الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم – الخروب . قسنطينة

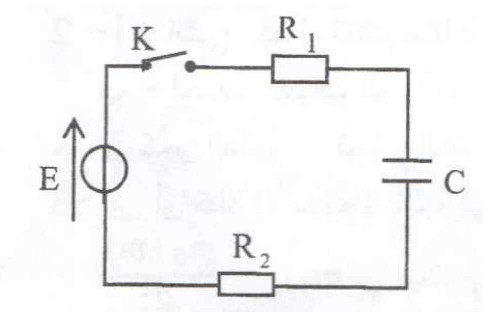
اختبار الثلاثي الثاني للسنة ثالثة ثانوي الأستاذ : فرقاني فارس

الشعب : علوم تجريبية ، رياضيات ، تقني رياضي السنة الدراسية : 2022/2021

اختبار تجريبي في مادة : العلوم الفيزيائية المدة : 03 ساعة

الموضوع 3 ثا - 23

التمرين الأول : (بكالوريا 2016 - رياضيات) (U03-Ex65)



الشكل-1

تتميز المكثفات بخاصية تخزين الطاقة الكهربائية و امكانية استغلالها عند الحاجة . لدراسة هذه الخاصية نربط مكثفة غير مشحونة سعتها C على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية :

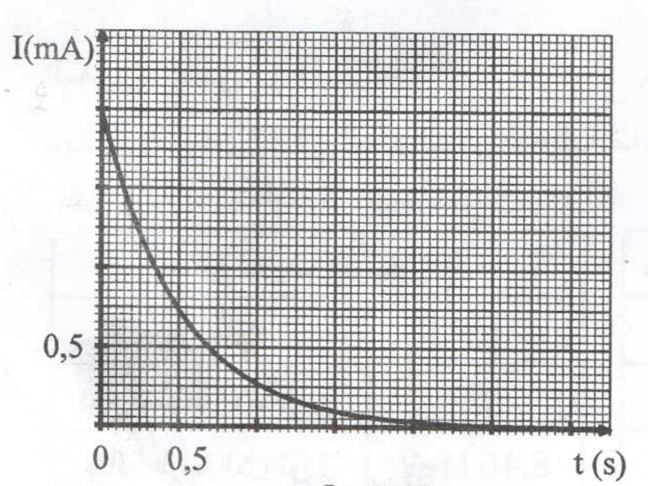
مولد كهربائي للتوتر الثابت E ، قاطعة K و ناقلين أوميين مقاومتيهما $R_1 = 1\ k\Omega$ ، $R_2 = 4\ k\Omega$. انظر (الشكل-1) .

نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$:

1- أ- أعط تفسيرا مجهريا للظاهرة التي تحدث في المكثفة .

ب- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة .

جـ- للمعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل : $i(t) = \alpha . e^{-\beta . t}$ ، جد عبارتي الثابتين α ، β بدلالة R_1 ، R_2 ، C و E .



الشكل-2

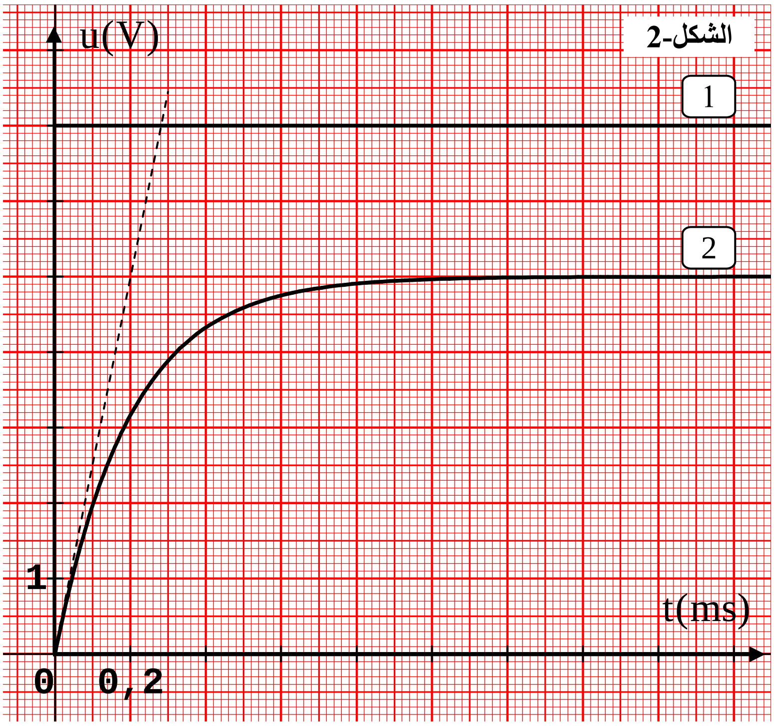
2- بواسطة لاقط شدة التيار الكهربائي موصول بالدارة و بواجهة دخول لجهاز إعلام آلي نحصل على منحنى تطور الشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي (الشكل-2) .

- اعتمادا على البيان أوجد قيمة كل من : ثابت الزمن τ ، سعة المكثفة C ، التوتر الكهربائي E .

3- أعط العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة $E_C(t)$ و احسب قيمتها الأعظمية .

التمرين الثاني : (U03-Ex73)

نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في الشكل التالي و التي تتكون من مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E ، قاطعة K ، ناقل أومي مقاومته $R = 100\ \Omega$ ، وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r . توصل الدراة براسم اهتزاز مهبطي ذي مدخلين Y_A و Y_B (الشكل-1)



نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ فيظهر على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنيين (1) ، (2) المبينين في (الشكل-2) .

1- أنسب كل منحنى بالمدخل الموافق مع التعليل .

2- بين أن المعادلة التفاضلية بدلالة $i(t)$ تكون من الشكل :

$$L\frac{di}{dt} + (R + r)\, i = E$$

3- بالاعتماد على المنحنيين (1) ، (2) ، أحسب :

أ- القوة المحركة الكهربائية E .

ب- شدة التيار الكهربائي الأعظمي I_0 .

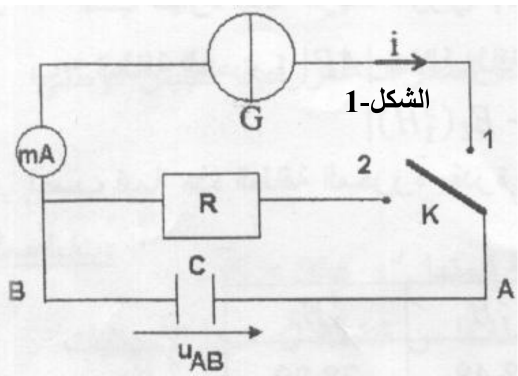
جـ- المقاومة الداخلية للوشيعة r .

4- من المنحنى الموافق للمدخل Y_B عين قيمة المقدار $\frac{di}{dt}$ عند اللحظة $t = 0$ ثم استنتج ذاتية الوشيعة L من دون الاستعانة بـ τ .

5- أوجد بطريقتين مختلفتين ثابت الزمن τ لهذه الدارة .

6- على نفس الشكل-2 المعطى بعد نقله على ورقة إجابتك ، أرسم بشكل كيفي المنحنى الذي تشاهده على المدخل Y_B في حالة استبدال الوشيعة السابقة بوشيعة أخرى لها نفس المقاومة الداخلية و ذاتيتها $L' = 2L$.

التمرين الثالث : (U03-Ex22)



نعتبر الدارة الكهربائية المبينة في (الشكل-1) و التي تتألف من مولد (G) للتيار الثابت ، مكثفة سعتها C ، ناقل أومي مقاومته R .

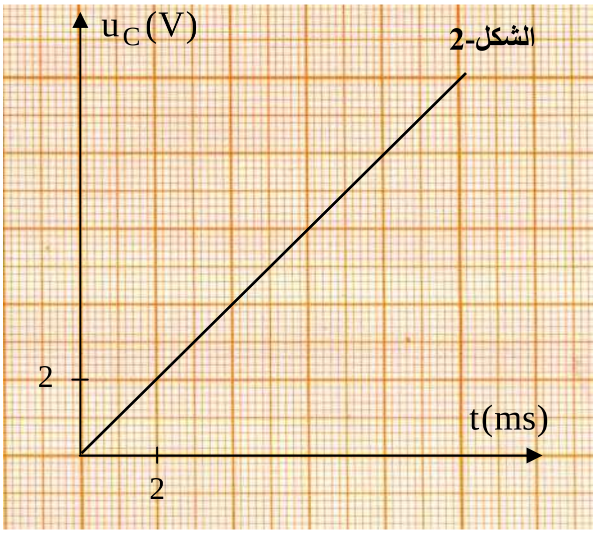
نريد تعيين سعة المكثفة C ، لذلك نضع في اللحظة $t = 0$ البادلة k في الوضع (1) لتشحن المكثفة بالمولد G الذي يعطي تيارا ثابتا شدته $I = 2\ mA$.

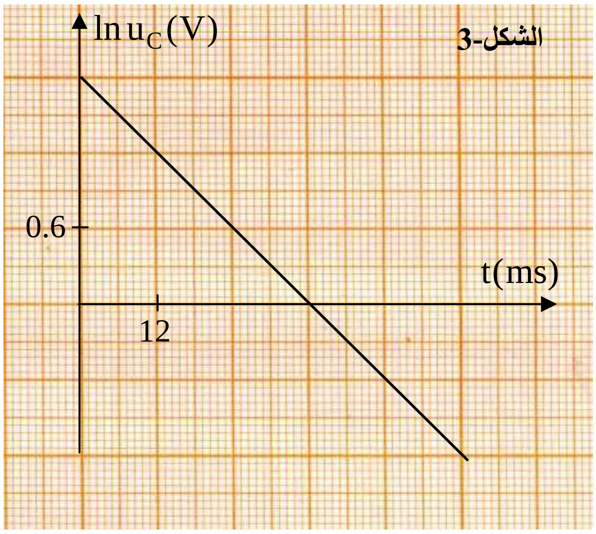
بواسطة جهاز ExAO تمكنا من مشاهدة منحنى (الشكل-2) الذي يمثل تطور التوتر u_C بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن .

1- أكتب عبارة التوتر u_C بدلالة شدة التيار i المار في الدارة ، و سعة المكثفة C و الزمن t .

2- استنتج من بيان (الشكل-2) سعة المكثفة C .

3- نضع البادلة في الوضع (2) عند اللحظة $t = 0$ ، يمثل منحنى (الشكل-3) تغيرات $\ln u_C$ بدلالة الزمن :





أ– بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة تعطى بالشكل :

$$\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=0$$

ب– تحقق من أن حل المعادلة التفاضلية هو $u_C = u_{C0}e^{-t/\tau}$ حيث : u_{C0} هو التوتر بين طرفي المكثفة عند اللحظة $t = 0$.

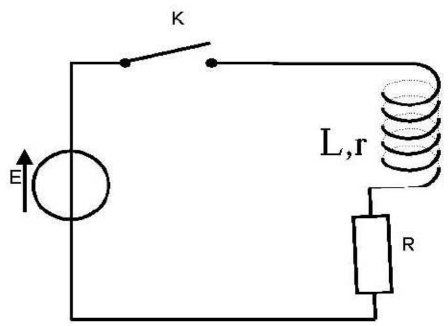
جـ– استنتج من بيان (الشكل–3) :

- ثابت الزمن τ و قيمة u_{C0} .
- مقاومة الناقل الأومي R .

التمرين الرابع : (بكالوريا 2013 - رياضيات) (U03-Ex53)

بهدف تحديد مميزات وشيعة ، نحقق دارة كهربائية (الشكل–2) ، حيث :

$R = 90\ \Omega$ ، نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ ms .



الشكل–2

1– بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة تعطى بالشكل : $\frac{du_R}{dt}+\frac{R+r}{L}u_R=\frac{RE}{L}$

2– تحقق أن العبارة : $u_R(t)=\frac{B}{A}(1-e^{-At})$ ، هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة ، حيث A و B ثابتان يطلب تعيينهما .

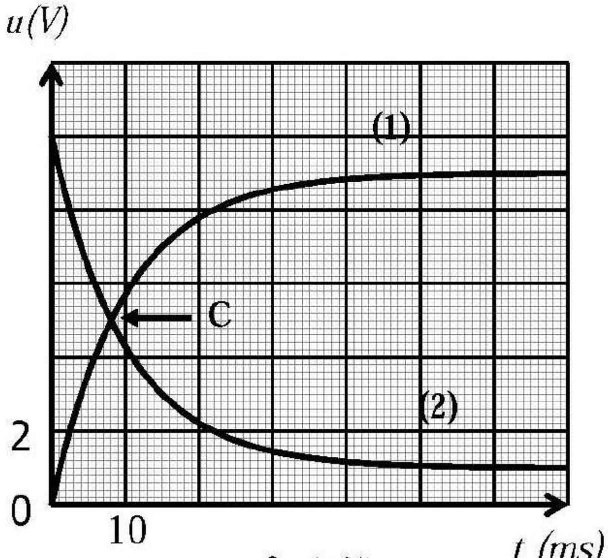
3– باستعمال راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة تحصلنا على (الشكل–3) .

أ– اعد رسم الدارة ، ثم وضح عليها كيفية ربط راسم الإهتزاز المهبطي لمشاهدة المنحنيين (1) و (2) (الشكل–3) .

ب– أنسب لكل عنصر كهربائي من الدارة المنحنى الموافق له مع التعليل .

جـ– استنتج القوة المحركة الكهربائية للمولد E ، و مقاومة الوشيعة r .

4– اعتمادا على نقطة تقاطع المنحنيين (1) ، (2) :



الشكل-3

أ- بين أن ثابت الزمن τ يكتب بالعبارة : $\tau = \dfrac{t_c}{\ln(\dfrac{2R}{R - r})}$ ،

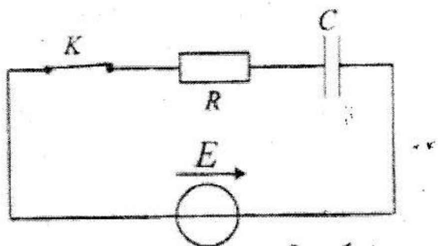
ثم احسب قيمته ، حيث : t_c الزمن الموافق لتقاطع المنحيين ،

علما أن التوتر بين طرفي الوشيعة يعطى بالعلاقة :

$u_b(t) = \dfrac{E}{R + r}(r + R\,e^{-\frac{t}{\tau}})$.

ب- احسب ذاتية الوشيعة L .

التمرين الثالث : (بكالوريا 2015 - رياضيات) (U03-Ex28)



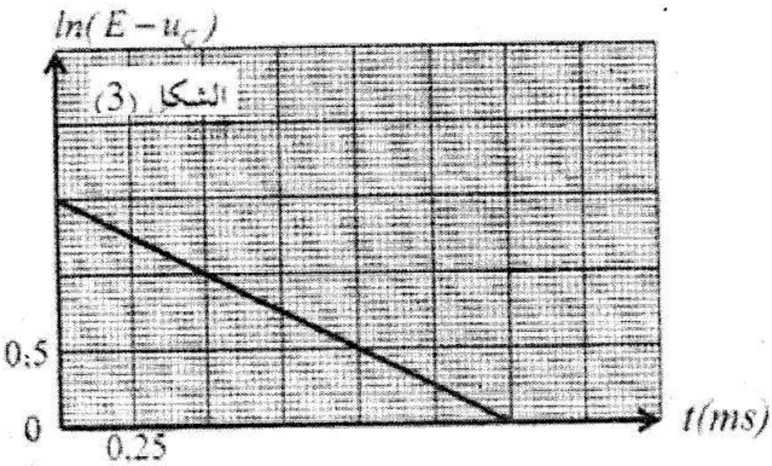
الشكل (2)

تستعمل المكثفات في عدة تراكيب كهربائية ذات فائدة علمية في الحياة اليومية بغرض حساب سعة مكثفة غير مشحونة مسبقا ، نحقق التركيب الموضح بالش ثابت التوتر قوته المحركة الكهربائية E .

1- أعد رسم الدارة موضحا عليها التوترات بأسهم وجهة التيار الكهربائي .

2- بتطبيق قانون جمع التوترات ، جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

3- بين ان العبارة $u_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ هي حل للمعادلة التفاضلية ، حيث A و τ ثابتان يطلب كتابة عبارتيهما .



4- بين أن : $\ln(E - u_C) = -\dfrac{1}{\tau}\,t + \ln E$.

5- بيان الشكل(3) يمثل تغيرات $\ln(E - u_C)$ بدلالة الزمن ، استنتج من البيان :

أ- قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد .

ب- قيمة ثابت الزمن τ ، و قيمة سعة المكثفة C .

6- أ- اكتب العبارة اللحظية لطاقة المكثفة في اللحظة $E_{(C)}(t)$.

ب- نرمز بـ $E_{(C)}(\tau)$ للطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = \tau$ و بـ $E_C(\infty)$ للطاقة العظمى .

- احسب النسبة $\dfrac{E_{(C)}(\tau)}{E_{(C)}(\infty)}$.

حل التمرين الأول

1- التفسير المجهري للظاهرة التي تحدث في المكثفة :
عند غلق القاطعة يطبق المولد بين طرفي المكثفة توترا كهربائيا ، ما يجعل الالكترونات الحرة في اللبوس المرتبط بالقطب الموجب للمولد بالتحرك نحو اللبوس المرتبط بالقطب السالب للمولد (يلعب المولد دور مضخة الكترونات) ، فيشحن هذا الأخير سلبا في حين يشحن اللبوس المقابل ايجابا ، واثناء الشحن تزداد هذه الشحنة بفعل التكهرب عن بعد بين اللبوسين (تكثيف الشحن الكهربائية) وخاصة بوجود العازل الكهربائي، فيتزايد تدريجيا التوتر الكهربائي بين اللبوسين وتتوقف حركة الالكترونات عندما يبلغ التوتر بينهما قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد .

ب- المعادلة التفاضلية بدلالة $i(t)$:
حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{R_1} + u_{R_2} + u_C = E$$

$$R_1 i + R_2 i + \frac{q}{C} = E.$$

$$(R_1+R_2)i + \frac{q}{C} = E$$

نشتق الطرفين بالنسبة للزمن :

$$(R_1+R_2)\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = 0$$

$$(R_1+R_2)\frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0 \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} = 0$$

جـ- عبارتي B و α :

- $i = \alpha e^{-Bt}$

- $\frac{di}{dt} = -B\alpha e^{-Bt}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$-B\alpha e^{-Bt} + \frac{1}{RC}\alpha e^{-Bt} = 0$$

$$\alpha e^{-Bt}\left(-B + \frac{1}{RC}\right) = 0$$

لكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

$$-B + \frac{1}{RC} = 0 \longrightarrow B = \frac{1}{RC}$$

من الشروط الابتدائية:

$t=0 \rightarrow i = I_0 = \dfrac{E}{R_1+R_2}$

لأنه حسب قانون جمع التوترات:

$u_{R_1(t)} + u_{R_2(t)} + u_{C(t)} = E$

$R_1 i_{(t)} + R_2 i_{(t)} + u_{c(t)} = E$

$\underline{t=0} \rightarrow R_1 i_{(t=0)} + R_2 i_{(t=0)} + \cancel{u_{c(t=0)}} = E$

$R_1 I_0 + R_2 I_0 = E$

$(R_1+R_2) I_0 = E \rightarrow I_0 = \dfrac{E}{R_1+R_2}$

بالتعويض في العبارة: $i = \alpha e^{-\beta t}$

$I_0 = \alpha e^{-\beta(0)}$

$\dfrac{E}{R_1+R_2} = \alpha \longrightarrow \alpha = \dfrac{E}{R_1+R_2}$

ج- قيمة τ:

$t=\tau \rightarrow i = 0{,}37 I_0 = 0{,}37 \times 4 \times 0{,}5 \cdot 10^{-3} = 7{,}4 \cdot 10^{-4} s$

بالاسقاط مع أخذ سلم الرسم بعين الاعتبار نجد:

$\tau = 0{,}5 s$

- قيمة C:

$\tau = R_1 \ast$ $\quad C = \dfrac{\tau}{R_1+R_2} = \dfrac{0{,}5}{10^3 + 4\cdot 10^3} = 10^{-4} F$

- قيمة E:

من البيان: $I_0 = \dfrac{E}{R_1+R_2}$ ولدينا سابقا: $I_0 = 2 mA$

ومنه:

$E = I_0 (R_1+R_2) = 2 \cdot 10^{-3} (10^3 + 4\cdot 10^3) = 10V$

3- العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة

$E_{(c)} = \frac{1}{2} C u_c^2$

ولدينا عند الشحن $u_c = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ ومنه:

$E_{(c)} = \frac{1}{2} C E^2 \left(1 - e^{-t/\tau}\right)^2$

- قيمة الطاقة الاعظمية:

تبلغ طاقة المكثفة قيمتها الاعظمية في النظام الدائم

وبالتالي تكون عبارة الطاقة الاعظمية كما يلي:

$E_{(c)max} = \frac{1}{2} C E^2$

$E_{(c)max} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-4} (10)^2 = 5 \cdot 10^{-3} J$

حل التمرين الثاني

1- المنحنى الموافق لكل مدخل :

- من خلال طريقة ربط راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة ، يظهر المدخل Y_A التوتر بين طرفي المولد في حين يظهر المدخل Y_B التوتر بين طرفي الناقل الأومي .

- من المنحنى (1) التوتر ثابت وهذا يتفق مع التوتر بين طرفي مولد التوتر الذي يكون التوتر بين طرفيه ثابت ، إذن المنحنى (1) هو الذي يظهر على المدخل Y_A .

- لدينا : $u_R = Ri$

في ثنائي القطب RL عند غلق القاطعة يكون :

$t=0 \rightarrow i=0 \rightarrow u_R=0$

وهذا يتفق مع المنحنى (2) بمعنى أن المنحنى (2) يمثل التوتر بين طرفي الناقل الأومي وبالتالي هو الذي يظهر على المدخل Y_B .

2- المعادلة التفاضلية بدلالة $i(t)$:

حسب قانون جمع التوترات

$u_b + u_R = E$

$L\frac{di}{dt} + ri + Ri = E$

$L\frac{di}{dt} + (R+r)i = E \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L}i = \frac{E}{L}$

3- أ- قيمة E :

التوتر بين طرفي مولد التوتر يكون ثابت ومن المنحنى (1) الذي يوافقه يمكن قول : $E = 7V$.

ب- شدة التيار الأعظمية :

$u_R = Ri$

في النظام الدائم أين $i = I_0$ نكتب :

$u_R(\infty) = RI_0 \rightarrow I_0 = \frac{u_R(\infty)}{R}$

من المنحنى (2) : $u_R(\infty) = 5V$ ومنه :

$I_0 = \frac{5}{100} = 0{,}05A$

جـ- المقاومة الداخلية للوشيعة r :

$I_0 = \frac{E}{R+r} \rightarrow R+r = \frac{E}{I_0} \rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R$

$r = \frac{7}{0{,}05} - 100 = 40\Omega$

4- قيمة $\frac{di}{dt}$ عند $t=0$:

$$u_R = Ri \rightarrow i = \frac{u_R}{R} \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\frac{du_R}{dt}$$

تمثل $\frac{du_R}{dt}$ ميل مماس المنحنى $u_R(t)$ (المنحنى 2) وبالتالي:

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \frac{5}{0,2 \cdot 10^{-3}} = 2,5 \cdot 10^{4}$$

اذن :

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{1}{100} \times 2,5 \cdot 10^{4} = 250$$

ذاتية الوشيعة :

من المعادلة التفاضلية :

$$L\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} + (R+r)(i)_{t=0} = E$$

$$L\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = E - (R+r)(i)_{t=0} \rightarrow L = \frac{E - (R+r)(i)_{t=0}}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}}$$

من خصائص ثنائي القطب RL عند غلق القاطعة $(i)_{t=0} = 0$ ولدينا سابقا $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = 250$ ، يكون اذن :

$$L = \frac{7 - 0}{250} = 2,8 \cdot 10^{-2}\ H$$

5- ثابت الزمن τ :

طريقة (1) - بيانية :

$$t = \tau \rightarrow u_R = 0,63\ U_{Rmax} = 0,63 \times 5 = 3,15V$$

بالاسقاط في المنحنى (2) نجد : $\tau = 0,2\ ms$.

طريقة (2) - حسابية :

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

$$\tau = \frac{2,8 \cdot 10^{-2}}{100+40} = 2 \cdot 10^{-4}\ s = 0,2\ ms$$

حل التمرين الثالث

1- أ- عبارة التوتر u_C بدلالة i ، C ، t :

لدينا :

$$u_C = \frac{q}{C}$$

و بما أن شدة التيار المار في الدارة ثابتة كون أن المولد هو مولد للتيار يمكن كتابة :

$$I = \frac{q}{t} \rightarrow q = I\,t \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

و منه يصبح :

$$u_C = \frac{I}{C} t$$

2- قيمة C :

بيانيا :

$u_C = a\,t$ .... (2)

بمطابقة العلاقة البيانية (2) مع العلاقة النظرية (1) السابقة نجد :

$$\frac{I}{C} = a \quad \rightarrow \quad C = \frac{I}{a}$$

من البيان :

$$a = \frac{2}{2\ .\ 10^{-3}} = 10^3 \quad \rightarrow C = \frac{2\ .10^{-3}}{10^3} = 2\ .10^{-6}\ F$$

3-أ- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_R + u_C = 0$$

$$Ri + u_C = 0 \ \rightarrow\ R\frac{dq}{dt} + u_C = 0 \rightarrow\ R\frac{d(C.u_C)}{dt} + u_C = 0$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \ \rightarrow\ \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = 0$$

ب- التحقق من الحل :

- $u_C = u_{C0}e^{-t/\tau}$
- $\frac{du_C}{dt} = -\frac{u_{C0}}{\tau}e^{-t/\tau} = -\frac{u_{C0}}{RC}e^{-t/\tau}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$-\frac{u_{C0}}{RC}e^{-t/\tau} + \frac{1}{RC}u_{C0}e^{-t/\tau} = 0 \quad \rightarrow\ \ 0 = 0$$

إذن الحل المعطى هو فعلا حل للمعادلة التفاضلية .

ب- قيمتي τ ، u_{C0} :

- بيانيا : المنحنى $\ln u_C = f(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل :

$\ln u_C = at + b$ .... (1)

- نظريا :

$$u_C = u_{C0}\ e^{-t/\tau} \ \ \rightarrow \ln u_C = \ln u_{C0} - \frac{t}{\tau}$$

$$\ln u_C = -\frac{1}{\tau}t + \ln u_{C0} \quad ....\ (2)$$

بمطابقة العلاقة النظرية (2) بالعلاقة الرياضية (1) :

- $-\frac{1}{\tau} = a \ \rightarrow\ \ \tau = -\frac{1}{a}$
- $\ln u_{C0} = b \ \rightarrow\ \ u_{C0} = e^b$

من بيان (الشكل-3) :

- $a = -\dfrac{3.0,6}{3.12.10^{-3}} = -50 \quad \rightarrow \quad \tau = -\dfrac{1}{-50} = 0,02\ s$
- $b = 3 . 0,6 = 1,8\ V \quad \rightarrow \quad u_{C0} = e^{1,8} \approx 6\ V$

- قيمة R :

$$\tau = RC \rightarrow R = \frac{\tau}{C} = \frac{0,02}{2.10^{-6}} = 10^4\ \Omega$$

حل التمرين الرابع

1- المعادلة التفاضلية بدلالة $u_R(t)$:

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_b + u_R$$

$$E = L\frac{di}{dt} + ri + Ri$$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)i = E$$

لدينا :

$$u_R = Ri \longrightarrow i = \frac{1}{R}u_R$$

$$\longrightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\frac{du_R}{dt}$$

ومنه :

$$\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} + \frac{R+r}{R}u_R = E$$

بضرب الطرفين في $\frac{R}{L}$ يصبح :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{R+r}{L}u_R = \frac{ER}{L}$$

2- عبارتي A و B :

- $u_R = \dfrac{B}{A}\left(1 - e^{-At}\right)$
- $\dfrac{du_R}{dt} = \dfrac{B}{A}\left(0 - \left(-Ae^{-At}\right)\right) = \dfrac{B}{A}\left(Ae^{-At}\right) = Be^{-At}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية

$$Be^{-At} + \frac{R+r}{L}.\frac{B}{A}\left(1 - e^{-At}\right) = \frac{ER}{L}$$

$$Be^{-At} + \frac{R+r}{L}\frac{B}{A} - \frac{R+r}{L}\frac{B}{A}e^{-At} = \frac{ER}{L}$$

الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية ولكي يتحقق:

$$\cancel{B} = \frac{R+r}{L} \times \frac{\cancel{B}}{A} \longrightarrow A = \frac{R+r}{L}$$

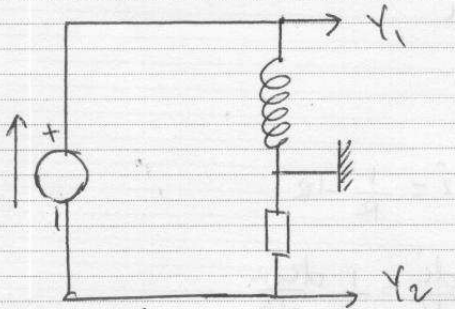
$$\frac{R+r}{L} \times \frac{B}{A} = \frac{ER}{L}$$

$$\frac{R+r}{L} \times \frac{B}{\frac{R+r}{L}} = \frac{ER}{L}$$

$$\frac{\cancel{R+r}}{\cancel{L}} \times \frac{B \times \cancel{L}}{\cancel{R+r}} = \frac{ER}{L} \longrightarrow B = \frac{ER}{L}$$

3- أ- رسم الدارة وكيفية وصلها براسم الاهتزاز:

المنحنيين (1)، (2) أحدهما يمثل تطور التوتر u_R بين طرفي الناقل الأومي والآخر يمثل تطور التوتر u_b بين طرفي الوشيعة وعليه يجب وصل الدارة كما يلي حتى نحصل على هذين المنحنيين



ب- المنحنى البياني الموافق لكل عنصر كهربائي:

لدينا:

$$u_R = \frac{B}{A}\left(1 - e^{-At}\right)$$

من هذه العبارة:

$$t=0 \longrightarrow u_R = \frac{B}{A}\left(1 - e^{-A(0)}\right) = 0$$

وهذا يتوافق مع المنحنى (1) إذن:

- المنحنى (1) يوافق العنصر الكهربائي ناقل أومي
- المنحنى (2) يوافق العنصر الكهربائي وشيعة،

جـ- قيمة E:

- حسب قانون جمع التوترات:

$$E = u_b(t) + u_R(t)$$

عند اللحظة $t=0$ نكتب:

$$E = (u_b)_{t=0} + (u_R)_{t=0}$$

واعتمادا على البيان:

$$E = 10 + 0 = 10V$$

او عند اللحظة $t=\infty$ (نظام دائم) نكتب:

$$E = (u_b)_{t=\infty} + (u_b)_{t=\infty}$$

واعتمادا على البيان يكون :

$E = 1 + 9 = 10V$

*** قيمة r :**

طريقة أولى : نحسب I_0 شدة التيار الاعظمية .

لدينا :

$u_{R(t)} = R\,i_{(t)}$

وعند النظام الدائم اين يكون $i = I_0$ نكتب :

$(u_R)_{t=\infty} = R I_0 \rightarrow I_0 = \frac{(u_R)_{t=\infty}}{R}$

- اعتمادا على البيان :

$I_0 = \frac{9}{90} = 0{,}1\,A$

ولدينا من جهة اخرى :

$u_b = L\frac{di}{dt} + ri$

وعند النظام الدائم أين نكون $i = I_0$ ، $\frac{di}{dt} = 0$ نكتب :

$(u_b)_{t=\infty} = r I_0 \longrightarrow r = \frac{(u_b)_{t=\infty}}{I_0}$

$r = \frac{1}{0{,}1} = 10\,\Omega$

طريقة ثانية :

لدينا :

$u_{R(t)} = R\,i_{(t)}$

$u_{b(t)} = L\frac{di}{dt} + ri$

وعند النظام الدائم اين نكون $i = I_0$ ، $\frac{di}{dt} = 0$ نكتب :

$(u_R)_{t=\infty} = R I_0$

$(u_b)_{t=\infty} = r I_0$

$\frac{(u_R)_{t=\infty}}{(u_b)_{t=\infty}} = \frac{R\cancel{I_0}}{r\cancel{I_0}} \rightarrow r = \frac{R \times (u_b)_{t=\infty}}{(u_R)_{t=\infty}}$

$r = \frac{90 \times 1}{9} = 10\,\Omega$

4- اثبات أن : $\tau = \frac{t_c}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$:

حسب قانون جمع التوترات :

$E = (u_b)_{(t)} + (u_R)_{(t)}$

وعند اللحظة $t = t_c$ نكتب :

$$E = (u_b)_{t=t_c} + (u_R)_{t=t_c}$$

وبما أن المنحنيين $u_R(t)$ ، $u_b(t)$ يتقاطعان عند هذه اللحظة $(t=t_c)$ يكون $(u_R)_{t=t_c} = (u_b)_{t=t_c}$ ومنه يصبح

$$E = (u_b)_{t=t_c} + (u_b)_{t=t_c}$$

$$E = 2(u_b)_{t=t_c}$$

- من العبارة $u_b(t)$ المعطاة يكون:

$$t = t_c \longrightarrow u_b = \frac{E}{R+r}\left(r - R e^{-t/\tau}\right)$$

ومنه يصبح ،

$$\cancel{E} = \frac{2\cancel{E}}{R+r}\left(r + R e^{-t/\tau}\right)$$

$$1 = \frac{2r}{R+r} + \frac{2R}{R+r} e^{-t/\tau}$$

$$1 - \frac{2r}{R+r} = \frac{2R}{R+r} e^{-}$$

$$\frac{R+r-2r}{R+\cancel{r}} = \frac{2R}{R+\cancel{r}} e^{-t/\tau}$$

$$R - r = 2R e^{-t/\tau}$$

$$\frac{R-r}{2R} = e^{-t/\tau}$$

$$\ln\frac{R-r}{2R} = -\frac{t_c}{\tau}$$

$$-\ln\frac{R-r}{2R} = \frac{t_c}{\tau}$$

$$\ln\frac{2R}{R-r} = \frac{t_c}{\tau} \longrightarrow \tau = \frac{t_c}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$$

أ- قيمة τ ،

من البيان: $t_c = 8ms = 8\times10^{-3}\ s$

إذن:

$$\tau = \frac{8\times10^{-3}}{\ln\left(\frac{2\times90}{90-10}\right)} = 10^{-2}\ s$$

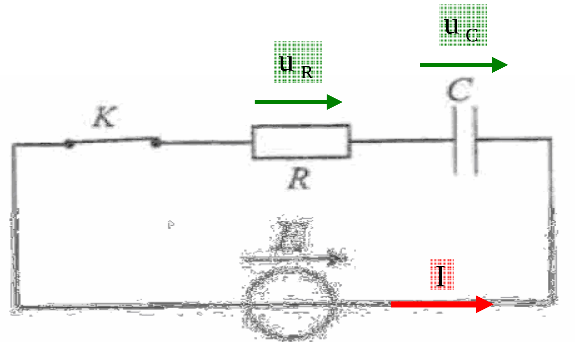
ب- قيمة L ،

$$\tau = \frac{L}{R+r} \longrightarrow L = \tau(R+r)$$

$$L = 10^{-2}(90+10) \simeq 1\ H.$$

حل التمرين الخامس

1- رسم الدارة :



2- المعادلة التفاضلية بدلالة $u_C(t)$:

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_R + u_C = E$$

$$R.i + u_C = E$$

$$R\frac{dq}{dt} + u_C = E \rightarrow R\frac{d(C.u_C)}{dt} + u_C = E$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E \rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$$

3- عبارتي A و τ :

- $u_C = A(1 - e^{-t/\tau})$
- $\frac{du_C}{dt} = A(0 - (-\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau})) = \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{1}{RC}A(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{RC} \rightarrow \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{A}{RC} - \frac{A}{RC}e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC}$$

$$Ae^{-t/\tau}(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC}) + \frac{A}{RC} = \frac{E}{RC}$$

لكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

- $\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC} = 0 \rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \rightarrow \tau = RC$
- $\frac{A}{RC} = \frac{E}{RC} \rightarrow A = E$

4- إثبات العلاقة $\ln(E - u_C) = -\frac{t}{\tau} + \ln E$:

$$u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$$

$$u_C = E - Ee^{-t/\tau} \rightarrow u_C = E - Ee^{-t/\tau} \rightarrow Ee^{-t/\tau} = E - u_C \rightarrow E - u_C = Ee^{-t/\tau}$$

$$\ln(E - u_C) = \ln(Ee^{-t/\tau}) \rightarrow \ln(E - u_C) = \ln E + \ln e^{-t/\tau}$$

$$\ln(E - u_C) = \ln E - \frac{t}{\tau} \rightarrow \ln(E - u_C) = -\frac{t}{\tau} + \ln E$$

5- أ- قيمة E :

- بيانيا المنحنى $\ln(E - u_C) = f(t)$ عبارة عن مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل :

$$\ln(E - u_C) = a\,t + b \quad \text{..........................} \ (1)$$

نظريا و مما سبق :

$$\ln(E - u_C) = -\frac{t}{\tau} + \ln E \text{ .... } (2)$$

بمطابقة العلاقتين (1) ، (2) :

$$\ln E = b \rightarrow E = e^{b}$$

من البيان :

- $b = 1.5 \rightarrow E = e^{1.5} \rightarrow E = 4.5\ V$

ب- قيمة τ :

بالمطابقة السابقة أيضا :

$$-\frac{1}{\tau} = a \rightarrow \tau = -\frac{1}{a}$$

من البيان :

- $a = -\dfrac{1.5}{6\ .\ 0,25\ .10^{-3}} = -10^{3}$

إذن :

$$\tau = -\frac{1}{-10^{3}} = 10^{-3}\ s = 1\ ms$$

- قيمة C :

$$\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R} \rightarrow C = \frac{10^{-3}}{100} = 10^{-5} F = 10\ \mu F$$

6- أ- عبارة الطاقة المخزنة اللحظية :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C\, u_C{}^{2}$$

و حيث أن : $u_C = E\,(1 - e^{-t/\tau})$ يكون :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C\, E^{2} (1 - e^{-t/\tau})^{2} \rightarrow E_{(C)} = E_{(C)0} (1 - e^{-t/\tau})^{2}$$

ب- النسبة $\dfrac{E_{(C)}(\tau)}{E_{(C)}(\infty)}$:

من العبارة $E_{(C)}\,(t)$ السابقة :

$$E_{(C)}(\infty) = E_{(C)0}$$

بقسمة عبارة $E_{(C)}(t)$ على عبارة $E_{(C)}(\infty)$ نجد :

$$\frac{E_{(C)}(t)}{E_{(C)}(\infty)} = \frac{E_{(C)0}(1 - e^{-t/\tau})^{2}}{E_{(C)0}} \rightarrow \frac{E_{(C)}(t)}{E_{(C)}(\infty)} = (1 - e^{-t/\tau})^{2}$$

$$t = \tau \rightarrow \frac{E_{(C)}(\tau)}{E_{(C)}(\infty)} = (1 - e^{-\tau/\tau})^{2} = (1 - e^{-1}) \rightarrow \frac{E_{(C)}(\tau)}{E_{(C)}(\infty)} \approx 0.4$$

تمنياتي لكم التوفيق و النجاح