

الموضوع 3 ثا - 14

التمرين الأول : (بكالوريا 2018 - رياضيات) (U02-Ex113)



1- وكالة الفضاء الجزائرية منذ تأسيسها دأبت على تطوير مشاريع الأقمار الاصطناعية لخدمات الاتصالات ، آخرها إطلاق القمر الاصطناعي AlcomSat 1 و ذلك يوم 10 ديسمبر 2017 على الساعة 17:40 من قاعدة Xichang الصينية و بعد 26 دقيقة من الإطلاق وصل القمر الاصطناعي إلى نقطة الأوج (نقطة الرأس الأبعد) على علو

$h_1 = 41991 \text{ km}$ من سطح الأرض ، ليسلك بعد ذلك مسارا اهليلجيا له نقطة الحضيض (نقطة الرأس الأقرب) على ارتفاع $h_2 = 200 \text{ km}$ من سطح الأرض و ذلك في مرحلة التجريب التي دامت ستة أيام .
بعدها دخل القمر الاصطناعي في مداره الجيومستقر Géostationnair حيث أخذ الموقع الفلكي $24,8^\circ$.

1-أ- اشرح المصطلحين الواردين في النص : (اهليلجي ، جيو مستقر) .

ب- اذكر المرجع المناسب لدراسة حركة القمر الاصطناعي .

ج- أرسم شكلا تخطيطيا للمسار الاهليلجي الذي اتخذته القمر الاصطناعي في مرحلته التجريبية موضحا عليه النقاط التالية : الأرض ، نقطة الأوج ، نقطة الحضيض ، ثم مثل شعاع السرعة بعناية في النقطتين الأخيرتين (نقطة الأوج ، نقطة الحضيض) .

د- باستعمال القانون الثاني لنيوتن ، بين أن عبارة السرعة المدارية تعطى بالعلاقة $v_s = \sqrt{\frac{G M_T}{r}}$

حيث r يمثل البعد بين مركزي الأرض و القمر الإصطناعي ثم أحسب قيمتها في موضع الحضيض ($h_2 = 200 \text{ km}$) و موضع الأوج ($h_1 = 41991 \text{ km}$) .

2- بعدما يأخذ القمر الاصطناعي وضعه الدائم (مداره الجيو مستقر) :

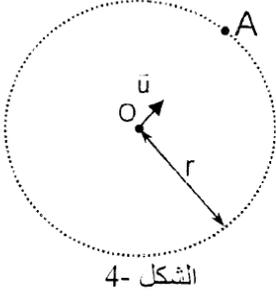
أ- أذكر كيف يكون شكل مداره ؟ و ما هي قيمة دوره T ؟

ب- بالاستعانة بقانون كبلر الثالث أحسب ارتفاع القمر الاصطناعي عن سطح الأرض .

يعطى : كتلة الأرض $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ، نصف قطر الأرض $R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$

ثابت الجذب العام : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I}$

التمرين الثاني : (بكالوريا 2015 – علوم تجريبية) (U02-Ex81)



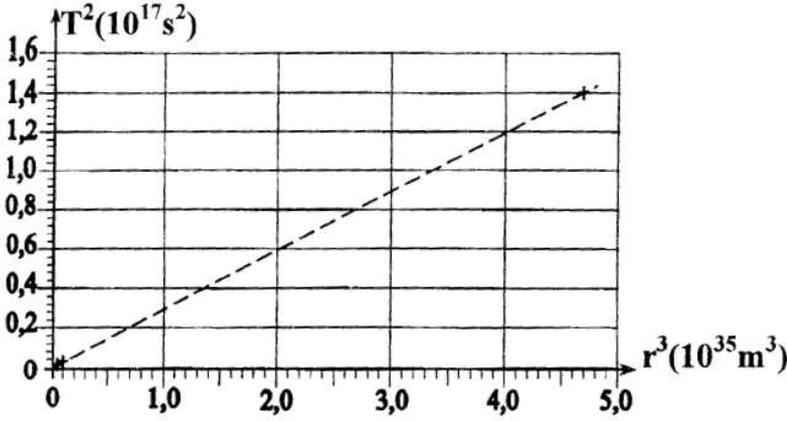
للتبسيط نعتبر مسارات حركة الكواكب السيارة حول الشمس في المرجع الهيليومركزي دوائر مركزها O و أنصاف أقطارها r حيث نرسم لكتلة الشمس بالرمز M_S .
1- أعد رسم الشكل-4 ، و مثل عليه شعاع القوة الجاذبة المركزية $\vec{F}_{S/P}$ المطبقة من طرف الشمس على أحد الكواكب الذي كتلته m_P في مركز عطالته المتواجد في الموضع A .

2- عبر عن شعاع القوة $\vec{F}_{S/P}$ بدلالة كل من G (ثابت التجاذب الكوني) ، M_S ، m_P ، r و \vec{u} (شعاع الوحدة) .

3- بإهمال تأثير كل القوى الأخرى أمام القوة $\vec{F}_{S/P}$ و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد عبارة تسارع حركة الكواكب في الموضع A بدلالة G ، M_S و r .

4- استنتج طبيعة حركته حول الشمس .

5- يمثل بيان الشكل-5 ، تطور مربع الدور الزمني لكل من كوكب الأرض و المريخ و زحل بدلالة مكعب نصف قطر مدار كوكب .



الشكل 5 -

أ- هل يتوافق البيان مع القانون الثالث لكبلر ؟
ب- باستعمال البيان بين أن :

$$\frac{T^2}{r^3} = 3,0 \cdot 10^{-19} (S.I)$$

ثم استنتج قيمة كتلة الشمس M_S .

يعطى : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} (S.I)$.

6- علما أن البعد المتوسط بين مركزي الأرض و الشمس هو $1,5 \cdot 10^{11} m$ ، أوجد قيمة دور حركة الأرض حول الشمس .

التمرين الثالث : (بكالوريا 2018 - رياضيات) (U02-Ex114)

بالون مطاطي كروي الشكل مملوء بالهواء ، كتلته $m = 20 g$ و مركز عطالته G ، يترك ليسقط في الهواء دون سرعة ابتدائية عند اللحظة $t = 0$ وفق محور شاقولي (\vec{Oz}) موجه نحو الأسفل ، مبدؤه يوافق مبدأ الأزمنة $t = 0$.

تمكنا عن طريق التصوير المتعاقب من رسم منحنى تغيرات السرعة $v(t)$ لمركز عطالة البالون بدلالة الزمن t كما في الشكل-1 . نعتبر أن البالون يخضع أثناء حركته لقوة احتكاك $\vec{f} = -k\vec{v}$ حيث k ثابت يمثل معامل الاحتكاك

1- مثل القوى المؤثرة على البالون في الحالتين :

أ) لحظة الانطلاق التي توافق $t = 0$.

ب) خلال الحركة .

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة البالون G في معلم عطالي :

(أ) بين أن المعادلة التفاضلية للسرعة تكتب على الشكل :

$$\frac{dv}{dt} + Av = B$$

الثابت B بدلالة تسارع الجاذبية الأرضية g ، الكتلة الحجمية للهواء ρ_0 و الكتلة الحجمية للبالون ρ .

(ب) ما هو المدلول الفيزيائي للثابت B ؟

3- باستعمال المنحنى البياني المعطى في الشكل-1- جد قيمة كل

من :

(أ) السرعة الحدية v_ℓ .

(ب) التسارع a_0 عند اللحظة $t = 0$.

(ج) ثابت الزمن τ المميز للحركة و الثابت k .

(د) شدة قوة دافعة أرخميدس .

4- نملاً البالون بالماء بحيث يمكن إهمال باقي القوى أمام قوة الثقل ، ما طبيعة السقوط في هذه الحالة ؟ ثم مثل

كيفيا منحنى تغيرات السرعة بدلالة الزمن عندئذ .

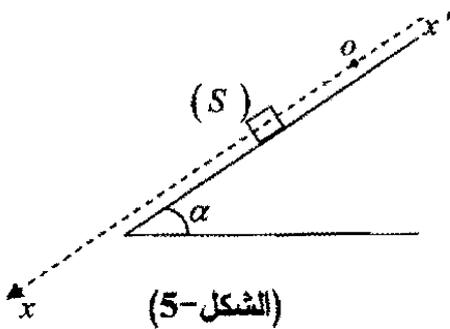
يعطى : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

التمرين الرابع : (بكالوريا 2010 - رياضيات) (U02-Ex71)

ينزلق جسم صلب (S) كتلته $m = 100 \text{ g}$ على طول مستو مائل عن الأفق بزاوية $\alpha = 20^\circ$ وفق المحور $\overline{xx'}$ (الشكل-5) .

قمنا بالتصوير المتعاقب بكاميرا رقمية (Webcam) ، و علوج شريط الفيديو برمجية "Aviméca" بجهاز الإعلام الآلي و تحصلنا على النتائج

التالية :



t(s)	0.00	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12
v(m.s ⁻¹)	v_0	0.16	0.20	0.24	0.28	0.32

1/ أرسم البيان $v = f(t)$.

2/ باعتماد على البيان :

أ/ بين طبيعة حركة (S) و استنتج القيمة التجريبية للتسارع a .

ب/ استنتج قيمة السرعة v_0 في اللحظة $t = 0$.

ج/ احسب المسافة المقطوعة بين اللحظتين : $t_1 = 0.04 \text{ s}$ و $t_2 = 0.08 \text{ s}$.

3/ بفرض أن الاحتكاكات مهملة :

أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد العبارة الحرفية للتسارع a_0 ثم أحسب قيمته .

ب/ قارن بين a_0 و a . كيف تبرر الاختلاف ؟

4/ أوجد شدة القوة \vec{f} المنمذجة للاحتكاكات على طول المستوي المائل .

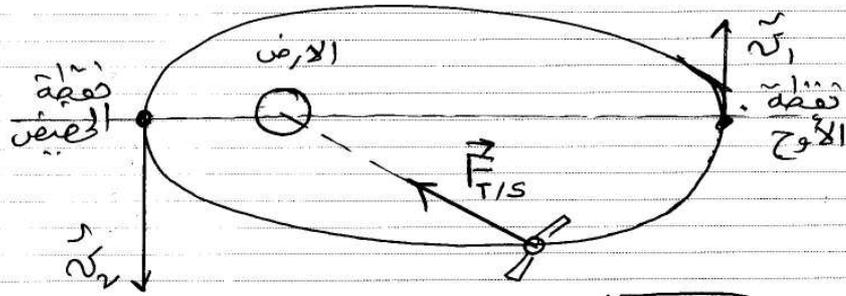
يعطى : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ، $\sin 20^\circ = 0.34$.

حل التمرين الأول

1-1 - شترح المصطلحين :

- اهليلجي : هو مدار متناظر يحتوي أحد محرقيه الكوكب المركزي (الأرض).

- جيو مستقر : هو خاصية جسم يدور حول الأرض في مستوى خط الاستواء في نفس جهة دوران الأرض حول نفسها .
- ب - المرجع المناسب لدراسة حركة القمر الاصطناعي :
هو المرجع الجيو مركزي .
- ج - الرسم التخطيطي للمسار :



د - اثبات : $v_s = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة قمر اصطناعي

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_s \vec{a}$$

$$\vec{F}_{T/S} = m_s \vec{a}$$

الاستقطاب على المحور الناضبي :

$$\vec{F}_{T/S} = m_s a_n$$

$$G \cdot \frac{m_s M_T}{r^2} = m_s \frac{v_s^2}{r} \rightarrow v_s = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$$

حساب السرعة المدارية :

موضع الحضيض : $(r = h_2 + R)$

$$v_{2(s)} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{h_2 + R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{200 \cdot 10^6 + 6,4 \cdot 10^6}} = 7767 \text{ m/s}$$

موضع الأوج : $(r = h_1 + R)$

$$v_{r(s)} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{h_1 + R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{41091 \cdot 10^3 + 6,4 \cdot 10^6}} = 2869 \text{ m/s}$$

2- أ- شكل المدار : دائري منطبق على مركز الأرض
- قيمة الدور:

بما أن القمر الاصطناعي حيو مستقر فإن دورته $T_s = 24 \text{ h}$

ب- ارتفاع القمر الاصطناعي عن سطح الأرض :
حسب قانون كبلر الثالث لدينا :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \rightarrow \frac{T^2}{(h+R)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$$

$$(h+R)^3 = \frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2} \rightarrow h+R = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2}} - R$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{(24 \times 3600)^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}} - 6,4 \cdot 10^6$$

$$h = 3,58 \cdot 10^7 \text{ m} \approx 36000 \text{ Km}$$

حل التمرين الثاني

1- الشكل :



في مدار شعاع القوة $F_{s/p}$ بدلالة \vec{u} , r , m_p , M_s :

$$\vec{F}_{s/p} = -G \frac{m_p \cdot M_s}{r^2} \vec{u}$$

3- عبارة التسارع
 تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الحزمة كوكب في مرجع
 مركزي شمسي (هيليوم مركزي):

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{\text{sp}} = m\vec{a}$$

الاتسقاط على المحور الناضبي

$$F = m a_n$$

$$\frac{G m_p M_s}{r^2} = m_p a_r \rightarrow a = a_n = \frac{G M_s}{r^2}$$

4- طبيعة حركة الكوكب
 باسقاط العلاقة الشعاعية السابقة على محور مماثلي لمسار
 الكوكب:

$$0 = m a_t \rightarrow a_t = 0$$

وحيث أن: $a_t = \frac{dv}{dt}$ تكون

$$\frac{dv}{dt} = 0 \rightarrow v = c t^e$$

وكون أن مسار الكوكب دائري تكون الحركة دائرية منتظمة.

5- المنحنى $T^2 = f(r^3)$ عبارة عن خط مستقيم مار من
 المبدأ معادلته من الشكل $T^2 = K r^3$ هذا يعني أن مربع
 الدور يتناسب طرديا مع مكعب نصف القطر r وهذا
 يتوافق مع قانون كبلر الثالث المعب عنه بالعلاقة:

$$\frac{T^2}{r^3} = K = C^{5/2} e$$

$$\frac{T^2}{r^3} = 30 \cdot 10^{-19} \text{ (SI)}$$

$$T^2 = K r^3 \rightarrow \frac{T^2}{r^3} = K$$

حيث K هو ميل المستقيم

$$K = \frac{\Delta T^2}{\Delta r^3} = \frac{0.6 \cdot 10^{17}}{2 \cdot 10^{35}} = 30 \cdot 10^{-19}$$

كتلة الشمس

نظريا: ومما سبق

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{G M_s}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{G M_s}{r}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{GM_s}{r}} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_s} \quad \text{ولدينا؟}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_s} = K$$

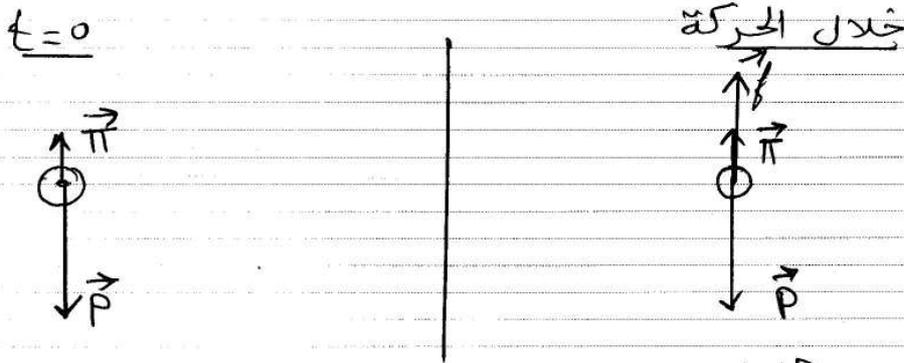
$$M_s = \frac{4\pi^2}{GK} = \frac{4\pi^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \times 3 \cdot 10^{-19}} \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ Kg} \quad \text{اذن؟}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = K \rightarrow \frac{T^2}{(1.5 \cdot 10^{11})^3} = 3.0 \cdot 10^{-19} \quad \text{ما حسب؟}$$

$$T = \sqrt{(1.5 \cdot 10^{11})^3 \cdot 3.0 \cdot 10^{-19}} = 3.18 \cdot 10^7 \text{ s}$$

حل التمرين الثالث

1- تمثيل القوى المؤثرة على البالون:



2- المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة بالون في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{\rho} + \vec{f} + \vec{\pi} = m\vec{a}$$

للاستقام على محور الحركة z الموجه نحو الأسفل:

$$\rho - f - \pi = ma$$

$$mg - kv - S_0 V g = m \frac{dv}{dt}$$

$$m \frac{dv}{dt} + kv = mg - \rho_0 v g$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g - \frac{\rho_0 v g}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g - \frac{\rho_0 v g}{\rho}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية المعطاة يكون:

$$A = \frac{k}{m}, \quad B = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$$

ب- الحدول الفيزيائي لـ B:

$$t=0 \rightarrow v=0$$

لدينا:

بالتحويض في المعادلة التفاضلية المعطاة نجد:

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = B \rightarrow B = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = a_0$$

أي أن B تمثل التسارع الابتدائي a_0

3- P- قيمة v_e :

$$v_e = 3 \text{ m/s}$$

من البيان و في النظام الدائم يكون:

ب- قيمة a_0 :

نساوي قيمة a_0 ميل مماس المنحنى $v(t)$ عند $t=0$ ، أي:

$$a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6 \times 0,5}{1} = 3 \text{ m/s}^2$$

ج- قيمة τ :

$$\tau = 1 \text{ s}$$

من البيان:

د- قيمة K:

$$\tau = \frac{m}{k} \rightarrow k = \frac{m}{\tau} = \frac{0,02}{1} = 0,02 \text{ Kg/s}$$

د- شدّة دافعة أرضيديدس:

لدينا سابقاً حسب القانون الثاني لنيوتن:

$$P - f - \pi = m a$$

$$mg - kv - \pi = m a$$

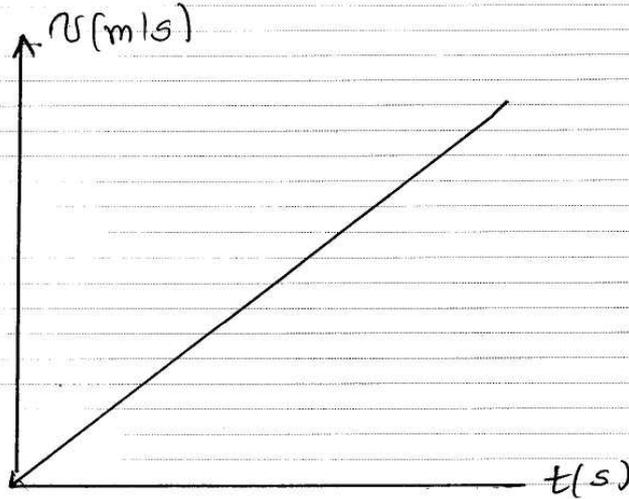
في النظام الدائم أين: $a=0$ ، $v=v_e$ نكتب:

$$mg - kv_e - \pi = 0$$

$$\pi = mg - K v_e$$

$$\pi = (0,02 \times 10) - (0,02 \times 3) = 0,14 \text{ N}$$

4. طبيعة السقوط
عند إهمال قوى الاحتكاك ودافعة أرخميدس ويصبح
البالون يخضع فقط إلى تأثير قولا الثقل تصبح الحركة
في هذه الحالة لسقوط حر .
- التمثيل البياني $v(t)$:



حل التمرين الرابع

1- البيان $v = f(t)$:

2- أ- طبيعة الحركة :

البيان $v = f(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل
 $v = at + b$ و حيث أن السرعة تتزايد ، فالحركة إذن
مستقيمة متسارعة بانتظام .

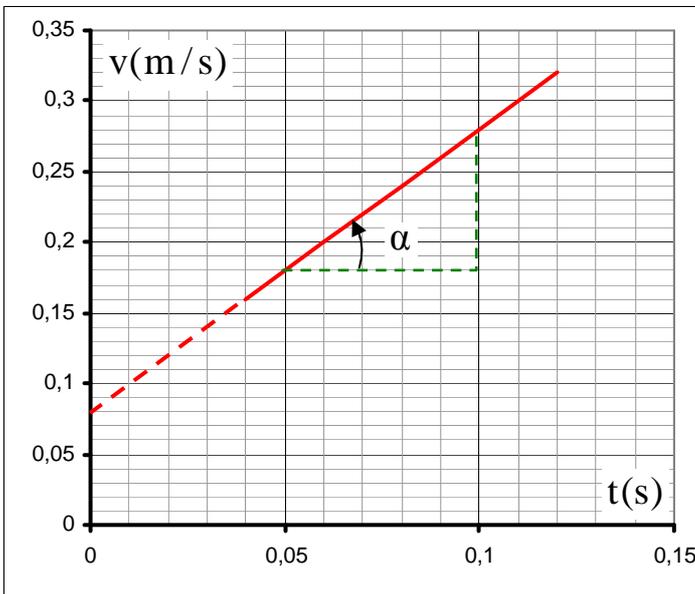
- قيمة التسارع :

من البيان :

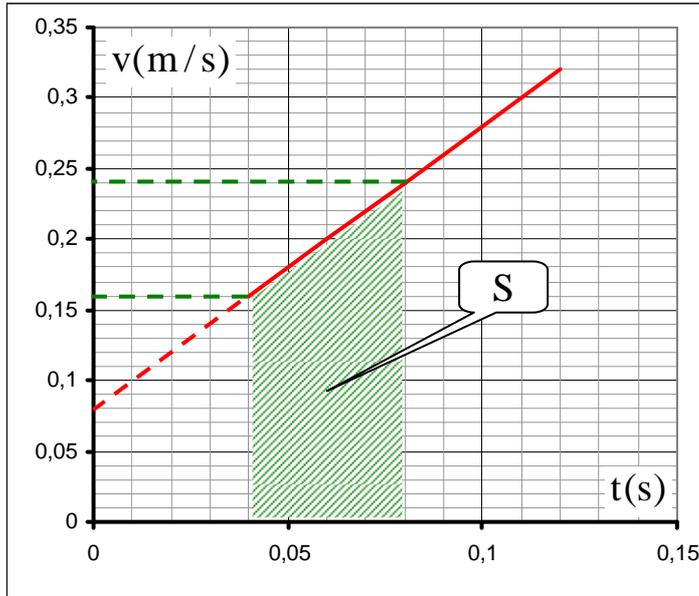
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,28 - 0,18}{0,1 - 0,05} = 2 \text{ m/s}^2$$

ب- قيمة v_0 :

بتمديد المنحنى البياني (المستقيم) حتى يقطع محور
السرعة نحصل على : $v_0 = 0,08 \text{ m/s}$ وهي سرعة
الجسم (S) عند اللحظة $t = 0$.



ج- المسافة المقطوعة بين اللحظتين $t_1 = 0.04$ s ، $t_2 = 0.08$ s :



باستعمال طريقة المساحة في حساب المسافة :

$$d = S = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$$

$$d = S = \frac{(0.16 - 0) + (0.24 - 0)}{2} (0.08 - 0.04)$$

$$d = 8.10^{-3} \text{ m}$$

3- عبارة a_0 :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

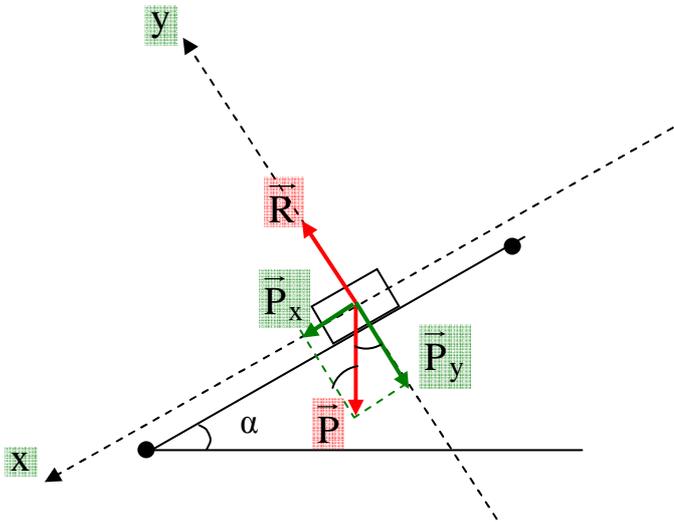
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل \vec{P} ، قوة رد الفعل \vec{R} .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}_G$$

بالإسقاط على المحور ox :



$$P \sin \alpha = m a_0$$

$$g \sin \alpha = a_0$$

$$a_0 = g \sin \alpha = 10 \cdot 0.34 = 3.4 \text{ m/s}^2$$

- سبب الاختلاف :

نلاحظ أن $a_0 > a$ ، و هذا راجع إلى إهمال قوى الاحتكاك في الدارسة النظرية و التي لم تهمل في الدارسة التجريبية التي نتج عنها الجدول السابق .

4- شدة قوة الاحتكاك :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

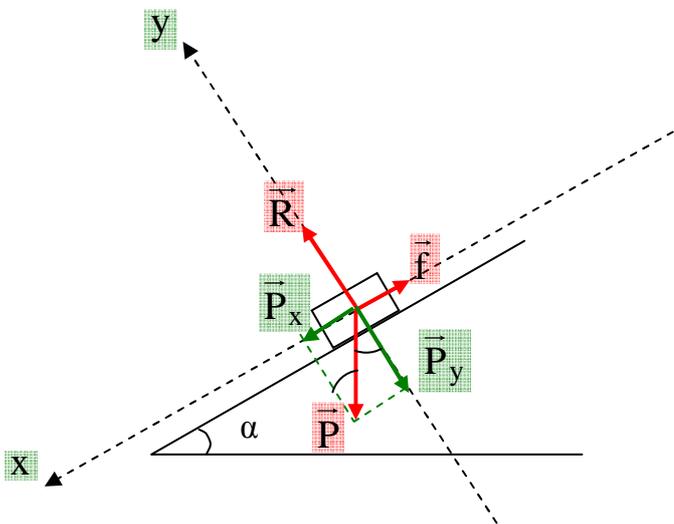
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل \vec{P} ، قوة رد الفعل \vec{R} ،

قوة الاحتكاك \vec{f} .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m \vec{a}_G$$



$$P \sin\alpha - f = m a$$

$$f = P \sin\alpha - m a$$

$$f = mg \sin\alpha - m a$$

$$f = m (g \sin\alpha - a)$$

$$f = 0.1 ((10 \cdot 0.34) - 2) = 0.14 \text{ N}$$

تمنياتي لكم التوفيق و النجاح