} - x_2e^{x_1} = 0$

5. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x) = (x+3)(1+e^{-x})$ و $\mathcal{C}_h$ تمثيلها البياني

بيّن أنّ $h(x) = f(x+3) + 3$ ثمّ استنتج كيفية إنشاء $\mathcal{C}_h$ انطلاقا من $\mathcal{C}_f$