الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم – الخروب . قسنطينة

اختبار الثلاثي الثاني للسنة ثالثة ثانوي — الأستاذ : فرقاني فارس

الشعب : علوم تجريبية ، رياضيات ، تقني رياضي — السنة الدراسية : **2022/2021**

اختبار تجريبي في مادة : العلوم الفيزيائية — المدة : **03** ساعة

الموضوع 3 ثا - 19

التمرين الأول : (بكالوريا 2013 - علوم تجريبية) (U03-Ex46)

تتكون دارة كهربائية على التسلسل من : مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي مقاومته : $R = 1k\Omega$ و مكثفة سعتها C و قاطعة K .

1- ارسم الدارة الكهربائية مع توجيهها بالنسبة لشدة التيار و التوترين الكهربائيين .

2- جد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة q(t) خلال شحن المكثفة .

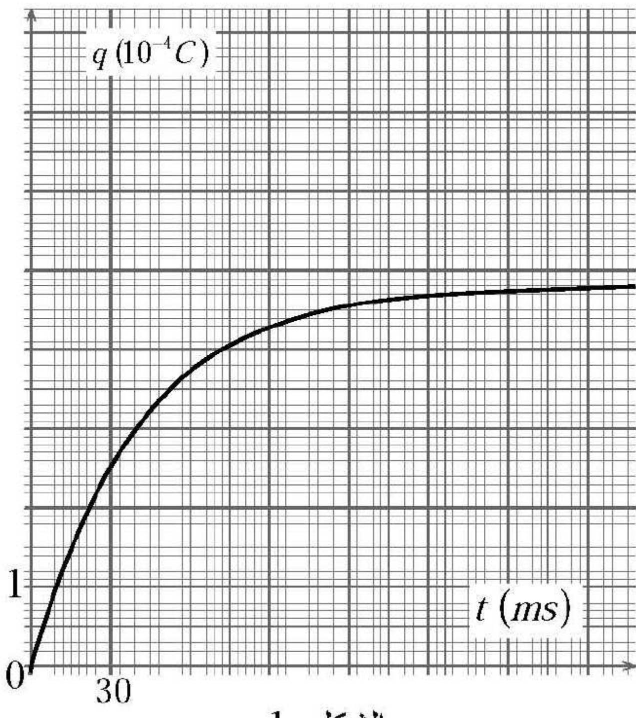
3- حل المعادلة التفاضلية السابقة ، يعطى بالشكل : $q(t) = Ae^{\alpha t} + B$. جد عبارة كل من α , B , A.

4- التمثيل البياني يمثل تطور شحنة المكثفة q(t) بدلالة الزمن t (الشكل-1) .

أ- استنتج بيانيا قيمة τ ثابت الزمن ، ثم أحسب C سعة المكثفة .

ب- استنتج قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد .

جـ- أحسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في اللحظة $t = 200\ ms$.

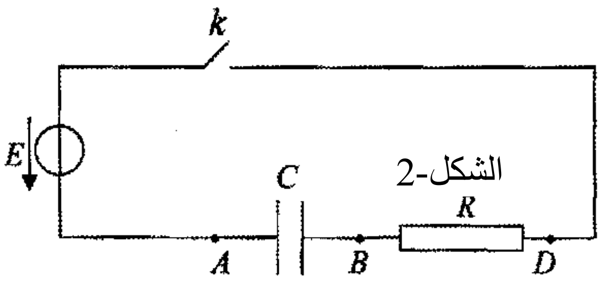


الشكل-1

التمرين الثاني : (بكالوريا 2010 – رياضيات) (U03-Ex43)

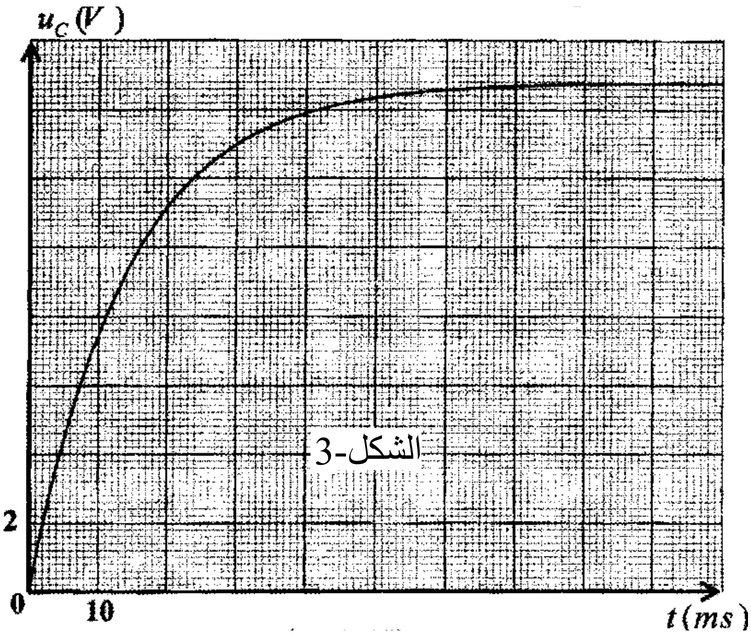
نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :

- ناقل أومي مقاومته $R = 500\ \Omega$.
- مكثفة سعتها C غير مشحونة .
- مولد ذي توتر كهربائي ثابت E .
- قاطعة k (الشكل-2) .



الشكل-2

مكنت متابعة تطور التوترالكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة برسم البيان (الشكل–3) .



1– عمليا يكتمل شحن المكثفة عندما يبلغ التوتر بين طرفيها 99% من قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد .

اعتمادا على البيان :

أ/ عين قيمة ثابت الزمن τ و قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد ثم أحسب سعة المكثفة C .

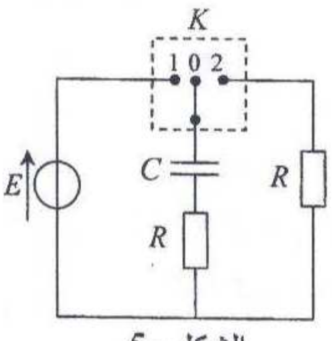
ب/ حدد المدة الزمنية 't لاكتمال عملية شحن المكثفة .

جـ/ ما هي العلاقة بين 't و τ ؟

2/ بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة : $u_{AB} = u_C$ ، ثم بين أنها تقبل حلا من الشكل : $u_C = E(1-e^{-t/\tau})$.

3/ أوجد قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة E_C في المكثفة عند اللحظات : $t_0 = 0$ ، $t_1 = \tau$ ، $t_2 = 5\tau$.

التمرين الثالث : (بكالوريا 2011 – رياضيات) (U03-Ex47)



الشكل–5

نحقق الدارة (الشكل–5) ، و التي تتكون من مولد لتوتر ثابت $E = 9.0\ V$ ، مكثفة سعتها $C = 250\ \mu F$ و ناقلين أوميين متماثلين مقاومة كل منهما $R = 200\ \Omega$ ، و بادلة K .

أولا :

1– أعد رسم الدارة (الشكل–5) مبينا عليها جهة انتقال حاملات الشحنة و ما طبيعتها ؟ حدد شحنة كل لبوس و جهة التيار .

ب– ذكر بالعلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$ و العلاقة بين $u_C(t)$ و $q(t)$. ثم استنتج العلاقة بين $i(t)$ و $u_C(t)$.

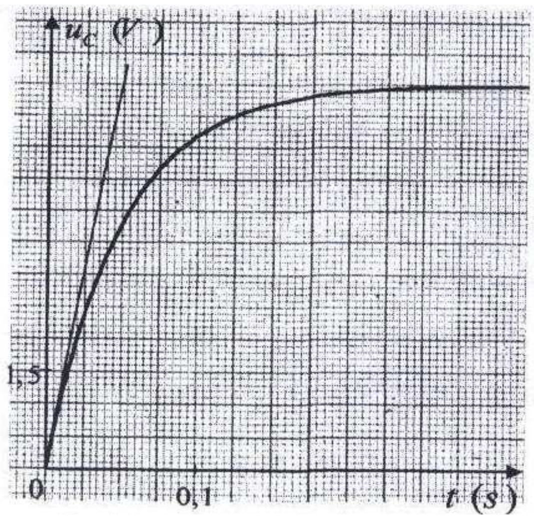
2– أ– أوجد العلاقة بين $u_R(t)$ و $u_C(t)$ و بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C(t)$ هي من الشكل :

$$\tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A$$

ب– أوجد القيمة العددية لكل من τ_1 و A .

جـ– أوجد من المعادلة التفاضلية وحدة τ_1 . عرفه .

3– أ– اقرأ على المنحنى البياني (الشكل–6) قيمة ثابت الزمن τ_1 ، و قارنها بالقيمة المحسوبة سابقا .



ب- حدد بيانيا المدة الزمنية Δt الصغرى اللازمة لاعتبار المكثفة عمليا مشحونة . قارنها مع τ_1 .

ثانيا :

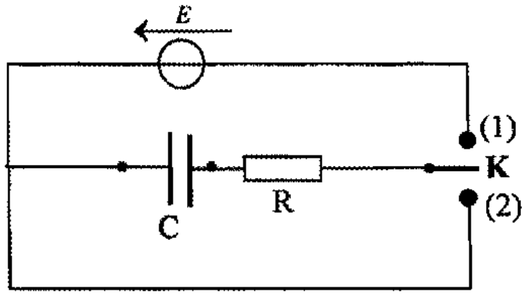
نضع البادلة على الوضع 2 .

أ- ما هي الظاهرة الفيزيائية التي تحدث ؟ أكتب المعادلة التفاضلية لـ $u_C(t)$ الموافقة .

ب- أحسب τ_2 ، قارنها بـ τ_1 . ماذا تستنتج ؟

جـ- مثل بشكل تقريبي المنحنى البياني لتغير $u_C(t)$ مستعينا بالقيم المميزة .

التمرين الرابع : (بكالوريا 2010 – رياضيات) (U03-Ex24)



بغرض شحن مكثفة فارغة ، سعتها C ، نصلها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية : مولد ذو توتر كهربائي ثابت $E = 5V$ و مقاومته الداخلية مهملة ، ناقل أومي مقاومته $R = 120\ \Omega$ ، بادلة k (الشكل) .

1- لمتابعة تطور التوتر الكهربائي u_C بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن ، نوصل مقياس فولطمتر رقمي بين طرفي المكثفة و في اللحظة $t = 0$ ، نضع البادلة في الوضع (1) .

و بالتصوير المتعاقب تم تصوير شاشة جهاز الفولط متر الرقمي لمدة معينة و بمشاهدة شريط الفيديو ببطء سجلنا النتائج التالية :

t (ms)	0	4	8	16	20	24	32	40	48	60	68	80
u_C (V)	0	1.0	2.0	3.3	3.8	4.1	4.5	4.8	4.9	5.0	5.0	5.0

أ/ أرسم البيان $u_C = f(t)$.

ب/ عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC و استنتج قيمة السعة C للمكثفة .

2- كيف تتغير قيمة ثابت الزمن □ في الحالتين ؟

- الحالة (أ): من أجل مكثفة سعتها 'C حيث $C' > C$ و $R = 120\ \Omega$.

- الحالة (ب): من أجل مكثفة سعتها "C حيث $C'' = C$ و $R' < 120\ \Omega$.

أرسم كيفيا ، في نفس المعلم المنحنيين (1) ، (2) المعبرين عن u_C في الحالتين (أ) و (ب) السابقتين .

3-أ/ بين أن المعادلة التفاضلية المعبرة عن $q(t)$ تعطى بالعبارة : $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC}q(t) = \frac{E}{R}$.

ب/ يعطى حل المعادلة التفاضلية بالعبارة $q(t) = Ae^{□t} + \alpha$ حيث A و α و β ثوابت يطلب تعيينها ، علما أنه في اللحظة $t = 0$ تكون $q(t) = 0$.

4– المكثفة مشحونة نضع البادلة في الوضع (2) في لحظة نعتبرها كمبدأ للأزمنة .

أ/ أحسب في اللحظة $t = 0$ الطاقة الكهربائية المخزنة E_0 في المكثفة .

ب/ ما هو الزمن الذي من أجله تصبح الطاقة المخزنة في المكثفة $E = \frac{E_0}{2}$ ؟

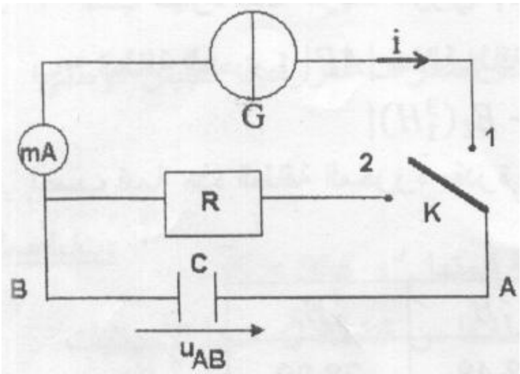
التمرين الخامس : (بكالوريا 2012 - رياضيات) (U03-Ex52)

اقترح أستاذ على تلامذته تعيين سعة مكثفة C بطريقتين مختلفتين :

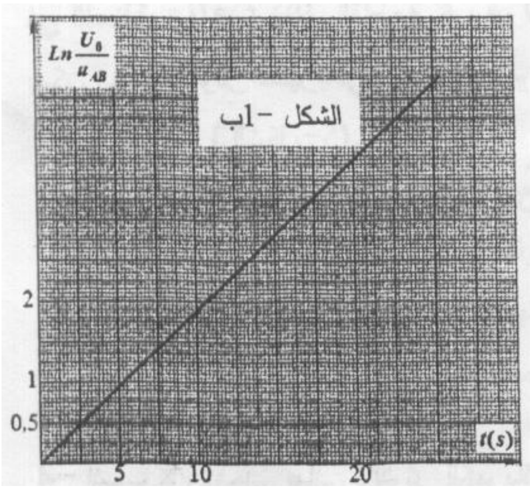
الطريقة الأولى : شحن المكثفة بتيار مستمر ثابت الشدة .

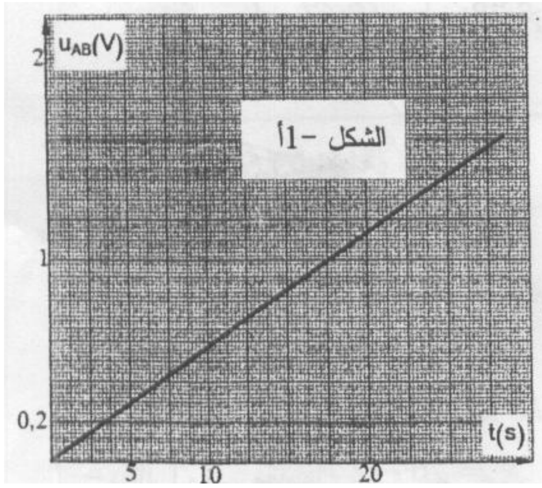
الطريقة الثانية : تفريغ المكثفة في ناقل أومي .

لهذا الغرض تم تحقيق التركيب المقابل .



أولا : المكثفة في البداية فارغة . نضع في اللحظة $t = 0$ البادلة k في الوضع (1) ، فتشحن المكثفة بالمولد G الذي يعطي تيارا ثابتا شدته $i = 0.31$ mA . بواسطة جهاز ExAO تمكنا من مشاهدة المنحنى البياني لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t (الشكل–1 أ)





أ– أعط عبارة التوتر u_{AB} بدلالة شدة التيار i المار في الدارة ، و سعة المكثفة C و الزمن t .

ب– جد قيمة C سعة المكثفة .

ثانيا : عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة مساوي إلى القيمة $U_0 = 1.6$ V ، نضع البادلة k في الوضع (2) في لحظة نعتبرها من جديد $t = 0$ ، فيتم تفريغ المكثفة في ناقل أومي مقاومته $R = 1K\Omega$.

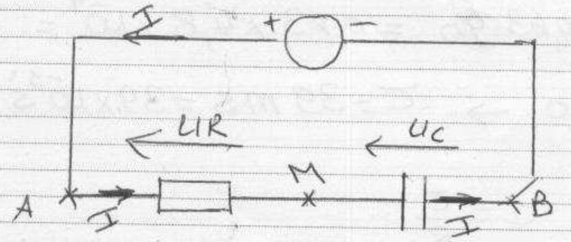
أ– جد المعادلة التفاضلية التي يحققها u_{AB} . علما أن حلها : $u_{AB} = U_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$.

ب– أثناء تفريغ المكثفة ، سمح جهاز ExAO من متابعة تطور التوتر الكهربائي u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t . بواسطة برمجية تمكنا من الحصول على المنحنى البياني (الشكل–1 ب) .

جد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ للدارة ، ثم استنتج قيمة سعة المكثفة C .

حل التمرين الأول

1- رسم الدارة مع توجيهها بالنسبة لشدة التيار والتوترين؛



2- المعادلة التفاضلية بدلالة $q(t)$:

حسب قانون جمع التوترات

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$E = Ri + \frac{q}{C}$$

$$E = R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$$

3- عبارة α ، B ، A :

$$\bullet\ q = Ae^{\alpha t} + B$$

$$\bullet\ \frac{dq}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية ،

$$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{1}{RC}\left(Ae^{\alpha t} + B\right) = \frac{E}{R}$$

$$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{A}{RC}e^{\alpha t} + \frac{B}{RC} = \frac{E}{R}$$

$$\left(A\alpha + \frac{A}{RC}\right)e^{\alpha t} + \frac{B}{RC} = \frac{E}{R}$$

الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية ولكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

- $\alpha + \frac{1}{RC} = 0 \rightarrow \alpha = -\frac{1}{RC}$

- $\frac{B}{\cancel{R}C} = \frac{E}{\cancel{R}} \rightarrow B = EC$

عند اللحظة $t=0$ (بداية الشحن) يكون $q=0$، بالتعويض في العبارة $q(t)$:

$$0 = Ae^{\alpha(0)} + B$$

$$A + B = 0 \rightarrow A = -B = -EC$$

4- قيمة τ:

$$t = \tau \rightarrow q = 0{,}63\ Q_0 = 0{,}63 \times 4{,}8 \times 10^{-4} = 3{,}0 \times 10^{-4}$$

بالاسقاط نجد:

$$\tau = 1{,}3(cm) \times 30 \rightarrow \tau = 39\ ms = 39 \times 10^{-3} s$$

* قيمة C:

$$\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{39 \times 10^{-3}}{10^3} = 3{,}9 \times 10^{-5}\ F = 39\ \mu F$$

* قيمة E:

من البيان:

$$Q_0 = 4{,}8 \times 10^{-4}\ C$$

ولدينا:

$$Q_0 = EC \rightarrow E = \frac{Q_0}{C}$$

$$E = \frac{4{,}8 \times 10^{-4}}{3{,}9 \times 10^{-5}} = 12V$$

- طاقة المكثفة عند $t = 200s$:

عند اللحظة $t = 200s$ تكون الدارة في حالة نظام دائم، وعندها تكون الطاقة أعظمية أي:

$$\left(E_{(C)}\right)_{t=200ms} = E_{C0} = \frac{1}{2} CE^2$$

$$\left(E_{(C)}\right)_{t=200} = \frac{1}{2} \times 3{,}9 \times 10^{-5}\ (12)^2 = 2{,}8 \times 10^{-3} J$$

طريقة أخرى:

لدينا:

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C u_C^2$$

و حيث أن $u_C = \frac{q}{C}$ يمكن كتابة:

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} \cancel{C} \cdot \frac{q^2}{C^{\cancel{2}}} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

عند اللحظة $t = 200s$ يكون $q = Q_0 = 4{,}8 \times 10^{-4} C$ ومنه:

$$\left(E_{(C)}\right)_{t=200ms} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(4{,}8 \times 10^{-4})^2}{3{,}9 \times 10^{-5}} = 2{,}9 \times 10^{-3} J$$

حل التمرين الثاني

1- أ- ثابت الزمن τ

$t = \tau \rightarrow u_C = 0.63\ u_{Cmax} = 0.63 \cdot (2 \cdot 7.4) = 9.3$

بالإسقاط مع الأخذ بعين الاعتبار سلم الرسم نجد : $\tau \approx 14\ ms$.

التوتر الكهربائي بين طرفي المولد :

- عند نهاية الشحن (النظام الدائم) يساوي التوتر بين طرفي المكثفة القيمة E (القوة المحركة الكهربائية للمولد) و من البيان يكون :

$E = 7.4 \cdot 2 = 14.8\ V$

سعة المكثفة :

$$\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{14.10^{-3}}{500} = 2.8.10^{-5}\ F = 28\ \mu F$$

ب- المدة الزمنية t' لاكتمال عملية الشحن :

من البيان تكتمل عملية الشحن تقريبا عند اللحظة :

$t' = 7 \cdot 10 = 70\ ms$

جـ- العلاقة بين t' و τ :

$t' = 70\ ms\ ,\ \tau = 14\ ms \rightarrow t' = 5\tau$

2- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$u_{AD} = u_{AB} + u_{BC}$

$E = u_C + Ri$

$$E = u_C + R\frac{dq}{dt} \rightarrow E = u_C + R\frac{d(Cu_C)}{dt} \rightarrow u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E \rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$$

إثبات حل للمعادلة التفاضلية :

- $u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$
- $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{E}{\tau}e^{-t/\tau}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$\frac{E}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{1}{RC} \cdot E\,(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{RC}e^{-t/\tau} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC} \qquad \rightarrow \qquad \frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

3- قيمة الطاقة الكهربائية عند اللحظات $t_0 = 0$ ، $t = \tau$ ، $t = 5\tau$:

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C\, u_C^{2}$$

و بما أن : $u_C = E(1-e^{-t/\tau})$ يكون :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C\, E^2\, (1-e^{-t/\tau})^2$$

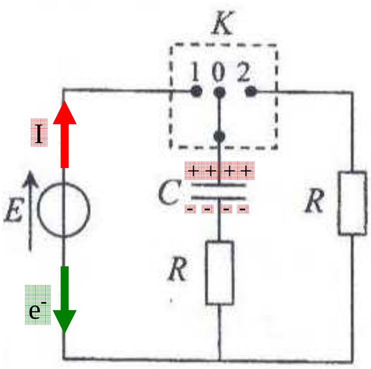
$$t = 0 \rightarrow E_{(C)} = 0$$

$$t = \tau \rightarrow E_{(C)} = \frac{1}{2} C\, E^2\, (1 - e^{-1})^2 = 0.5 \,.\, 2.8 \,.\, 10^{-5} .\, (14.8)^2 \,.\, (0.63)^2 = 1.21 \,.\, 10^{-3}\ J$$

$$t = 5\tau \rightarrow E_{(C)} = \frac{1}{2} C\, E^2\, (1 - e^{-5}) = 0.5 \,.\, 2.8 \,.\, 10^{-5} \,.\, (14.8)^2 \,.\, (0.99)^2 = 3.0 \,.\, 10^{-3}\ J$$

حل التمرين الثالث

1- أ- رسم الدارة و تحديد شحنة كل لبوس :



- طبيعة حاملات الشحن تتمثل في الإلكترونات .

ب- العلاقة بين $i(t)$ ، $q(t)$:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

- العلاقة بين $u_C(t)$ ، $q(t)$:

$$u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$$

- العلاقة بين $i(t)$ ، $u_C(t)$:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d(C.u_C(t))}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

2- أ- العلاقة بين u_R و u_C :

$$u_R(t) = R\, i(t) = RC\frac{du_C(t)}{dt}$$

ب- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$E = u_R(t) + u_C(t)$

$$E = RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) \quad \rightarrow RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

هي من الشكل : $\tau_1\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A$ حيث : $\tau_1 = RC$ ، $A = E$.

- قيمتي τ_1 و A :

$\tau_1 = RC = 200 \,.\, 250 \,.\, 10^{-6} = 0.05$ s

$A = E = 6$ V

جـ- وحدة τ :

من المعادلة التفاضلية السابقة :

مما سبق لدينا :

$$\tau_1\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

بالتحليل البعدي :

$$[\tau]\frac{[U]}{[T]} + [U] = [U] \ \rightarrow \ [\tau]\frac{[U]}{[T]} = [U] \text{ - } [U] \ \rightarrow \ [\tau]\frac{[U]}{[T]} = [U] \ \rightarrow [\tau] = [T] = s$$

تعريف τ :

هو ثابت الزمن و يوافق المدة الزمنية اللازمة لبلوغ التوتر بين طرفي المكثفة 67% من قيمته الأعظمية كما يمثل 20% من زمن اتمام الشحن .

3- أ- قيمة τ_1 :

بالإعتماد على طريقة المماس عند $t = 0$ نجد : $\tau = 0.05$ s ، و هي نفس النتيجة المتحصل عليها سابقا .

ب- القيمة الصغرى للمدة الزمنية Δt اللازمة لاعتبار المكثفة مشحونة :

بما أن المكثفة تعتبر مشحونة عندما تبلغ النظام الدائم و هذا النظام يتحقق من خلال البيان بعد مرور زمن لا يقل عن $\Delta t = 0.25$ s .

- مقارنة Δt بـ τ_1 :

$$\frac{\Delta t}{\tau_1} = \frac{0.25}{0.05} = 5 \ \rightarrow \Delta t = 5\tau_1$$

ثانيا :

أ- عند وضع البادلة في الوضع (2) فإن الظاهرة الفيزيائية الحادثة هي ظاهرة تفريغ المكثفة في ناقل أومي .

- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات .

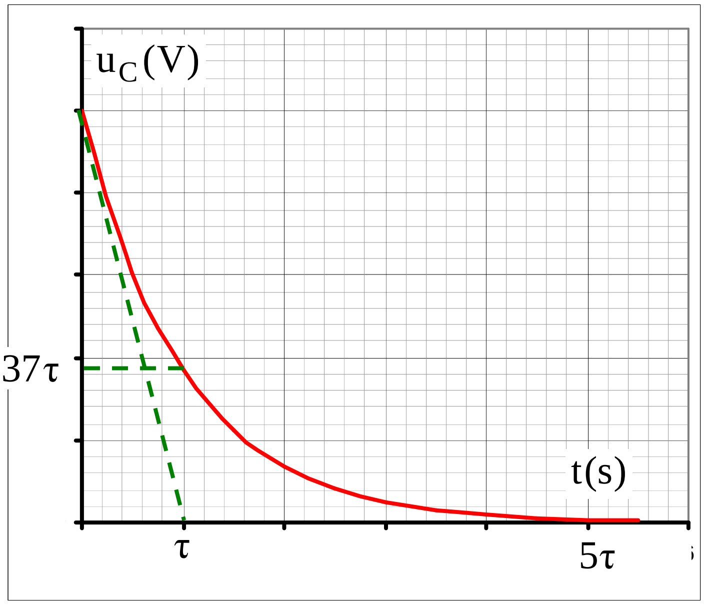
$u_R + u'_R + u_C = 0$

$$Ri + Ri + u_C = 0 \ \rightarrow \ 2Ri + U_C = 0 \ \rightarrow \ 2R\frac{dq}{dt} + u_C = 0 \quad \rightarrow \ 2R\frac{d(C.u_C)}{dt} + u_C = 0$$

$$2RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

ب- حساب τ_2 :

$\tau_2 = 2RC = 2 \,.\, 200 \,.\, 250 \,.\, 10^{-6} = 0.1$ s



- المقارنة بين τ_2 و τ_1 :

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{0.1}{0.05} = 2 \quad \rightarrow \quad \tau_2 = 2\tau_1$$

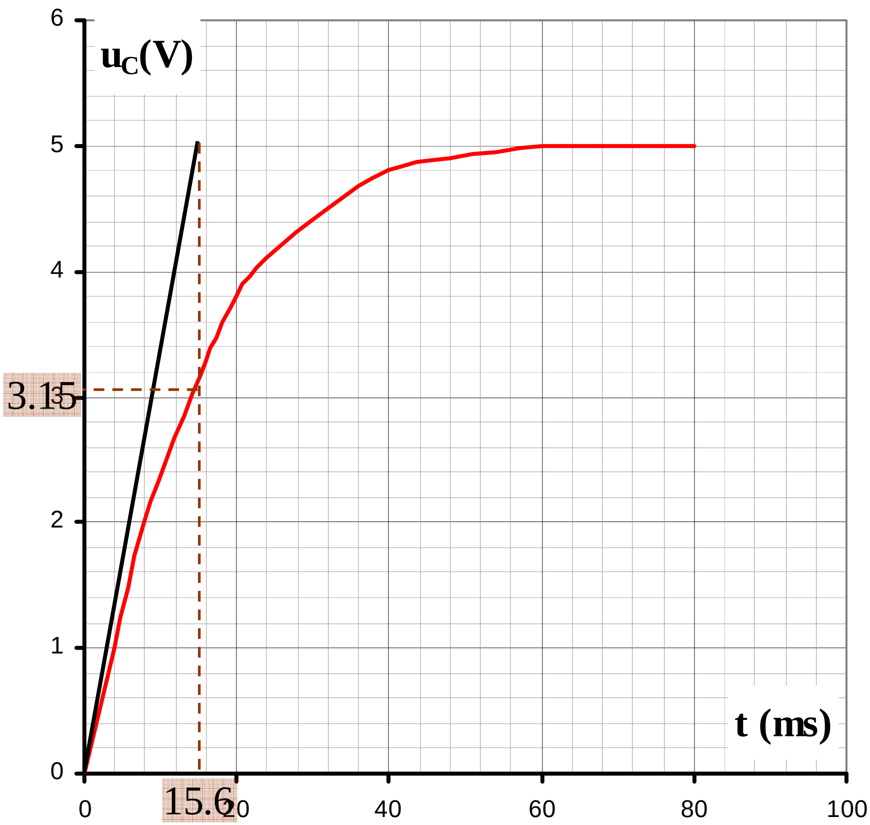
الاستنتاج :

نستنتج أن مدة تفريغ المكثفة هي ضعف مدة شحنها عندما تصبح قيمة مقاومة دارة التفريغ ضعف قيمة مقاومة دارة الشحن .

جـ- التمثيل البياني :

حل التمرين الرابع

1- أ/ البيان $u_C = f(t)$:



ب- ثابت الزمن :

$t = \tau \rightarrow u_C = 63\, u_{C0} = 0.63 . 5 = 3.15$ V

بالاسقاط في البيان نجد : $\tau \approx 15.6$ ms .

يمكن الحصول على نفس النتيجة باستعمال المماس عند اللحظة $t = 0$ (الشكل) .

- سعة المكثفة :

$$\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{15,6 . 10^{-3}}{120} = 1,30 . 10^{-4}\ F = 130\ \mu F$$

2- تغير حالة ثابت الزمن :

الحالة (أ) :

يتناسب ثابت الزمن طرديا مع كل من R و C ، و حيث أن $R' = R = 120\ \Omega$ (لم تتغير R) فإن ثابت الزمن يزداد بازدياد السعة و يتناقص بتناقصها لذا يكون :

$C' > C \rightarrow \tau' > \tau$

الحالة (ب) :

يتناسب ثابت الزمن طرديا مع كل من R و C ، و حيث أن $C'' = C$ (لم تتغير C) فإن ثابت الزمن يزداد بازدياد المقاومة و يتناقص بتناقصها لذا يكون :

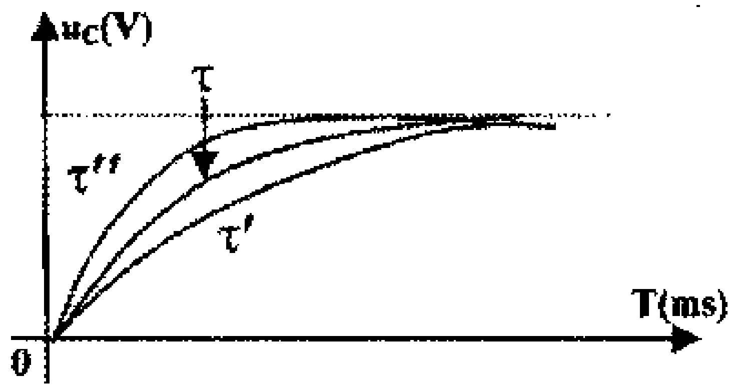
$R' < R \rightarrow \tau'' < \tau$

البيانين الموافقين لـ τ ، τ' ، τ'' :

كلما ازداد τ يزداد زمن اتمام الشحن (تأخر عملية الشحن) و كون أن :

$\tau' > \tau\ ,\ \tau'' < \tau \rightarrow \tau' > \tau > \tau''$

و عليه يكون البيانين الموافقين لـ τ' و τ'' كما يلي :



3- أ/ المعادلة التفاضلية:

حسب قانون جمع التوترات :

$u_R + u_C = E$

$E = R\,i + u_C = E$

$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$

$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$

ب- تعيين A ، α، β :

- $q = Ae^{\alpha t} + B$
- $\frac{dq}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{1}{RC}(A\,e^{\alpha t} + B) = \frac{E}{R}$$

$$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{A}{RC}e^{\alpha t} + \frac{B}{RC} = \frac{E}{R}$$

$$Ae^{\alpha t}(\alpha + \frac{1}{RC}) + \frac{B}{RC} = \frac{E}{R}$$

الحل المعطى هل حل للمعادلة التفاضلية و لتتحقق المساواة يجب أن يكون :

- $(\alpha + \frac{1}{RC}) = 0 \;\rightarrow\; \alpha = -\frac{1}{RC}$
- $\frac{\beta}{RC} = \frac{E}{R} \;\rightarrow\; \frac{\beta}{C} = E \;\rightarrow\; \beta = EC$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow q = 0$$

بالتعويض في عبارة الحل $q = Ae^{\alpha t} + B$ نجد :

$$0 = Ae^{\alpha.0} + \beta \;\rightarrow\; A + \beta = 0 \;\rightarrow\; A = -\beta \;\rightarrow\; A = -EC = -Q_0$$

4- أ- الطاقة الكهربائية عند $t = 0$:

$$E_{(C)} = \frac{1}{2}C\,u_C{}^2$$

عند بداية التفريغ تكون طاقة المكثفة أعظمية و بالتالي :

$$E_{(C)} = E_{(C)0} = \frac{1}{2}C\,E^2$$

$$E_{(C)} = \frac{1}{2}.1,3\;.10^{-4}\,(5)^2 = 1,62\;.10^{-3}\;J$$

ب- الزمن الذي من أجله تصبح الطاقة المخزنة في المكثفة $E = \frac{E_0}{2}$:

لدينا :

$$E_{(C)} = E_{(C)_0}\;e^{-2t/\tau}$$

إذا فرضنا أن الزمن المطلوب هو $t_{1/2}$ يكون :

$$t = t_{1/2} \;\rightarrow\; E_{(C)} = \frac{E_{(C)_0}}{2}$$

بالتعويض في عبارة الطاقة يكون :

$$\frac{E_{(C)_0}}{2} = E_{(C)_0}\;e^{-2t_{1/2}/\tau}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-2t_{1/2}/\tau} \;\rightarrow\; \ln\frac{1}{2} = \ln e^{-2t_{1/2}/\tau} \;\rightarrow\; -\ln 2 = -\frac{2t_{1/2}}{\tau} \;\rightarrow\; t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2$$

$$t_{1/2} = \frac{15,6\,.\;10^{-3}}{2}\ln 2 = 5,4\,.\;10^{-3}\;s = 5,4\;ms$$

حل التمرين الخامس

أ- عبارة التوتر u_{AB} بدلالة شدة التيار i المار في الدارة ، و سعة المكثفة C و الزمن t :
من جهة و كون أن شدة التيار المار بالمكثفة ثابت يكون :

$$q = i\,t$$

و من جهة أخرى :

$$q = C\,u_{AB}$$

إذن :

$$C\,u_{AB} = i\,.\,t \;\rightarrow\; u_{AB} = \frac{i}{C}t$$

ب- قيمة C من البيان :
- معادلة المنحنى البياني من الشكل :

$$u_{AB} = a\,t \;................................\; (1)$$

حيث a هو ميل المنحنى البياني (المستقيم) .
- مما سبق لدينا

$$u_{AB} = \frac{i}{C}t \quad ....\; (2)$$

بمطابقة العلاقتين (1) ، (2) :

$$\frac{i}{C} = a \;\rightarrow C = \frac{i}{a}$$

من البيان :

$$a = \frac{1}{7 \times 2.5} = 5.71.10^{-2} \;\rightarrow\; C = \frac{0.31\;.\;10^{-3}}{5.71\;.\;10^{-2}} = 5.4.10^{-3}\ F$$

ثانيا :
أ- المعادلة التفاضلية التي يحققها u_{AB} :
حسب قانون جمع التوترات :

$$u_R + u_C = 0$$
$$R\,i + u_{AB} = 0$$
$$R\frac{dq}{dt} + u_{AB} = 0 \;\rightarrow\; R\frac{d(C\,u_{AB})}{dt} + u_{AB} = 0$$
$$RC\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0 \;\rightarrow\; \frac{du_{AB}}{dt} + \frac{1}{RC}u_{AB} = 0$$

ب- ثابت الزمن τ :
- معادلة المنحنى البياني من الشكل :

$$\ln\frac{U_0}{u_{AB}} = a'\,t \;...\; (3)$$

حيث a' هو ميل المنحنى البياني المستقيم .

- من حل المعادلة التفاضلية السابقة لدينا :

$$u_{AB} = U_0\, e^{-t/\tau} \quad \rightarrow \frac{u_{AB}}{U_0} = e^{-t/\tau} \quad \rightarrow \ln\frac{u_{AB}}{U_0} = \ln e^{-t/\tau}$$

$$\ln\frac{u_{AB}}{U_0} = -\frac{1}{\tau}t$$

$$-\ln\frac{U_0}{u_{AB}} = -\frac{1}{\tau}t$$

$$\ln\frac{U_0}{u_{AB}} = \frac{1}{\tau}t \quad \text{..........................} \ (4)$$

بالمطابقة العلاقتين (3) ، (4) :

$$\frac{1}{\tau} = a' \quad \rightarrow \tau = \frac{1}{a'}$$

من البيان :

$$a' = \frac{2.8 - 0}{15 - 0} = 0.187 \quad \rightarrow \tau = \frac{1}{0.187} \approx 5.4\,s$$

<u>- قيمة C :</u>

$$\tau = RC \ \rightarrow \ C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{5.4}{1000} = 5.4.10^{-3}\,F = 5.4\,mF$$

تمنياتي لكم التوفيق و النجاح