الوثيقة المرافقة

لمنهاج مادة الرياضيات

للسنة 4 من التعليم الابتدائي

جوان 2011

الفهرس

- مدخل
- حلّ المشكلات
- الحساب
- القسمة
- التناسبية
- الأعداد العشرية
- الفضاء والهندسة
- التقويم

مدخـــل

♦ توطئة:

الوثيقة المرافقة وثيقة هامة لكافة المتعاملين، من واضعي الكتاب والمؤطرين والمعلمين خاصة، باعتبارها وسيلة لفهم البرنامج وأداة لضمان ترجمة سليمة له، وسندا يساعد على تمثله بكيفية سليمة، فعلاوة على تضمنها أنشطة مقترحة في الميادين المختلفة للرياضيات فهي تتضمن توجيهات تربوية تتعلق بالممارسات التعليمية التي تتماشى والمقاربة بالكفاءات والتي تقوم أساسا على نشاط التلاميذ في التعلم، وعليه يمكن أن نذكّر بأهم وظائف هذه الوثيقة:

- تقدم شروحا وافية لكافة مركبات البرنامج.
- تمكن كافة مستعملي البرنامج على اختلاف مهامهم من التنفيذ السليم له حيث يتماشى والمقاربة، وتتيح لهم فرصة اختيار الأنشطة والوسائل الأكثر نجاعة، دون التقيد بتوجيهات معينة. وتبقى اجتهادات المعلم ومبادراته أساسية في اختيار الأنشطة والوضعيات التعلمية والوسائل مع تكييف المحتويات بما يتناسب وخصوصيات تلاميذه ومراعاة الفروق الفردية بحيث تسمح باكتساب الكفاءات المحددة في البرنامج.

أغلبية تلاميذ السنة الرابعة تجاوزت أعمارهم تسع سنوات، وفي هذه السن تكون القواعد الأساسية للمنطق متحكما فيها طبيعيا، الشيء الذي يسمح بالشروع في استعمال استدلالات استنتاجية بسيطة.

كما يمكن الإشارة إلى الفئة القليلة من التلاميذ الذين يعيدون السنة الرابعة، التي تحتاج إلى رعاية أكثر، لكونهم لم يتعودوا على الطرائق المطبقة في البرامج الجديدة.

الجديد في برنامج السنة الرابعة الابتدائية:

إن برنامج السنة الرابعة امتداد لبرامج السنوات الثلاث الأولى، فطريقة التعلم وأساليب التعليم لا تختلف إلا بما يتناسب وخصوصيات التلاميذ، وميادين المعرفة بقيت نفسها بالرغم من التوسع الحادث داخلها أو تعميق المفاهيم المعالجة، ويمكن تلخيص الجديد في النقاط التالية:

- توسيع مجال الأعداد الطبيعية إلى 100000.
- اكتشاف أعداد جديدة (الكسور والأعداد العشرية).
- التوسع أكثر في المشكلات الضربية (الضرب والقسمة).
- حل مشكلات باستعمال استدلالات ترتكز ضمنيا على خواص التناسبية.
- إنشاء ووصف أشكال هندسية انطلاقا من خواص لها.
- مقارنة وقياس مساحات.

حل المشكلات

1. مشكلات للبحث

يقع حلّ المشكلات في مركز النشاط الرياضي، إذ يسمح ببناء المعارف واستيعابها وإعطاء معنى لها. في هذا المستوى نجد عدة أنوع من المشكلات منها:

- **مشكلات لإدخال مفهوم جديد**.
- **مشكلات للتطبيق والاستثمار** وهي المشكلات التي تسمح باستعمال المعارف المدروسة.
- **مشكلات مركبة** (للإدماج) تسمح بتجنيد عدة معارف رياضية في وضعيات قريبة من واقع التلميذ.
- **مشكلات للبحث**: الهدف من هذه المشكلات هو تطوير سلوك البحث أوبناء معرفة جديدة وهي وضعيات لا يملك التلميذ لحلها استراتجيات مدروسة من قبل ولم تتوفر الطرق الخبيرة عنده بعد، فيلجأ إلى إجراءات شخصية.

وعند حل مثل هذه المشكلات **يحل التلميذ محلّ الباحث** الذي يواجه مشكلا جديدا يتطلب منه وضع إستراتجية للحل: صياغة فراضيات والتحقق من وجاهتها وفاعّليتها وتكييفها للوضعية والوصول إلى الحل وتبليغه وشرحه ومصادقته. سلوك الباحث هذا هو الذي نسعى إلى تنميته بفضل حل مثل هذه المشكلات.

ويكمن دور المعلم في:

- الحرص على استيعاب المشكل من طرف كل تلميذ داخل الفوج حتى يكون التعاون حقيقيا.
- تشجيع التبادلات بين التلاميذ.
- التكفل بصعوبات التلاميذ المتعلقة بالقراءة وامتلاك معنى العمليات.
- تشجيع استقلالية التلاميذ عند حل مشكل وجعلهم يدركون أن لهم مهمتين: حل المشكل وتبرير ما يقولون أو يكتبون.

وقبل الشروع في العرض يقوم المعلم بتحليل أفكار التلاميذ المسجلة حتى يتسنى له تصنيفها وتوقع تسلسل مختلف مراحل العرض والمناقشة.

وفي مرحلة العرض والمناقشة، لا يكمن دور المعلم في إظهار ما يجب فعله ولا في الحكم على ما هو صحيح وما هو خاطئ بل يكمن في تشجيع تنمية روح النقد وترك الشك يخيم، الشيء الذي يشجع الوعي بأهمية الحجة والتبرير. ولا يقصد بالتبرير الحوار دون نهاية.

○ التبرير

التلاميذ الذين يتجاوز أعمارهم 7 أو8 سنوات قادرون على تقديم تصريحات بشكل سليم وتكون القواعد الأساسية للمنطق متحكما فيها طبيعيا، ونعني بهذه القواعد:

- مبدأ الثالث المرفوع: يكون التصريح إما صحيحا وإما خاطئا.
- مبدأ عدم التناقض: لا يمكن إن يكون التصريح و نفيه صحيحين في آن واحد.

إذن، ابتداء من هذا المستوى، يمكن للتلاميذ تقديم تصريحات منظمة وصارمة حتى وأن كانت هذه الأخيرة محدودة شيئا ما وتعود هذه المحدودية إلى:

- قلة المعارف.
- سنّ التلاميذ وسعة الذاكرة.
- الصعوبات في التعبير.

لهذا، فمن الضروري التكفل بهذه التعلّمات.

○ أمثلة

تستدعي مشكلات البحث أنماطا مختلفة من التفكير حيث:

- نستعمل التجربة، المحاولة والخطأ أو الاستنتاج (انظرالمشكل$_2$).
- تتطلب تنظيما في شكل جدول أو فروع شجرة للحصول على كل الإمكانيات (انظر المشكل$_3$).
- نلجأ إلى الاستنتاج كما في المشكل$_1$ والمشكل$_4$.

مشكل$_1$: لبائع أزهار 357 زهرة. يريد تشكيل باقات تحتوي كلّ واحدة منها على 16 زهرة. - كم باقة يمكن تشكيلها؟

- **إجراء 1:**

في البداية يستعمل التلميذ الطرح المكرّر:

$357-16=341$ ثمّ $341-16=325$ ، ...، $21-16=5$

حيث يطرح 22 مرة 16 وتبقى 5.

النتيجة: 22 باقة وتبقى 5 زهرات.

- **إجراء 2:**

تتطور إجراءات التلاميذ حيث:

- يطرح مضاعفات 16 مثلا:

$10\times16=160$ ثم $357-160=197$ ثم $197-160=37$

$2\times16=32$ $37-32=5$

- أو يستعمل استدلالات مثل:

عشرة باقات فيها 160 زهرة و20 باقة فيها 320، ...

بعد تشكيل 20 باقة تبقى 37 زهرة, يمكن أن نكوّن بها باقتين (2) وتبقى 5 زهرات.

إذن، بواسطة 357 زهرة يمكن تشكيل 22 باقة وتبقى 5 زهرات.

- **إجراء 3:**

تتطور إجراءات التلاميذ من سنة إلى أخرى حتى يصبح **"الإجراء الخبير"** متوفرا عندهم، حيث تستعمل **القسمة الاقليدية** في نهاية التعليم الابتدائي لحلّ مثل هذه المشكلات.

مشكل$_2$: تنتظر الجدة زيارة من أحفادها يوم الجمعة. فحضرت لكلّ واحد منهم 3 فطائر بالشكولاطة. لكنها فوجئت بحضور أحفادها مع رفيقين لهم.

وحتى يتحصل كلّ طفل على فطيرتين من الفطائر المحضرة، أكلت الجدة واحدة.

ما هو عدد أحفاد الجدة ؟ أشرح كيف توصلت إلى الإجابة.

تحليل المشكل

- **المجال المعرفي:**
  - جمع وضرب الأعداد الطبيعية.
  - مضاعفات عدد.
- **تحليل المهمات التي يقوم بها التلميذ.**

- فهم أن عدد الفطائر المحضرة هو مضاعفا للعدد 3.
- فهم أن عدد الفطائر الموزعة هو مضاعف للعدد 2.
- تنظيم بحث بوضع فرضيات متتالية ومنظمة كما في الجدول الموالي مع المقارنة في كلّ مرة عدد الفطائر الموزعة بعدد الفطائر الموزعة.

عدد الأحفاد	عدد الفطائر المحضرة	عدد الفطائر الموزعة	عدد الأحفاد+2 (عدد الأطفال)	عدد الفطائر الضرورية	الحكم أي مقارنة الموزعة بالضرورية
2	6	5	4	8	تنقص 3
3	9	8	5	10	تنقص 2
4	12	11	6	12	تنقص 1
5	15	14	7	14	بالتمام
6	18	17	8	16	تزيد 1

النتيجة: للجدة 5 أحفاد.

ملاحظة:

في هذه الحالة، نمط التفكير المستعمل هو التجربة والمحاولة والخطأ. كما يوجد نمط آخر من التفكير لحلّ هذا المشكل هو الاستنتاج.

ماذا فعلت الجدة حتى يكون العدل في توزيع الفطائر؟

الجواب: أخذت فطيرة من الثلاثة المحضرة لكل حفيد أي العدد الذي وزعته على الرفيقين هو (4) وبإضافة الفطيرة الواحدة التي أكلتها نستنتج عدد الأحفاد 5.

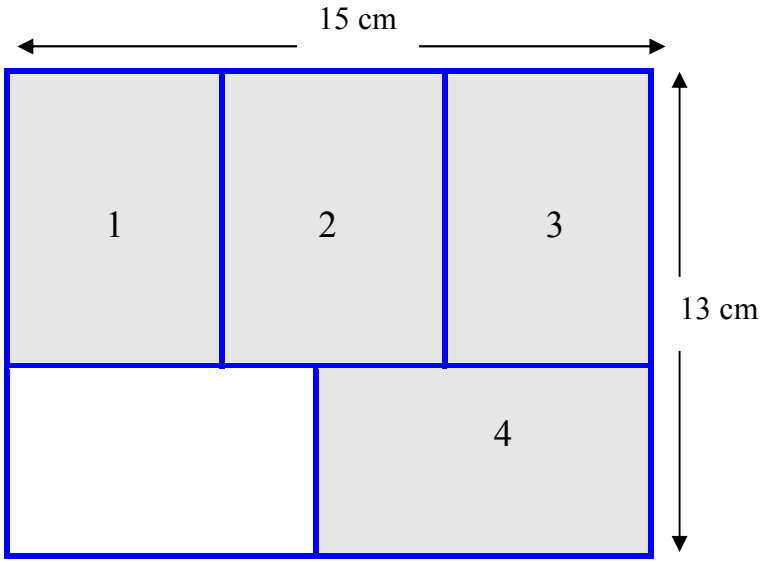
من الضروري أنّ نؤكد على أنه لا توجد منهجية عامة وأنّ كلّ واحد يلجأ إلى ذاكرة شخصية للمشكلات هذه الذاكرة هي التي تسهل الهيكلة، وهي ناتجة عن التجربة ومخالطة المشكلات.

مشكل3: "ابحث عن كلّ الأعداد ذات 3 أرقام التي يمكنك تشكيلها بالأرقام 1 ، 2 ، 3 على أن تستعمل الأرقام الثلاثة وفي كلّ مرة".

تتطلب هذه المشكلة تنظيما خاصا للحصول على كلّ الإمكانيات كما يلي:

الرقم الأول	1		2		3	
الرقم الثاني	2	3	1	3	1	2
الرقم الثالث	3	2	3	1	2	1
الحلول	123	132	213	231	312	321

مشكل$_4$: لليلى لوحة مستطيلة الشكل طولها $15\ cm$ وعرضها $13\ cm$. ألصقت بداخلها 4 صور مستطيلة الشكل ومتساوية، كما هو مبين في الشكل.
لاحظ الشكل، ثم احسب طول وعرض كل صورة.



2. بناء نص مشكل

يتطلب حل مشكل فهمه ولتطوير هذه الكفاءة تنظم أنشطة مثل:
- اقتراح عبارة عددية أو حساب ويطلب كتابة نص مشكل يكون حله هذه العبارة أو هذا الحساب.
- اقتراح عدة مشكلات من جهة وحلولها من جهة أخرى ويطلب ربط كل مشكل بحله.

الحسـاب

يشير البرنامج إلى ثلاثة أنواع من الحساب هي: الحساب المتمعن فيه والحساب الآلي والحساب الأداتي (الحاسبة).

1. الحساب المتمعن فيه

يغطي الحساب المتمعن فيه كلّ الأنشطة التي يقوم بها التلميذ ذهنيا أو كتابيا والتي لا يتوفر فيها على نتائج محفوظة أو تقنيات آلية مباشرة، فيلجأ إلى اعتماد إجراءات وبناء استراتيجيات، ضمن عدد معيّن من الخطوات، تجعل الحساب أبسط معتمدا في ذلك على معارف متحكم فيها.

- مثال$_1$: لحساب الجداء 12×25 يمكن استعمال عدة إجراءات منها:

الإجراء الأول:- تفكيك 12 إلى المجموع $10+2$
- حساب 10×25 (نتيجة مختزنة: ضرب عدد في 10).
- حساب 2×25 (نتيجة مختزنة: ضعف عدد).
- حساب مجموع النتيجتين $250+50$.

الإجراء الثاني: $4\times3=12$ (نتيجة مختزنة جداول الضرب).
حساب 4×25 (نتيجة مختزنة).
حساب الجداء السابق في 3 أي 3×100 (نتيجة مختزنة).

الإجراء الثالث: $5\times5=25$ (نتيجة مختزنة جداول الضرب) ...
حساب 5×12 (نتيجة مختزنة).
حساب الجداء السابق في 5 أي 5×60 (نتيجة مختزنة).

- مثال2: لحساب 32×25 يمكن استعمال عدة إجراءات منها:

$$32\times25=(8\times4)\times25=8\times(4\times25)=8\times100=800$$
$$32\times25=(8\times4)\times(5\times5)=(8\times5)\times(4\times5)=40\times20=800$$
$$32\times25=(30+2)\times25=30\times25+30\times2=750+50=800$$
$$32\times25=32\times(20+5)=32\times20+32\times5=640+160=800$$

في الحساب المتمعن فيه تعطى الأهمية للطريقة (اختيار الاستراتيجية وتنفيذها) عوض الاهتمام بسرعة الإنجاز. وبالتالي لا يكون الحساب المتمعن فيه مرادفا للحساب السريع المتداول في البرامج القديمة.

2. الحساب الذهني

نقصد به تلك الأنشطة التي ينجزها التلميذ ذهنيا ويقدم النتيجة فقط، ثم يشرح كيفية الوصول إليها عندما يطلب منه ذلك. وهذا لا يعني أنّ الحساب الذهني يتم كليا بدون أي كتابة.

مثال:
لحساب $12+157$، نضيف 10 إلى 157 ثم نضيف 2 إلى النتيجة وهذا متحكم فيه بالتالي هو أقل كلفة.

- يكلف وضع العملية (الآلية النموذجية)، في كثير من الوضعيات، أكثر من الحساب الذهني (المثال السابق).
- ترتكز الآليات النموذجية للحساب على الحساب الذهني. ويؤدي غياب التحكم فيه إلى هشاشة تعلّم آليات الحساب.لهذا فمن الضروري التكفل بالتعلمات الخاصة به ابتداء من السنة الأولى بتنظيم أنشطة خاصة في بداية كل حصة، من 5 إلى 10 دقائق، كما يدمج في مختلف الأنشطة.

للحساب الذهني وظيفتان:

- وظيفة اجتماعية تتمثل في استعماله في الحياة اليومية للحساب عند غياب الأداة وللتحقق من نتائج الحساب الأداتي.
- وظيفة بيداغوجية/تعليمية تتمثل في ربط وتدعيم التعلمات الخاصة بالحساب العددي، خواص العمليات، ...

سواء كان متمعنا فيه أو آليا، فالحساب الذهني يعتبر مجالا مفضلا لاختبار تصورات التلاميذ للأعداد (تفكيك، تركيب، ...) والتحقق من جاهزيتها. كما تعتبر فترة الحساب الذهني وقتا مفضلا للتعلّم قصد:

- إثراء تصورات التلاميذ للأعداد.
- استغلال خواص العمليات.
- الإسهام في تنمية قدرة التلاميذ على التفكير.
- السماح بتوفير وسائل فعالة للحساب في الحياة اليومية في غياب الأداة.

حتى تفضي هذه الأنشطة إلى تعلم حقيقي، على المعلم أن يشجّع الإجراءات الشخصية وتنوعها، وأن يحرص على الوصول بالتلاميذ إلى شرح الإجراءات التي استعملوها وتوضيحها ومقارنتها. وهو ما يبرز الدور الهام المنوط بالمعلم في تسيير هذه الأنشطة.

القسمة

1. المشكلات الضربية

كما ورد في الوثيقتين المرافقتين لبرنامجي السنتين الثانية والثالثة من التعليم الابتدائي، فالمقصود بالمشكلات الضربية هي تلك المتعلقة بالضرب أو بالقسمة ولخصت كما يلي:

عدد الحصص ←	n	1
القيمة المناسبة لعدد الحصص ←	b	a
		← الحصة الواحدة
		← قيمة الحصة الواحدة

ويؤول حلها إلى: $n \times a = b$ وتكون:

- **وضعية ضرب** عندما تتطلب البحث عن العدد b (الجداء) أي $n \times a = ?$

مثال: لرشيد ألبوم صور يتكون من 45 صفحة، وضع في كل صفحة 4 صور.
كم صورة في الألبوم ؟

- **وضعية قسمة** عندما تتطلب البحث إما عن n وأما عن a حيث:

* عدد الحصص n أي $? \times a = b$

مثال: رتب رشيد 180 صورة في ألبومه حيث وضع 4 صور على كل صفحة.
كم صفحة في ألبوم رشيد.

* قيمة الحصة الواحدة a أي $n \times ? = b$

مثال: رتب رشيد 180 صورة في ألبومه الذي يحتوي على 45 صفحة حيث وضع في كل صفحة نفس عدد الصور. كم صورة وضعت في كل صفحة؟

2. آلية القسمة

كانت آلية القسمة تشتمل، في الأصل، على عدة مراحل طرح متتالية تتم كتابتها صراحة أثناء إجراء القسمة، وهذه العمليات هي التي تعطي للآلية معنى. ومع مرور الوقت تم التغاضي على كتابة هذه العمليات باعتبارها مراحل وسطية، وهو ما شكل مصدرا لصعوبات في تعلم هذه الآلية.

وقد دلت نتائج التلاميذ في نهاية التعليم الابتدائي على أن نسبة قليلة جدا منهم متمكنة من هذه الآلية.

يتطلب فهم التقنية النموذجية للقسمة عدة معارف قبلية منها:

- إدراك معنيين للقسمة: "ما هو عدد الحصص؟" في حالة التقسيم المتساوي و"كم مرة العدد n موجود في العدد b ؟" في حالة البحث عن قيمة الحصة الواحدة أي كم مرة القاسم موجود في المقسوم؟
- معرفة جداول الضرب، حفظها واستعمالها لإيجاد مضاعفات عدد حتى ولو كانت هذه الأخيرة غير موجودة في الجدول، وتعيين مضاعفين متعاقبين لعدد a بحيث يكون العدد b محصور بين هذين المضاعفين.

نظرا لصعوبة مفهوم القسمة، فإن تعلم آليتها يتطلب وقتا، كما يتطلب المرور بالمرحلتين التاليتين:

- تفكيك المقسوم إلى مجموع مضاعفات القاسم.
- وضع العمليات الوسطية.

3. اختيارات البرنامج

إذا كان تعلم آلية القسم (أو الضرب ...) في هذا المستوى مهما فإن الأهم منه هو معرفة متى نستعملها، إذ ينص البرنامج على تناول القسمة في اتجاهين:

- كعملية عكسية للضرب في حالة القسمة التامة، حيث يكون البحث فيها عن عدد واحد هو حاصل القسمة $a \div b = ?$ الذي يحقق $b \times ? = a$.
- كقسمة اقليدية يكون البحث فيها عن عددين وحيدين هما حاصل القسمة وباقيها.

4. أمثلة لأنشطة تعلم القسمة

- **الهدف:** البحث عن حاصل وباقي القسمة
- **المكتسبات القبلية**: علاقات بين الأعداد (حصر، المضاعفات ...) الجمع، الطرح، الضرب.
- **ملاحظة**: ننطلق في البداية بأعداد صغيرة نسبيا. مثل توزيع أو تقسيم 45 على 6 ولتشجيع بعض الإجراءات الأكثر فعالية نعمل شيئا فشيئا بأعداد أكبر مثل 125 ثم 549 ثم 1857 ...

الإجراءات الممكنة

الإجراء$_1$: التمثيل ثم العد في الحالة التي يكون فيها المقسوم صغير نسبيا.

مثال: قسمت 45 قطعة من الحلوى على 6 أطفال. كم قطعة أخذ كل طفل؟

////////// ////////// ////////// ////// ///

يشطب على القطع الموزعة (12 في كل مرة).

توزيع القطع ثم عدها كما هو ممثل.

12 + 12 + 12+ 6

الجواب: يأخذ كل طفل 7 قطع.

وتبقي3 قطع لم توزع.

//	//	//	//	//	//
//	//	//	//	//	//
//	//	//	//	//	//
/	/	/	/	/	

يحرص المعلم على إظهار الكتابة: $45 = 7 \times 6 + 3$.

حيث حاصل القسمة هو7 والباقي هو 3

الإجراء$_2$:

توزيع 3 قطع لكل واحد يعني $18 = 3 \times 6$ ثم قطعتين 2 لكل طفل يعني $12 = 2 \times 6$ ثم قطعة واحدة 1 مرتين وتبقى 3 لم توزع.

عدد القطع الموزعة $42 = 6 + 6 + 12 + 18$

وتبقى 3 قطع

3 + 2 +1 +1	3 + 2 +1 +1	3 + 2 +1 +1	3 + 2 +1 +1	3 + 2 +1 +1	3 + 2 + 1 +1
7	7	7	7	7	7

طريقة العمل بالنسبة للنشاطين يترك وقت كاف للتفكير والعمل ولعرض الحلول ومناقشتها.

نشاط1: البحث عن عدد الحصص.

المشكل: رتب بائع البيض 2145 بيضة في علب تحتوي كل واحدة منها على 12 بيضة. كم علبة يمكن ملؤها؟

الإجراءات الممكنة

في حالة عدد (المقسوم) صغير نسبيا يمكن التمثيل ثم العد أو جمع الأعداد ولكن في هذه الوضعية التمثيل صعب يلجأ التلاميذ إلى إجراءات أخرى مثل:

1) التفكير في طرح مضاعفات القاسم من المقسوم.

$100 \times 12 = 1200$ **ثم** يطرح 1200 من 2145 فيبقى 945 وهو أكبر من 12.

$50 \times 12 = 600$ ثم يطرح 600 من 945 فيبقى 345 وهو أكبر من 12.

$20 \times 12 = 240$ ثم ويطرح 240 من 345 فيبقى 105 وهو أكبر من 12.

$5 \times 12 = 60$ ثم ويطرح 60 من 105 فيبقى 45 وهو أكبر من 12.

$3 \times 12 = 36$ ثم ويطرح 36 من 45 فيبقى 9 وهو أصغر من 12، نتوقف.

لأنه لا يمكن طرح مضاعف 12 من 9.

نحسب المجموع: 3+5+20+50+100 الذي يساوي 178.

النتيجة: $2145 = 178 \times 12 + 9$ إذن عدد العلب المملوءة هو178.

نشاط2: البحث عن قيمة كل حصة.

المشكل: في لعبة القريصات يتقاسم 8 أصدقاء 1785 قريصة. ما هي حصة كل واحد؟ وما هو عدد القريصات التي لم توزع؟

إجراء التفكيك والطرح:

$8 \times 200 = 1600$ إذن $1785 - 1600 = 185$

$8 \times 20 = 160$ إذن $185 - 160 = 25$

$8 \times 3 = 24$ إذن $25 - 24 = 1$

إذن حاصل القسمة هو 223 وباقي القسمة هو 1.

كما يمكن استعمال التفكيك كما هو مبين في الجدول التالي:

حاصل القسمة هو 223 والباقي هو 1	1	+ 24	+ 160	+ 1600	= 1785
		3 مرات 8	20 مرة 8	200 مرة 8	
	1	$+ 8 \times 3$	$+ 8 \times 20$	$+ 8 \times 200$	= 1785
	1	$+ 8 \times (3 + 20 + 200)$			= 1785
	1	$+ 8 \times 223$			= 1785

5. مشكلات متعلقة بالقسمة:

التمييز بين نتيجة عملية والإجابة عن السؤال.

1) لنقل 437 شخصا نستعمل حافلات، تسع كل واحدة 38 شخصا. كم حافلة يلزمنا؟
2) نجزئ شريطا طوله $437cm$ إلى قطع طول كل واحدة منها $38cm$. ما هو عدد القطع التي نحصل عليها؟
3) نجزئ شريطا طوله $437cm$ إلى 38 قطعة مقايسة. ما هو طول كل قطعة؟
4) مستطيل مساحته $437cm^2$ وطوله $38cm$. ما هو عرض هذا المستطيل؟
5) نقسم بالتساوي 437 دينارا على 38 شخصا. ما هي حصة كل شخص؟
6) نعد تنازليا 38، 38 انطلاقا من العدد 437: 437، 399، 361، 323 ... ما هو أخر عدد نتوقف عنده؟

نلاحظ: أن كل هذه المشكلات تعالج بقسمة 437 على 38 لكن الإجابات تختلف من سؤال لآخر. $437 = 11 \times 38 + 19$

سؤال	1	2	3	4	5	6
الإجابة	12	11	$11cm5mm$	$11cm5mm$	11 دينار ونصف	19

التناسبيــة

1. لماذا التناسبية ؟

يعد مصطلح التناسبية مصطلحا حديثا نسبيا، حيث كانت في الماضي "القاعدة الثلاثية" تحتل مكانة أساسية وكانت تقدم كخوارزمية يطلب حفظها وتطبيقها.

لضمان الانسجام بين أسس المعارف الرياضية عبر الأطوار المختلفة، نعمل حاليا أكثر بالتناسبية وخواصها.

تتدخل التناسبية في مشكلات الحياة اليومية (العلاقة بين الثمن والكمية مثلا) وتسمح **بنمذجة ظواهر** (تجارب ...) **وتوقع بعض النتائج** (العلاقة بين الزمن والمسافة في الفيزياء مثلا، أو العلاقة بين محيط المربع وطول ضلعه في الرياضيات).

يتم إدخال التناسبية في التعليم الابتدائي انطلاقا من الربط بين مقدارين متغيرين.

وتعتبر المشكلات المتعلقة بتكبير أو تصغير شكل، السرعة، النسبة المئوية أمثلة حية لوضعيات التناسبية.

2. بعض العناصر النظرية حول التناسبية

- **المتتاليتان العدديتان المتناسبتان**

المتتالية العددية الأولى	...	c	b	a
المتتالية العددية الثانية	...	C	B	A

تكون متتاليتا أعداد متناسبتين إذا:

- أمكن المرور من كل عنصر من المتتالية الأولى (b مثلا) إلى العنصر الموافق من المتتالية الثانية (B) بواسطة الضرب أو القسمة على نفس العدد k، أي: $B = b \times k$ أو $B = b \div k$. ونسمي k **معامل التناسبية**.
- أو تحققت الخاصيتان: $A + B = (a + b) \times k$ و $nA = n(a \times k)$ حيث a ، b عددان كيفيان من المتتالية الأولى و A ، B العددان الموافقان لهما على الترتيب من المتتالية الثانية.

$\times k$	a	b	$a+b$	na
	A	B	$A+B$	nA
			خاصيتا الخطية	

- **الدالة الخطية**

نقول عن دالة f للمتغير x أنها خطية إذا:

- تحصلنا عن صورة x بالدالة f بضرب (أو قسمة) x في عدد ثابت غير معدوم.
- أو كان تمثيلها البياني مستقيما يشمل المبدأ.
- أو تحققت الخاصيتان:

$f(x+y) = f(x) + f(y)$ (صورة مجموع عددين هي مجموع صورتيهما)

و $f(kx) = k f(x)$ (صورة $k \times x$ هي الجداء $k \times f(x)$).

- **الصعوبات**

أمام وضعية لتناسبية، يواجه التلاميذ صعوبات، نذكر منها:

- تعيين المقدارين المرتبطين في الوضعية.
- تمييز وضعية تناسبية عن غيرها من الوضعيات.
- اختيار طريقة للحل وتنفيذها حيث يعتبر استعمال + عوض × خطأ شائعا، لأنّ تكبير كمية يكون عند التلميذ مرتبطا بالجمع ويكون تصغير كمية مرتبطا بالطرح.

مثال: ثمن $100\,g$ من الجبن هو 48 دينارا. ما هو ثمن $150\,g$ ؟

الإجراءات المستعملة:

	إجراء 1	إجراء 2		إجراء 3	
$100\,g$ 48	من 100 إلى 48 : - 52 إذن من 150 نطرح 52 ، نجد 98	$100\,g$ ... 48		$100\,g$ 48	النصف
$\leftarrow (\ldots) \rightarrow$			$+\ 50$		
$150\,g$ 98		$150\,g$ ... 98		$50\,g$ 24	الجمع
$\leftarrow (..) \rightarrow$				$150\,g$ 72	

الإجراءان 1 و 2 خاطئان.

3. أمثلة لأنشطة

نشاط 1: وضعية تناسبية

الهدف: مقاربة مفهوم التناسبية.

المشكل1: إذا كان ثمن 4 كراريس هو 48 دينارا، ماذا تفعل لإيجاد ثمن 28 كراسا؟

التعليمة: حلّ المشكل1 مع كتابة أو رسم كلّ ما ساعدك للوصول إلى النتيجة.

- **إجراءات التلاميذ الممكنة:**

إجراء (1):استعمال تمثيل مع النموذج الجمعي.

4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	.....

ثمن 4 كراريس هو 48 دينارا.

28 = 4+4+4+4+4+4+4 (7 مرات 4)

ثمن 28 كراسا هو 48+48+48+48+48+48 + 48 (7 مرات 48).

إذن ثمن 28 كراسا هو 336 دينارا.

إجراء (2): العودة إلى الوحدة.

ثمن 4 كراريس هو 48 دينارا

ثمن كراس واحد هو(48 = 4 x ؟) أي 12 دينارا.

إذن ثمن 28 كراسا هو 28 مرة 12 (28 x 12) أي 336 دينارا.

إجراء (3): استعمال النموذج الضربي.

ثمن 4 كراريس هو 48 دينارا و 28 = 4 x7.

إذن ثمن 28 كراسا هو (48 x7) أي 336 دينارا.

إجراء (4): استعمال النموذج المختلط (ضرب وجمع).

ثمن 4 كراريس هو 48 دينارا و 4+4+20 = 28.

ثمن 28 كراسا هو ثمن 20 زائد ثمن 4 كراريس ثم زائد ثمن 4 كراريس.

ثمن 20 هو 5 مرات ثمن 4 أي (48 x 5=240).

ثمن 28 كراسا هو (336=48+48+240) أي 336 دينارا.

إجراء (5): استعمال إجراءات خاطئة، مثل: 24+4 =28.

إذا ثمن 28 كراس هو (24+48).

الإجابة: ثمن 28 كراسا هو 72 دينارا.

- **تحليل النشاط1 (من حيث المتغيرات التعليمية)**

المتغيرات التعليمية هي عناصر النشاط (التعليمة، الأعداد، طبيعة الأشياء، الأدوات، ...) التي يمكن للمعلم تغييرها ليؤثر هذا التغيير على إجراءات التلاميذ بالتشجيع والحث على تعلّم ما.

بالنسبة لهذا النشاط، نعمل على المتغيرين: عدد الكراريس المطلوب حساب ثمنها وثمن الكراريس الأربعة.

المتغير الأول: عدد الكراريس المطلوب حساب ثمنها.

- إذا أردنا عدم تشجيع الإجراء 1، علينا أن نقترح عددا أكبر من الكراريس.

مثال: إذا كان ثمن 4 كراريس هو 48 دينار ماذا تفعل لإيجاد ثمن 100 كراسا؟

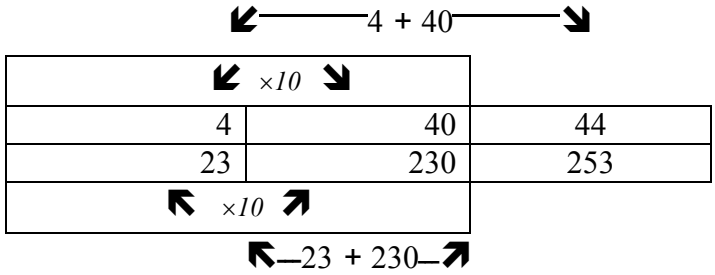
- إذا أردنا تشجيع الإجراء 4 وتشجيع استعمال خواص التناسبية، علينا آن نقترح عدد الكراريس ليس من مضاعفات 4.

مثال: إذا كان ثمن 4 كراريس هو48 دينارا، ماذا تفعل لإيجاد ثمن 10 كراريس؟

المتغير الثاني: ثمن الكراريس الأربعة.

- إذا أردنا تشجيع استعمال خواص التناسبية وعدم تشجيع الإجراء 2 (الرجوع إلى ثمن الوحدة) والحدّ من اللجوء إلى الإجراء 4,علينا أن نحدد الثمن بحيث لا يكون من مضاعفات 2.

مثال: إذا كان ثمن 4 كراريس هو 23 دينارا، ماذا تفعل لإيجاد ثمن 44 كراسا؟



نشاط 2: وضعية "لا تناسبية"

لجعل التلميذ يميز بين وضعية تناسبية عن غيرها، يمكن معالجة وضعيات أخرى،

مثل: "عُمر ومريم 8 سنوات وقامتها *125 cm*، ما هي قامتها عندما يصير عمرها 24 سنة؟

نلاحظ أنّ العلاقة بين المقدارين "السن وطول القامة" ليست تناسبية.

مثل هذه الأمثلة تسمح للتلميذ بإدراك أنّ العلاقة بين مقدارين ليست دوما علاقة تناسبية.

الكسور والأعداد العشرية

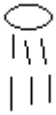
1.لمحة تاريخية

- أول نوع من الأعداد خطر ببال الإنسان هو الأعداد الطبيعية للعد (عد أشياء: أغنام، أطفال ...) وللأعداد الطبيعية أثر في التاريخ البعيد.

نظام التمثيل والتعيين للكميات (**نظام العد) وهو** ناتج عن **فكرة "العد"** و"التعداد" **لمقارنة وحفظ** الكميات **وتطوير** هذه الفكرة.

- ظهر شيئا فشيئا أن الأعداد الطبيعية غير كافية للاستجابة لكل حاجيات الإنسان فاكتشفت الأعداد الكسرية واستعملت للتعبير عن بعض الكميات الحقيقية (من الواقع مثل أطوال، مساحات ...) ولا يوجد عدد طبيعي لتمثيلها. يوجد أثر "للكسور" (الأعداد الكسرية):

- في الكتابات المصرية القديمة: مثلا

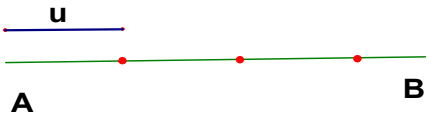
						
$\frac{1}{101}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

- وعند الصينيين
- وعند العرب: في كتابات الخوارزمي المتعلقة بالحساب ودراسة الكسور والعمليات عليها.
- ويعتبر الكاشي (توفي عام 1429) هو أول رياضي عرض "نظرية الكسور العشرية" وأثبت أن العمليات عليها تُنجز مثل العمليات على الأعداد الطبيعية.

- أما الأعداد العشرية (الكتابة بالفاصلة) فهي حديثة الاكتشاف، ولم يتطور وينتشر استعمالها إلا في القرن 19 الميلادي. لتدرج التعلّم، يقترح المربون البدء بالكسور ومنها الكسور العشرية، مع الترميز الخاص بها (خط الكسر) وفي المرحلة الثانية، كتابة الكسور العشرية بالفاصلة.

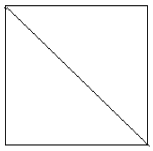
2. أهمية الأعداد العشرية؟

الأعداد الطبيعية لا تسمح بالتعبير البسيط عن قياس مقدار مهما كانت الوحدة. في حين، تسمح الأعداد العشرية بهذا التعبير وبمقاربة هذا القياس إلى القياس الأقرب إلى ما نرغب فيه بتجزئة بفضل الوحدة (العشري، المئوي ...).



مثال:

عموما لا يوجد عدد صحيح للتعبير عن طول قطر مربع في بعض الحالات مثل:

	طول قطر مربع ضلعه $4cm$ هو $4\sqrt{2}\,cm$ وهي القمة المضبوطة له، يمكن مقاربة هذا الطول: $5,7 > 4\sqrt{2} > 5,6$ ، $5,66 > 4\sqrt{2} > 5,65$ ، $5,657 > 4\sqrt{2} > 5,656$ ...

2.2. الأعداد الصحيحة غير كافية لحل كل المعادلات من النوع $(ax=b)$.

مثلا: - المعادلة $8 \times x = 3$ لا تقبل حلا صحيحا والعدد الناطق $\frac{3}{8}$ هو حل. تسمح الأعداد العشرية بمقاربة هذا الحل: 2,7 , 2,6667 , 2,6666667 ....

- حل المعادلة $6 = x \times 5$ هو العدد $\frac{6}{5}$ ويمكن كتابته $\frac{12}{10}$ أو 1,2.

3. الصعوبات والأخطاء

يشكل تعلم الأعداد العشرية لدى التلاميذ صعوبات تؤدي إلى أخطاء وتجد هذه الأخطاء تفسيرا في:

- **الهيكلة والتنظيم**

بنية الأعداد العشرية تختلف عن بنية الأعداد الطبيعية والعمل على الأعداد العشرية يختلف عن العمل على الأعداد الطبيعية فهناك قواعد تعطي نتائج صحيحة بالنسبة إلى الأعداد الطبيعية ولكنها تؤدي إلى نتائج خاطئة بالنسبة إلى الأعداد العشرية. مثلا بالنسبة للحصر والمقارنة:

- لكل عدد طبيعي n موالي $(n+1)$ ولكل عدد طبيعي n غير معدوم سابق $(n-1)$.
- عدم إمكانية حصر عدد طبيعي بين عددين متتاليين، الشيء الذي يتسبب في أخطاء. مثل:"لا يوجد عدد محصور بين 2,8 و 2,7".

- **اختيار تقديم الأعداد العشرية ومعنى الفاصلة**

اختيار$_1$: إدخال الأعداد العشرية بوحدات القياس.

إدخال الأعداد العشرية بوحدات القياس (5 متر 48 سنتمتر، 15 متر و67 سنتمتر ...) يعني الانطلاق من معرفة التلاميذ لكتابات قياسات مثلا:

- اقتراح كتابات مركبة (أي بوحدات مختلفة) مثل $2\,m\,32\,cm$، $5\,kg\,526\,g$ ... ويطلب تعيين هذه القياسات بالوحدات m، kg، l والطريقة هي إدراج الفاصلة مثل $2{,}32m$، $5{,}526kg$ ...

.

- اقتراح كتابات مثل $165\,cl$، $25650\,g$، $562\,cm$ وطلب الكتابات بالوحدات l، kg، m يعني التحويل والكتابة بالفاصلة: $1{,}65l$، $25{,}650kg$، $5{,}62m$.

لا يسمح هذا الاختيار بالوعي بعدم كفاية الأعداد الطبيعية حتى يتم البحث عن أعداد جديدة حيث في الحالة الأولى يتم إلصاق عددين طبيعيين بواسطة الفاصلة للحصول على عدد جديد، وفي الحالة الثانية نضع الفاصلة بين أرقام العدد الطبيعي للحصول على عدد جديد. يعني العلامة الوحيدة للأعداد العشرية هي إدراج الفاصلة.

وهكذا تبقى بنية العدد العشري غائبة وتبقى بنية الأعداد الطبيعية هي المنظومة الرجعية (المرجعية) في تعامل التلاميذ مع الأعداد العشرية.

يتسبب هذا الاختيار في جعل التلاميذ يعالجون جزئي العدد العشري كعددين منفصلين وتنتج عن هذا العائق أخطاء مثل:

$(2{,}34+5{,}2=2{,}86)$ و $(6{,}113)$ = $(4{,}27+2{,}86)$ و $(4{,}25X4=16{,}100)$

اختيار$_2$:

أحيانا تقدم المعارف النظرية، معارف جاهزة ولا يكتشفها التلاميذ بأنفسهم. هذا الاختيار لا يسمح كذلك بالوعي بعدم كفاية الأعداد الطبيعية حتى يتم البحث عن أعداد جديدة.

- **وضعيات التعلّم**

اقتصار العمل في القسم على وضعيات محدودة مثل $1{,}42+8{,}25=9{,}67$ أو $28{,}32\times 2=56{,}64$ حيث تبقى القاعدة الخاصة بالأعداد الطبيعية صحيحة (مثل $142+825=967$ أو $2832\times 2=5664$)

وهذا لا يسمح باكتساب المعرفة الخاصة بالأعداد العشرية ويبقى التلاميذ يعملون بها، مثل $4,27 + 2,86 = 6,113$ أو $(4,25X4 = 16,100)$. يعتبر المختصون في التعليمية أن هذه الأخطاء ناتجة عن الوضعيات التي قام عليها التعلّم.

4. اختيار البرنامج الجديد

1.4. ما ينص عليه البرنامج

- إبراز ضرورة استعمال أعداد جديدة انطلاقا من وضعيات متنوعة من الواقع وفي وضعيات تقسيم متساوي الأطوال (تجزئة قطع مستقيمة) دون استعمال وحدات القياس.
ويكون كل من هذه الأعداد محصورا بين عدادين طبيعيين متتاليين، وكالأعداد الطبيعية يمكن مقارنة كسرين وترتيب كسور.
- تنظيم أنشطة تصل بالتلاميذ إلى إدراك عدم كفاية الأعداد الطبيعية لحل بعض المشكلات والتفكير في أعداد جديدة يحصر كل منها بين عددين طبيعيين متتاليين.
- استعمال كسور أو مجاميع أعداد طبيعية وكسور لتشفير (ترميز) نتيجة قياس أطوال.
- تظهر الكتابة بالفاصلة كاصطلاح لكتابة الكسر العشري.
- المرور من الكتابة الكسرية للكسور العشرية إلى الكتابة بالفاصلة والعكس.
- استعمال الأعداد العشرية للتعبير عن طول قطعة مستقيمة أو لتعيين نقطة على مستقيم مدرج بانتظام 1،1.

2.4. اقتراحات

ليس المقصود وضع آليات وخوارزميات بل الوصول إلى مفهوم العدد العشري انطلاقا من الكسور العشرية.

- الانطلاق من أنشطة عملية يشارك فيها التلاميذ.
- اختيار طريقة القياس باقتراح وحدة قياس u وحدة غير اصطلاحية مثلا:

u

- الهدف هو أن نجعل التلاميذ يدركون أن الأعداد الطبيعية غير كافية والتفكير في تجزئة هذه الوحدة و منه في أعداد أخرى.
- الهدف من دراسة الكسور هو إدخال الأعداد العشرية، وليست دراسة الكسور لذاتها. يخصص الوقت الكافي لهذه الدراسة حتى نضمن إعطاء دلالة للأعداد المكتوبة بالفاصلة وفهم قيمة كل رقم في كتابتها مثلا: في العدد 5,47 الرقم 4 هو $\frac{4}{10}$ يعني أربع أجزاء من وحدة قسمت إلى 10 أجزاء. نتجنب القراءة "4 على 10" كحاصل قسمة (خاصة بالتعليم المتوسط) ونفضل "القراءة 4 من 10" أو "4 أجزاء عشرية" هذه القراءة هي التي تساعد على إعطاء معنى للرقم 4.

5. أنشطة لإدخال الكسور

يتنظر من النشاطين التاليين:

-الوصول بالتلاميذ إلى إدراك أن الأعداد الطبيعية غير كافية للتعبير عن كل الأطوال.

-ضرورة استعمال تعابير أخرى مثل: 3 وحدات "وشوية"، "قريب" 4 وحدات، وحدتين ونصف وحدة ...

-توجد أعداد (أطوال) محصورة بين عددين طبيعيين متتاليين.

.....

*** نشاط $_1$:**

الأدوات: يوزع على فوج شريط غير مدرج من الورق المقوى يكون طوله ما بين $16cm$ و $17cm$ مثلا.

المطلوب: استعمال الشريط لقياس طول وعرض طاولة، طول وعرض نافذة أو باب ...

التعليمة$_1$: للقياس استعملوا الشريط فقط، لا يمكنكم استعمال المسطرة المدرجة.

العمل: في أفواج

مرحلة نشاط التلاميذ: ترك الوقت الكافي لهم (10 أو 15 دقيقة).

مرحلة العرض: ترك كل فوج يعبر عن نتائج قياساته شفويا ثم كتابيا على السبورة.

الأجوبة الممكنة: قد تكون الأجوبة مثل:

- 7 مرات الشريط وجزء من الشريط.
- 5 مرات الشريط وقليل.
- 5 مرات تقريبا.
- أكثر من 6.
- أكثر من 7 وأقل من 8.
- بين 7 و 8.
- 6 مرات ونصف

التعليمة$_2$: يطلب من كل مجموعة التعبير كتابيا عن نتائجهم بالحصر مثلا:

عرض الطاولة أقل من 15 وحدة وأكثر من 14وحدة

أو 14 < عرض الطاولة < 15 ... تشجع كل النتائج.

*** نشاط $_2$:**

الأدوات: يوزع على كل فوج:

- شريط غير مدرج من الورق يكون طوله بين $2,6cm$ و $2,9cm$. ونسميه وحدة (وحدة قياس).

وحدة الطول	u

- ورقة مرسوم عليها قطع مستقيمة من أطوال مختلفة.

ملاحظة: لا تستعمل المسطرة المدرجة للقياس.

تختار بعض الأطوال بحيث تكون محصورة بين عددين طبيعيين مثلا:

8 cm ; 10cm, 12cm, 14cm, 17,5 cm

المطلوب: قيس كل قطعة باستعمال الوحدة u. استعمال الرمزين > و< في التعبير الكتابي عن القياسات.

مرحلة البحث: ترك الوقت الكافي للعمل (10 أو 15 دقيقة).

مرحلة العرض: ترك كل فوج يعرض نتائجه ويكتبها على السبورة.

الأجوبة الممكنة: قد تكون الأجوبة مثل: $4 < AB < 5$ أو

3 > طول القطعة (1) > 2

*** نشاط 3:**

أهداف: - إدخال الكسور $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ثم $\frac{1}{8}$ (نشاط تابع)

- كتابة كسرية ، ترتيب كسور ،عدة كتابات لنفس الكسر.

أدوات: لكل فوج (4 تلاميذ) شريط غير مدرج من الورق يكون طوله $10cm$ وورقة مرسوم عليها قطع مستقيمة تكون أطوالها: 5 cm، 7,5 cm ، 10 cm، 12,5 cm، 15 cm ، 17,5 cm

وحدة الطول u

ملاحظة1: لا تظهر هذه الأطوال على الورقة ولا يعرفها لتلاميذ حتى نصل لهدف النشاط.

التعليمة: قس كل قطعة باستعمال الشريط دون استعمال المسطرة.

ملاحظة2 : المهم هو الوصول إلى التفكير في طي الشريط على 2 ثم على 4.

مدة العمل في الأفواج: من 15 إلى 20 دقيقة

مرحلة تقديم ومناقشة الأعمال: ترك التلاميذ يعبرون عن نتائجهم.

مرحلة الحوصلة: يقدم المعلم المعرفة الجديدة: **الكتابة الكسرية**

- عند طي الشريط على اثنين نحصل على جزأين متطابقين

1	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

طول كل جزء يمثل "نصف الوحدة u" ونرمز له بالرمز: $\frac{1}{2}$ ونقرأه **"نصف"** ونسميه **"كسر".**

- عند طي الشريط على اثنين ثم على اثنين نحصل على 4 أجزاء متطابقة.

1			
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

طول كل جزء يمثل "ربع الوحدة u" ونرمز له بالرمز: $\frac{1}{4}$ و نقرأ **"ربعا".** ونسمي الكتابة $\frac{1}{4}$ **"كسر".**

- **لنلاحظ بعض المساويات:** $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ ، $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$ **...**

- **لنقترح كتابات أخرى للكسر:** $\frac{3}{4}$ ، ككتابات لنفس العدد مثلا $\frac{3}{4}$ الذي يكتب

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ أو $3\times\frac{1}{4}$ أو $\frac{3}{4}$ والذي يقرأ ثلاثة أرباع أو ثلاث مرات ربع.

- معنى العددين4 و3 في الكسر $\frac{3}{4}$

4 يعني أننا قسمنا الوحدة إلى 4 أجزاء

3 يعني أننا أخذنا 3 أجزاء.

أنشطة للتدريب:

- استثمار النشاط 3 للوصول إلى الكسر $\frac{1}{8}$

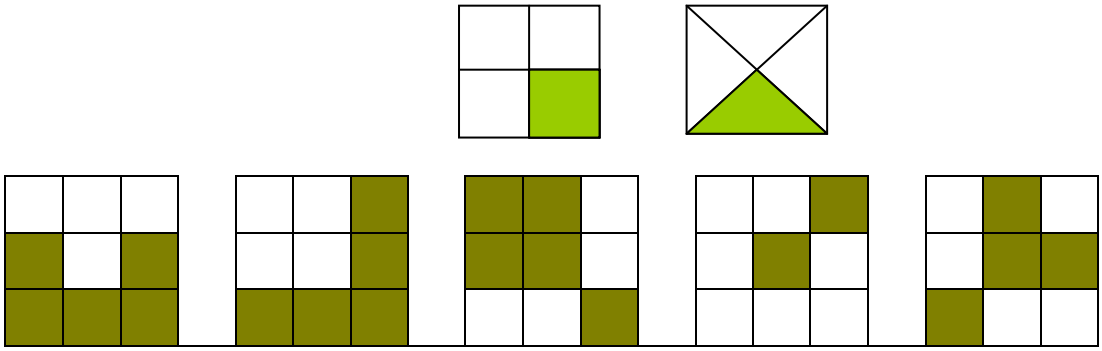
-استعمال الشريط السابق لرسم قطع مستقيمة أطولها معطاة مثلا:

$\frac{1}{2}+3$ ، $\frac{1}{2}+1$ ، $\frac{1}{2}\times 5$ ، ... $\frac{5}{2}$

*** نشاط 4**: المساحات والكسور

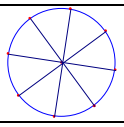
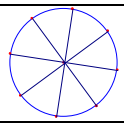
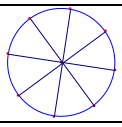
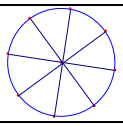
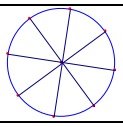
تقترح أنشطة أخرى يكون السند فيها مساحات.

مثال1: عبر بكسر عن المساحات المظللة.

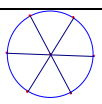
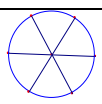
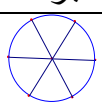
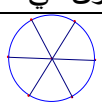


مثال2:

لون في كل حالة الجزء الذي يناسب العدد المكتوب أسفل الشكل.

				
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$

مثال3: لون في كل حالة الجزء الذي يناسب العدد المكتوب أسفل الشكل.

			
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{2}{6}$

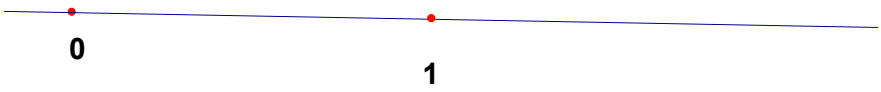
* نشاط 5: الكسور العشرية

استعمال الكسور لتدريج المستقيم

أدوات: لكل فوج (4 تلاميذ) شريط من الورق مدرج.

u هي وحدة الطول

ورقة مرسوم عليها مستقيم مثل:



ملاحظة: تمثل المسافة بين 0 و1 طول الشريط.

التعليمة1: أكتب الكسر المناسب في كل خانة من الشريط.

ينتظر:

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

التعليمة2: استعمل هذا الشريط لوضع، النقط الموافقة للكسور $\frac{12}{10}$ ، $\frac{7}{10}$ ، $\frac{3}{10}$ على المستقيم.

استثمار:

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

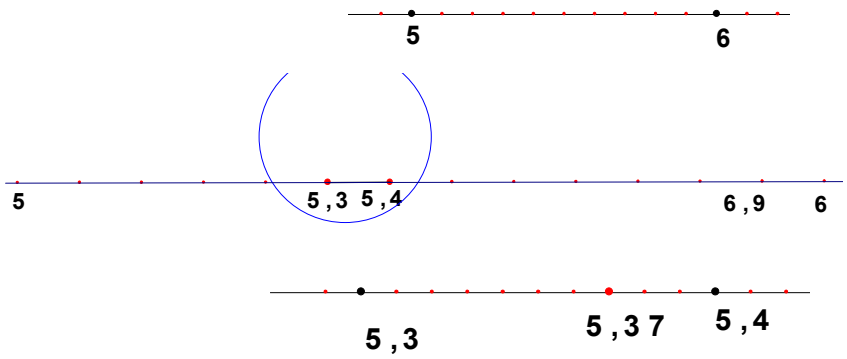
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

جعل التلاميذ يلاحظون وجود كتابات عديدة للتعبير عن نفس الطول بوضع الأشرطة جنبا إلى جنب (وفق الطول). $\frac{1}{5} = 2 \times \frac{1}{10} = \frac{2}{10}$ ، $\frac{1}{2} = 5 \times \frac{1}{10} = \frac{5}{10}$

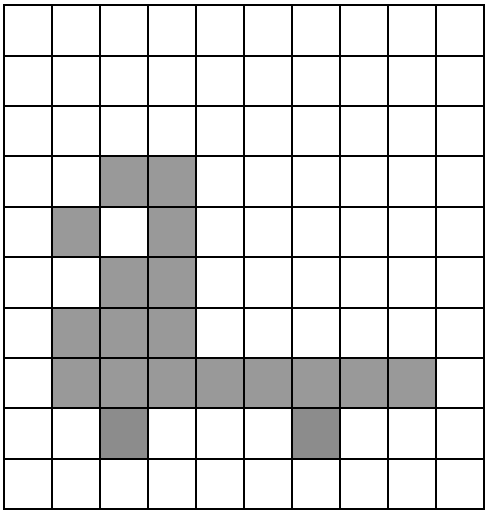
*** نشاط6:** يقترح نشاط يجزأ فيه عشر الشريط إلى 10 أجزاء حيث يظهر الجزء المئوي $(\frac{1}{100})$، هذا غير ممكن على شريط صغير لذا يجب استعمال شريط واحد يكون طوله مناسبا على السبورة والعمل على مستقيم مدرج.

المهم هو الوصول بالتلميذ إلى التفكير في أنه يمكن تجزئة الوحدة إلى 10 أجزاء ثم تجزئة كل جزء بدوره إلى 10 أجزاء، وهكذا ... أي أنه يمكن تعيين أعداد عشرية محصورة بين أي عددين عشريين.

مثلا: بين 5 و 6 ثم بين 5,3 و 5,4 ...



*** نشاط:** الجزء المئوي



أنشئ مرصوفة 10/10
- لون بالأحمر مربعا واحدا واكتب كسرا للتعبير عن هذا الجزء.
- أحسب عدد المربعات المظللة وعبر بكسر عن هذا الجزء.
- لون بالأصفر جزءا يناسب العدد $\frac{1}{10}+\frac{2}{100}$

6. إدخال الأعداد العشرية

تظهر الكتابة بالفاصلة كاصطلاح لكتابة الكسر العشري.

*** نشاط :**

تقديم الكتابة:

اتفق الرياضيون على الكتابة التالية:

الكتابة الكسرية	$\frac{26}{10}$	$\frac{253}{10}$	$\frac{253}{100}$	$\frac{1254}{1000}$	$\frac{253}{1000}$	$\frac{125}{1000}$	$\frac{5370}{100}$
الكتابة بالفاصلة	2,6	25,3	2,53	1,254	0,253	0,125	53;70

الأدوات: ورقة مكتوب عليها أعداد عشرية حيث تقترح سلسلة كسور وسلسلة أعداد مكتوبة بالفاصلة.

التعليمة:

- لاحظ الكتابة الجديدة على الجدول.
- اربط كل كسر بالكتابة المناسبة.

*** نشاط8 :**

أكمل ملء الجدول

$\frac{23}{10}$		$\frac{584}{100}$	$\frac{203}{100}$		
$2+\frac{3}{10}$	$5+\frac{1}{10}$	$5+\frac{8}{10}+\frac{4}{100}$			
2,3		5,84		560,35	105,40

*** نشاط9:** التفكيك

أكمل ملء الجدول

العدد العشري	**1000**	**100**	**10**	**1**	$\frac{1}{10}$ أو 0,1	$\frac{1}{100}$ أو 0, 01	$\frac{1}{1000}$ أو 0, 001
	الآلاف	المئات	العشرات	الوحدات	الجزء العشري	الجزء المئوي	الجزء الألفي
025,50							
1092,602							
0,830							
205,062	0	2	0	5	0	6	2
205,62							
93,253							
93,7							

* تلاحظ: كتابات مختلفة لنفس العدد مثلا: $47,95 = 47 + 0,95$

$$47,95 = 40 + 7 + 0,9 + 0,05$$

$$47,95 = 4 \times 10 + 7 + 9 \times 0,1 + 5 \times 0,01$$

$$47,95 = 4 \times 10 + 7 + 9 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100}$$

*والعكس كتابة عدد بالفاصلة انطلاقا من مفكوكه.

7. أنشطة لمقارنة أعداد عشرية

تنظيم أنشطة تساعد التلاميذ على بناء قواعد (وليس اقتراح قواعد) لـ:

- مقارنة أعداد عشرية.
- ترتيب سلسلة أعداد عشرية تصاعديا أو تنازليا.
- إدراج أعداد عشرية بين عددين عشريين أو بين عددين طبيعيين.
- تمثيل أعداد عشرية على مستقيم مدرج.

ن التدريب على إيجاد طريقة لمقارنة عددين عشريين مثل: أكبر العددين هو الذي له أكبر جزء صحيح وفي حالة تساوي الجزئين الصحيحين نقارن الجزئين العشريين ويكون أكبر العددين هو الذي له أكبر رقم الأعشار وفي حالة تساوي رقمي الأعشار يكون أكبر العددين هو الذي له

أكبر رقم مئوي وفي حالة تساوي الجزئين المئويين يكون أكبر العددين هو الذي له أكبر رقم ألفي ... وهكذا حتى تنتهي أرقام العدد العشري.

8. العمليات

الجمع والطرح.

صعوبات في وضع العمليات والاحتفاظ تنتج عنها أخطاء شائعة مثل

	149,7
+	34,98
=	49,95

نحرص على جعل التلاميذ يدركون أخطائهم ... حيث توضع الأرقام من نفس الرتبة تحت بعضها (الفاصلة تحت الفاصلة).

الفضاء والهندسة

1. مستويات تعلم الهندسة

أن تعلم الهندسة يتم وفق مستويات انطلاقا من التعليم الابتدائي:

- **مستوى الهندسة الطبيعية (هندسة الملاحظة)**: هو المستوى الذي لا نفرق فيه بين الهندسة والحقيقة. ومنبع التصديق فيه، هو الملموس وهو كثير الاستعمال منذ السنوات الأولى للتعليم الابتدائي
- **مستوى الهندسة البديهية الطبيعية (الهندسة التي تعتمد على الأدوات):** هو المستوى الذي تظهر فيه الهندسة كتمثيل للحقيقة، منبع التصديق فيه هو الشكل الهندسي والتصريحات التي تعتمد على القواعد الأساسية للمنطق المتحكم فيها طبيعيا، يمتد هذه المستوى إلى التعليم المتوسط.
- **مستوى الهندسة البديهية الشكلية (الهندسة التي تعتمد على البرهان):** هو المستوى الذي يظهر فيه الاعتماد على التفكير المنطقي بشكل أساسي ويبدأ انفصال الهندسة عن الحقيقة و يكون ذالك ابتداء من السن 13 أو 14 من العمر.

تعتمد كل من هذه المستويات على الحدس والتجربة والاستدلال.

2. الهندسة في السنة الرابعة ابتدائي

1.2. مقدمة

تهدف الأنشطة الهندسية في السنة الرابعة ابتدائي إلى إكساب التلاميذ معارف هندسية وظيفية، بعد ما تعود التلاميذ في السنوات السابقة على أشياء من الفضاء والمستوي ينتقلون تدريجيا من هندسة تعتمد على المحسوس إلى هندسة تتطلب أدوات ومعرفة بعض الخواص.

تتواصل هذه التعلمات في السنة الرابعة حيث توظف المكتسبات وتستعمل في حل مشكلات متعلقة بـ:

- وصف أشياء هندسية.
- نقل أشكال هندسية مركبة تتطلب ملاحظة أدق وتحليل أعمق.
- إنشاء أشياء هندسية حسب خواص لها أو وفق "برنامج إنشاء".
- إبراز بعض خواص الأشكال المستوية.
- إتقان استعمال الأدوات الهندسية.
- تسمح هذه التعلمات بالتحكم في الفضاء المألوف وبامتلاك المفاهيم الهندسية الأولية الضرورية لتحليل أشياء هندسية والعمل عليها بشكل تدريجي.

2.2. نقل أشكال

أن الأنشطة المتعلقة بنقل أشكال مهمة جدا. حيث تسمح بتطوير الكفاءات الخاصة بالملاحظة وتحليل شكل وتعيين خواص هندسية له.

خطوات النقل:

أولا: تحليل الشكل

- تعيين الأشكال البسيطة المكونة للشكل.
- تعيين عناصر خاصة بالشكل المراد نقله (منتصف قطعة، ضلع، قطر ...) وخواص له (تعامد، تساوي طولين ...) بالاعتماد على النظر.
- اختيار الأدوات المناسبة للتحقق من الخواص المعينة بالنظر.

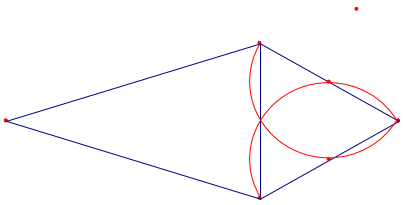
ثانيا: اختيار خطوات الرسم

ثالثا: إنجاز الشكل (النقل)

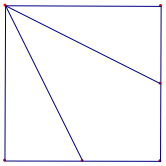
رابعا: التحقق من تطابق الشكل المنقول مع الشكل المعطى

مثال لنقل شكل

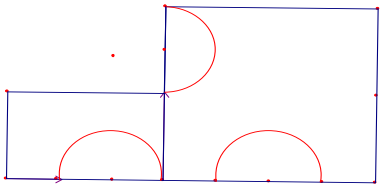
المطلوب: أنقل الشكل$_1$ على ورقة بيضاء باستعمال الأدوات الهندسية.لا تستعمل الورق الشفاف.
لاحظ الشكل$_1$ وخذ كل المعلومات الضرورية لنقله. ثم قرر طريقة للإنجاز ثم أنقله على ورقة بيضاء.



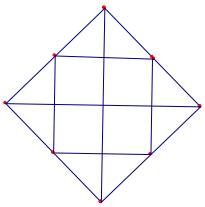
الشكل 3



الشكل 1



الشكل 4



الشكل 2

ملاحظة: يعاد نفس العمل بالنسبة إلى الأشكال 2 ،3، 4 ويمكن أن يتم ذلك في حصص أخرى.

3.2. وصف أشكال

يرتبط وصف شكل بالغاية المرجوة منه وبالشخص الذي نصف له الشكل، يتعلق الأمر إذن، بوصف شكل إما لنتصوره في أذهاننا لنفهمه جيدا، وإما لنكتب برنامج إنشاء له.

من الإجراءات الذهنية الممكنة لوصف شكل نذكر:

- ملاحظة الشكل.
- تمييزه حسب مختلف خواصه (التي يمتلكها الشخص الذي يصف الشكل).
- استعمال الأدوات للتحقق من الإجابة.
- محاولة سرد كل خصوصيات الشكل بتشفيره مثلا.

إذا كانت الغاية من الوصف هي كتابة برنامج إنشاء له فيمكن إضافة للإجراءات المذكورة أعلاه إضافة ما يلي:

- محاولة إعادة رسم الشكل خطوة بخطوة ذهنيا.
- كتابة ما يجب عمله باحترام الترتيب الزمني لخطوات الإنشاء.
- إعطاء كل المعلومات اللازمة حتى يتمكن قارؤها من إنشاء شكل مطابق للشكل المطلوب، وذلك بقراءة النص المكتوب فقط.

4.2. التوازي

من الكفاءات الواردة في برنامج السنة الرابعة بخصوص التوازي، نذكر:

- استعمال الأدوات الهندسية المناسبة للتحقق من توازي مستقيمين.
- استعمال الأدوات الهندسية المناسبة لرسم مستقيم يوازي مستقيما معطى.

وعليه نقترح أربعة أنشطة تهدف إلى:

- رسم موازي لمستقيم معطى دون تحديد الأداة أو وضعية المستقيم.
- رسم موازي لمستقيم مع تحديد الوضعية ودون تحديد الأداة
- رسم موازي لمستقيم مع تحديد الأداة والوضعية
- التحقق من توازي مستقيمين مع التبرير.

نشاط1:

التعليمة:

أرسم مستقيما على ورقة، سميه (d) ثم أرسم مستقيما يوازي المستقيم (d)

طريقة العمل:

- يعمل التلاميذ مثنى، مثنى.
- تتم قراءة التعليمة جماعيا ويؤكد المعلم على أن عندما يكون مستقيمين متوازيين نقول أيضا أن مستقيم يوازي الأخر.
- يترك اختيار الأداة للتلميذ.

الإجراءات الممكنة التي يمكن أن يعتمدها التلاميذ:

1) الرسم بالمسطرة بالاعتماد على النظر (وما يحكم عليه أنه موازي).
2) استعمال حافتي المسطرة حيث يضع أحدهما على المستقيم(d) ويرسم مستقيما على طول الحافة الأخرى.
3) استعمال المسطرة حيث يتم وضع حافتها على المستقيم(d) ثم تدويرها حول هذه الحافة مرة أو عدة مرات ثم رسم الموازي المطلوب.
4) يحدد طولا على المسطرة وتعين نقطتين تبعدان المستقيم(d) بهذا الطول، وبإزاحة المسطرة عموديا على المستقيم(d) (دون رسم العمود) نرسم الموازي المطلوب.
5) رسم مستقيمين عموديين على(d) بالمسطرة، ثم تعيين نقطة على كل منهما تبعد بنفس الطول عن(d) ثم نرسم المستقيم الذي يشمل النقطتين.

أثناء العرض والمناقشة حول الإجراءات المستعملة يتم تصديق البعض منها ورفض البعض الآخر بالإعتماد على دقة كل منها مثلا الإجراءات (1)، (3)، (4) ترفض لنقص الدقة فيها.

نشاط2:

توزع على التلاميذ ورقة مرسوم عليها مستقيما (d) و نقطة A خارج (d) ويطلب منهم رسم مستقيم يمر من النطة A ويوازي المستقيم (d).

الإجراءات الممكنة التي يعتمدها التلاميذ:

1) استعمال حافتي مسطرة: حيث توضع أحدى الحافتين على المستقيم (d) ويرسم مستقيما على طول الحافة الأخرى. المستقيم المتحصل عليه يوازي (d) ولا يمر من النقطةA، لكنه قريب منها، ثم يرسم مستقيما يمر من A ويكون موازيا (تقريبا) للمستقيم المحصل عليه.
2) رسم مستقيمين عموديين على (d) أحدهما يمر من A. تعيين بعد A عن (d) ثم تعين نقطة على العمود الثاني من نفس الجهة تبعد بنفس الطول عن (d) ورسم المستقيم الذي يشمل النقطتين.

أثناء العرض والمناقشة نصل بالتلاميذ إلى رفض الإجراء(1) لقلة دقته واعتماد الإجراء(2).
من الضروري إذن رسم العمود على المستقيم(d) الذي يمر من A لتعيين البعد بين المستقيمين ثم رسم المستقيم الموازي المطلوب.

نشاط$_3$:
توزع على التلاميذ ورقة مرسوما عليها مستقيم(d) ونقطة A خارج(d) ويطلب منهم رسم مستقيم يمر من النطة A ويوازي المستقيم (d) باستعمال الكوس فقط وبدون قياس (يستعمل الكوس لرسم زوايا قائمة فقط).
يستغل النشاط السابق لجعل التلاميذ يلاحظون المستطيل وبالتالي رسم الموازي يتم بعد رسم الزوايا القائمة (أي المستطيل).

نشاط$_4$:
توزع على التلاميذ ورقة مرسوم عليها مستقيمات ويطلب منهم تعين المستقيمات المتوازية منها مع التبرير.

التقويم

كما هو الحال في السنوات السابقة، فالتقويم ليس جزءا منفصلا عن التعلم بل هو جزء مندمج في سياق التعلم.إذ أنّ أول وظيفة له هي تحسين فعل التعليم/التعلم.
نذكّر بمختلف أنواع التقويم:

- **التقويم التشخيصي** (في بداية التعلّم)
  يتعلق الأمر بالتحقق من أن المعارف القبلية الضرورية للتعلّم الجديد مكتسبة فعلا.

- **التقويم التكويني** (أثناء التعلّم)
  يتعلق الأمر بمراقبة مستوى اكتساب المعارف أثناء التعلّم، الشيء الذي يسمح بتشخيص الصعوبات التي تعترض التلاميذ والتعرف على أخطائهم للتكفل بها وذلك بتنظيم أنشطة المعالجة والدعم.
- **التقويم التحصيلي** (بعد التعلم)
  ينجز التقويم التحصيلي بعد التعلّم في نهاية الفصل أو في نهاية السنة مثلا، ويكون القصد منه في أغلب الأحيان هو الحكم على أنّ التلميذ ينتقل أو لا ينتقل أو يستحق الشهادة أو لا يستحقها ...

1. التقويم التحصيلي

يقتصر التقويم التحصيلي على منح علامة (عددية) لكل تلميذ قصد تصنيف التلاميذ والحكم على مستواهم واتخاذ القرارات المناسبة.
رغم أنّ بعض المختصين يقولون أنّ "العلامة العددية تلوّث المنظومة التربوية" إلا أنها ضرورية لتصنيف التلاميذ حسب مستوياتهم وبالتالي لا يمكن الاستغناء عنها.

1.1. نسبية التقويم التحصيلي

اقترحت لمجموعة من المعلمين والمفتشين أوراق تلاميذ للتصحيح ومنح علامة بين 0 و10.
ويتعلق الأمر بالمشكلة الآتية:

"اشترى بائع 30 علبة شوكولاطة بسعر 20 دينارا للوحدة. باع منها 25 علبة فربح 13 دينارا في كلّ وحدة وباع العلب الخمس (5) الباقية بخسارة 7 دنانير في الوحدة.
احسب ربح التاجر".

الجدول الموالي يبين الحلول المقترحة من طرف ثلاثة تلاميذ.

التلميذ1	$25\times13=325-35=290$ 290 دينارا
التلميذ2	$30\times20=600$ $25\times30=750+(25\times13)=325$ $5\times7=35$ $325-35=290$ 290 دينارا
التلميذ3	$30\times20=600$ 600 دينارا $(25\times20)+(25\times13)=825$ $825+65=890$ $890-600=290$ 290 دينارا

وكانت العلامات الممنوحة كما يلي:

التلميذ 1	العلامات	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	عدد المصححين	2	3	0	1	1	6	6	4	7	5	21

التلميذ 2	العلامات	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	عدد المصححين	0	1	1	1	0	2	4	4	16	17	15

التلميذ 3	العلامات	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	عدد المصححين	0	1	0	0	0	3	3	2	10	4	30

إنّ التباين الكبير في العلامات الممنوحة لكلّ تلميذ يدلّ على أن العلامة مرتبطة بالمصحح وهو ما يعني أنّ **منح العلامة أمر نسبيّ**.

وللتقليل من هذه الفوارق لابد من إنجاز شبكة تقويم واختيار معايير ومؤشرات مناسبة.

2.1. المعايير

إن المهم في التقويم التحصلي هو تحديد ما يعرفه التلميذ وليس تشخيص الأخطاء (الشيء الذي يهم التعلّم والتقويم التكويني) حتى يمكن الحكم على أنه ناجح أم لا.

فمواضيع التقويم، في إطار المقاربة بالكفاءات، تبنى اعتمادا على وضعيات مركبة وليست معقدة، شاملة ولها دلالة.

وحتى يكون التصحيح أكثر موضوعية، تبني شبكة للتصحيح حسب معايير متفق عليها. تتعلق هذه المعايير بالنتائج والسيرورات وتكون قليلة و مستقلة عن بعضها البعض.

تقترح في الرياضيات ثلثة معايير هي:

-التفسير السليم للوضعية.

-الاستعمال السليم للأدوات في الوضعية.

-انسجام الإجابة.

وحتى تفهم هذه المعايير بنفس الفهم، يضاف لكل معيار في شبكة التقويم شرح أو تفسير حسب الوضعية (انظر المثال).

تقترح مؤشرات لكل معيار للحكم على أنه محقق أم لا وترتبط هذه المؤشرات بالوضعية، بالموضوع.

المعيار	التفسير السليم للوضعية	الاستعمال السليم للأدوات في الوضعية	انسجام الإجابة
الشرح	يبين التلميذ أنه فهم المشكل: يختار الأعداد المفيدة من نص المشكل ويختار العمليات المناسبة.	إنجاز صحيح للعمليات حتى ولو كانت الأعداد والعمليات المختارة غير صحيحة المهم هو الإنجاز الصحيح.	اختيار الوحدة، نتائج معقولة، الجواب عن السؤال بجملة ...).

ملاحظة 1: لا يعاقب التلميذ مرتين على نفس الخطأ.

ملاحظة 2: يستحسن تجنب اختيار معايير مثل:

- "جواب مقبول".
- "ورقة منظمة ونظيفة".

حيث لا نهتم بهذا في التقويم لتحصيلي الذي يعنى بالكفاءات الخاصة بالمادة. بل نهتم به خلال التعلّمات وفي التقويم التكويني لنسمح للتلميذ بالتحسّن في هذا الجانب.

2. مثال

1.2. الوضعية

نظمت مدرسة الأمل التي تتكون من 12 قسما، حفل نهاية السنة. حضره 450 تلميذا و12 معلما ومدير المدرسة و68 مدعوا.

تعليمة$_1$: طلب المدير من تلاميذ السنة الرابعة تصفيف الكراسي في الساحة في 15 صفا، في كلّ صف 36 كرسيا.

ما هو عدد الكراسي الشاغرة بعد جلوس الجميع؟

تعليمة$_2$: لمكافأة 4 تلاميذ الأوائل من كلّ قسم، اشترى المدير كتابا لكلّ واحد منهم. سعر الكتاب الواحد هو 250 دينارا.
ما هي كلفة الجوائز؟

تعليمة$_3$: للمجموعة الصوتية المكوّنة من 14 بنتا و12 ولدا، اشترى المدير شاشية لكلّ ولد، سعر الواحدة 185 دينارا وفوطة لكلّ بنت، سعر الواحدة 230 دينارا.
ما هي كلفة هذه اللوازم؟

2.2. شبكة التقويم

تتضمن هذه الشبكة المعايير الثلاثة والمؤشرات وتوزيع النقط العشرة (10).

المعايير	معيار1 :تفسير سليم للوضعية	معيار2: استعمال سليم للأدوات في الوضعية	معيار 3 : انسجام الإجابة
المؤشرات	استعمال الأعداد المفيدة من النص. اختيار العملية المناسبة.	إنجاز صحيح للعمليات (حتى ولو كانت الأعداد والعمليات المختارة غير صحيحة، المهم هو الحساب الصحيح).	احترام الوحدة. نتائج معقولة (مثلا عدد الكراسي الفارغة أقل من العدد الكلي ...). الجواب عن السؤال بجملة مفيدة.
السؤال1	$450+12+68+1$ 36×15 $(36\times15)-(450+12+68+1)$		تبقى 9 كراسي فارغة.
العلامة	1	1	1
السؤال2	4×12 $250\times(4\times12)$	48 1200	كلفة الجوائز هي: 1200 دينارا.
العلامة	1	1	1
السؤال3	12×185 ، 14×230 $14\times230+12\times185$	3220 2220 5440	كلفة ملابس المجموعة هي 5440 دينارا
العلامة	1	1	1
معيار التحسين: تقديم العمل وتنظيمه			1

ملاحظة: يمكن أن نجد في بعض شبكات التقويم معيارا رابعا يسمى معيار التحسين (ويخصّ تقديم العمل وتنظيمه، ...).