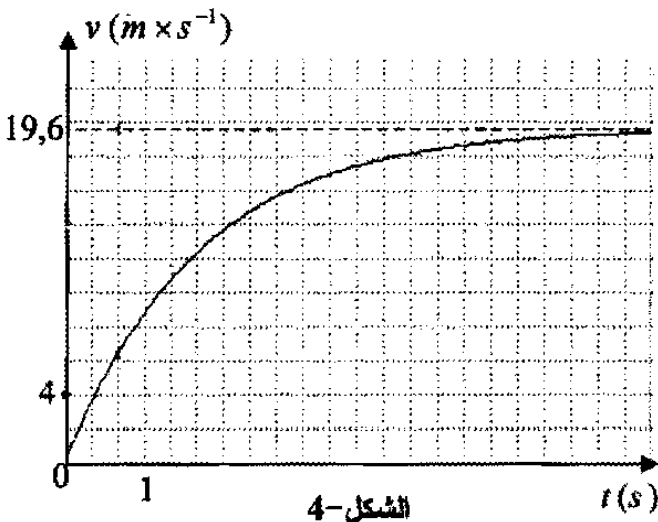


## الموضوع 3 ثا - 11

### التمرين الأول : ( بكالوريا 2010 - علوم تجريبية ) (U01-Ex58)

قام فوج من التلاميذ في حصة للأعمال المخبرية بدراسة السقوط الشاقولي لجسم صلب (S) في الهواء ، و ذلك



باستعمال كاميرا رقمية (Webcam) ، عولج شريط الفيديو ببرمجية "Avistep" بجهاز الإعلام الآلي فتحصلوا على البيان  $v = f(t)$  الذي يمثل تغيرات سرعة مركز عتالة (S) بدلالة الزمن (الشكل-4) .

- 1- حدد طبيعة حركة مركز عتالة الجسم (S) في النظامين الإنتقالي و الدائم . علل .
- 2- بالاعتماد على البيان عين :  
أ/ السرعة الحدية  $v_{lim}$  .  
ب/ تسارع الحركة في اللحظة  $t = 0$  .

3- كيف يكون الجسم الصلب (S) متميزا و هذا للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين إنتقالي و دائم ؟

4- باعتبار دافعة أرخميدس مهملة ، مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) أثناء السقوط ، و استنتج عندئذ المعادلة التفاضلية للحركة بدلالة السرعة  $v$  في حالة السرعات الصغيرة .

5- توقع شكل مخطط السرعة عند إهمال دافعة أرخميدس و مقاومة الهواء . علل .

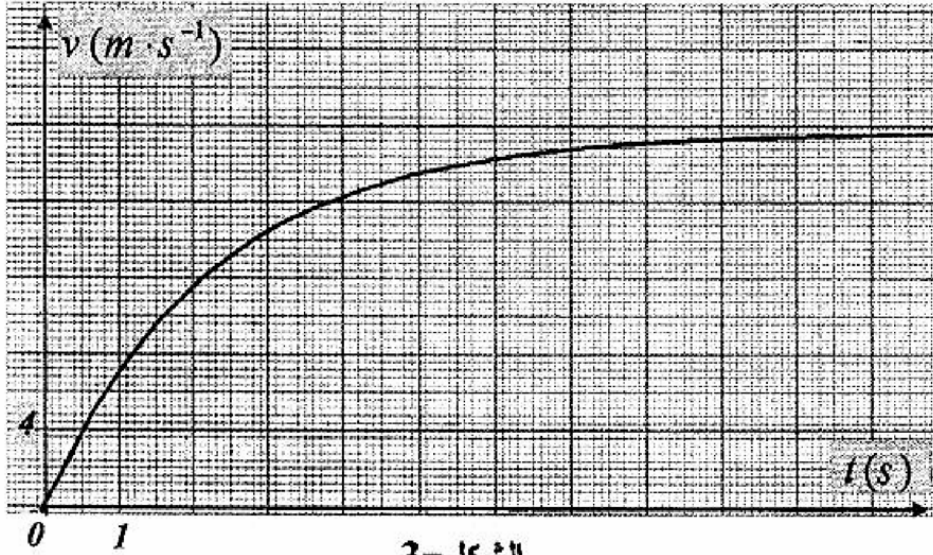
### التمرين الثاني : ( بكالوريا 2012 - علوم تجريبية ) (U01-Ex59)

ندرس في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليليا حركة سقوط كرية في الهواء . (الشكل-3) يمثل تطور سرعة مركز عتالة الكرية  $v$  بدلالة الزمن  $t$  .

1- من البيان :

أ- حدد المجال الزمني لنظامي الحركة .

ب- عين قيمة السرعة الحدية  $v_l$  .



الشكل-3

- ج- احسب  $a_0$  تسارع مركز عطالة الكرة في اللحظة  $t = 0$  . ماذا تستنتج ؟  
 د- ما هي قيمة التسارع لحظة وصول الكرة إلى سطح الأرض ؟  
 ه- كم تكون قيمة الطاقة الحركية للكرة في اللحظة  $t = 3$  s ؟  
 2- مثل كيفيا مخطط السرعة  $v(t)$  لحركة السقوط الشاقولي لمركز عطالة الكرة في الفراغ .  
 تعطى :  $g = 9.80 \text{ m.s}^{-2}$  ، كتلة الكرة :  $m = 30 \text{ g}$

### التمرين الثالث : ( بكالوريا 2010 - رياضيات ) (U01-Ex63)

لدراسة حركة سقوط جسم صلب (S) كتلته  $m$  شاقوليا في الهواء ، استعملت كاميرا رقمية (Webcam) ، عولج شريط الفيديو ببرمجية "Avistep" في جهاز الإعلام الآلي فتحصلنا على النتائج التالية :

| t(ms)                 | 0 | 100  | 200  | 300  | 400  | 500  | 600  | 700  | 800  | 900  |
|-----------------------|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| v(m.s <sup>-1</sup> ) | 0 | 0.60 | 0.90 | 1.02 | 1.08 | 1.10 | 1.12 | 1.13 | 1.14 | 1.14 |

- 1- أ/ ارسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات السرعة  $v$  بدلالة الزمن :  $v = f(t)$  .  
 السلم :  $1 \text{ cm} \rightarrow 0.1 \text{ s}$  ،  $1 \text{ cm} \rightarrow 0.20 \text{ m/s}^{-1}$   
 ب/ عين قيمة السرعة الحدية  $v_{lim}$  .

ج/ كيف يكون الجسم الصلب (S) متميزا للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي و دائم ؟

د/ احسب تسارع حركة (S) في اللحظة  $t = 0$  .

2/ تعطى المعادلة التفاضلية لحركة (S) بالعبارة :  $\frac{dv}{dt} + Av = C(1 - \frac{\rho V}{m})$  ، حيث  $\rho$  الكتلة الحجمية للهواء ،  
 $V$  حجم (S) .

أ/ مثل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة (S) .  
 ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة مركز عطالة (S) بدلالة السرعة  $v$  و ذلك في حالة السرعات الصغيرة .

و بين أن :  $A = \frac{k}{m}$  و  $C = g$  حيث  $k$  ثابت يتعلق بقوى الاحتكاك .

ج/ استنتج قيمة دافعة أرخميدس و قيمة الثابت  $k$  .

تعطى :  $m = 19 \text{ g}$  ،  $g = 9.8 \text{ N.kg}^{-1}$  .

### التمرين الرابع : ( بكالوريا 2015 – رياضيات ) (U01-Ex84)

تترك كرة كتلتها  $m$  تسقط في الهواء من ارتفاع  $h$  عن سطح الأرض دون سرعة ابتدائية .

تعطى :  $g = 10 \text{ m/s}^2$  .

1- نهمل دافعة أرخميدس و نعتبر شدة قوة مقاومة الهواء  $f = kv$  .

أ- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرة .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم  $Oz$  موجه نحو الأسفل و مرتبط بمرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي ،

أوجد المعادلة التفاضلية لسرعة الكرة .

ج- استنتج عبارة السرعة الحدية  $v_{lim}$  بدلالة :  $g$  ،  $m$  ،  $k$  .

2- إن دراسة تغيرات سرعة الكرة بدلالة الزمن مكنت من الحصول على بيان الشكل (2) .

أ- استنتج من البيان قيمة السرعة

الحدية  $v_{lim}$  .

ب- حدد وحدة الثابت  $k$  باستعمال التحليل

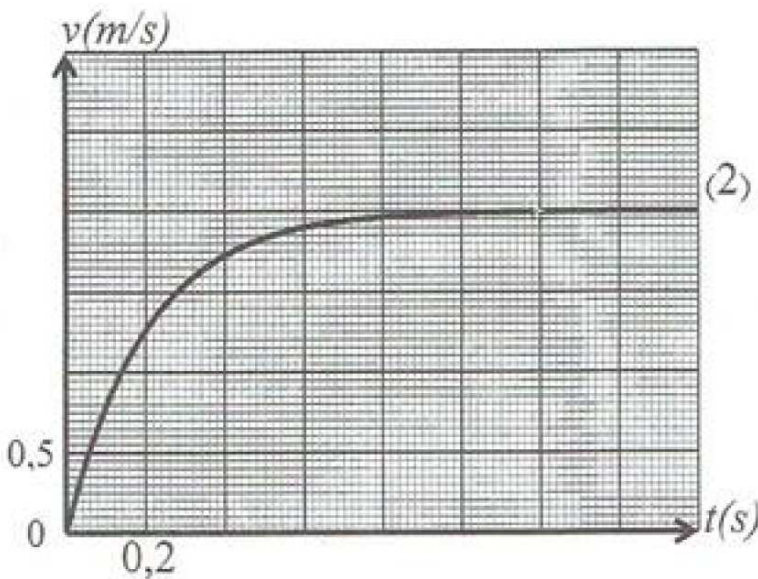
البعدى ، و احسب النسبة  $\frac{m}{k}$  .

3- كيف يتطور تسارع الكرة خلال

4- مثل كيفيا مخطط السرعة  $v(t)$  لحركة

السقوط الشاقولي لمركز عطالة الكرة في

الفراغ .



الشكل (2)

### التمرين الخامس : ( بكالوريا 2011 - علوم تجريبية ) (U01-Ex72)

أثناء حصة الأعمال التطبيقية ، اقترح الأستاذ على تلامذته دراسة سقوط كرة مطاطية شاقوليا في الهواء دون سرعة

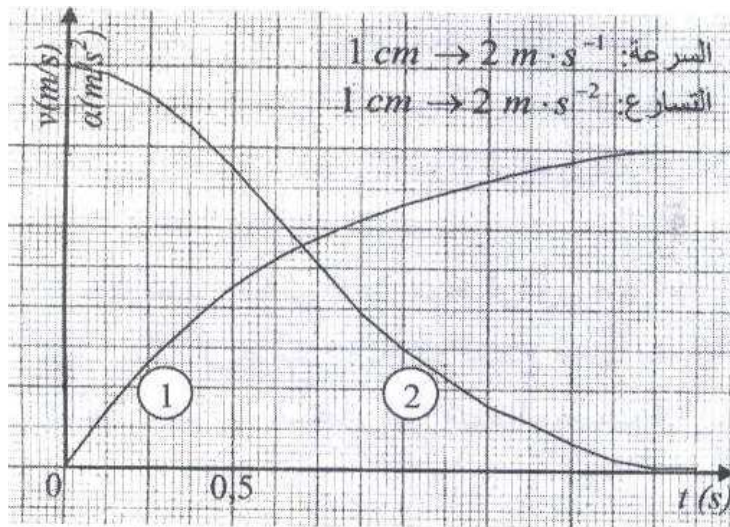
ابتدائية  $v_0 = 0 \text{ m.s}^{-1}$  و نمذجة السقوط بطريقة رقمية .

المعطيات : كتلة الكرة  $m = 3 \text{ g}$  ، نصف قطرها  $r = 1.5 \text{ cm}$  ، الكتلة الحجمية للهواء  $\rho_{air} = 1.5 \text{ kg.m}^{-3}$

حجم الكرة :  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$  ، قوة الاحتكاك  $f = kv^2$  ،  $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$  .

## المطلوب :

- 1- مثل القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الكرة خلال مراحل السقوط .
- 2- باختيار مرجع دراسة مناسب نعتبره غاليليا ، و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الكرة . اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة .



- 3- سمحت كاميرا رقمية بمتابعة حركة الكرة و عولج شريط الصور الملتقطة ببرمجية مكنتنا من الحصول على البيانيين  $v = f(t)$  و  $a = h(t)$  .  
أ- أي المنحنيين يمثل تطور التسارع  $a(t)$  بدلالة الزمن ؟ علل .

ب- حدد بيانيا السرعة الحدية  $v_\ell$  .

- ج- علما أن :  $v_\ell = \sqrt{\frac{g}{k} (m - \rho_{\text{air}} V)}$  . أحسب قيمة معامل الاحتكاك  $k$  .

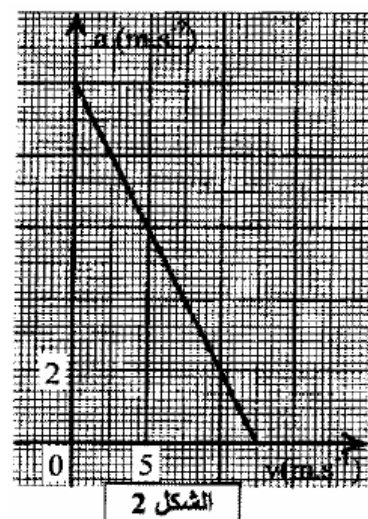
## التمرين السادس : ( بكالوريا 2009 - علوم تجريبية ) (U01-Ex66)

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه  $m = 100 \text{ kg}$  سقوطا شاقوليا بدءا من نقطة O بالنسبة لمعلم أرضي دون سرعة ابتدائية .

يخضع أثناء سقوطه إلى قوة مقاومة الهواء عبارتها من الشكل  $f = k v$  ( تهمل دافعة أرخميدس ) .

يمثل البيان الشكل-2- تغيرات (a) تسارع مركز عطالة المظلي بدلالة السرعة (v)

- 1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي من الشكل :  $\frac{dv}{dt} = A v + B$  . حيث



أن A ، B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما .

2- عين بيانيا قيمتي :

- شدة مجال الجاذبية الأرضية (g) ، السرعة الحدية للمظلي ( $v_\ell$ ) .

- 3- تتميز الحركة السابقة بقيمة المقدار  $(\frac{k}{m})$  ، حدد وحدة هذا المقدار . و أحسب

قيمته من البيان .

4- أحسب قيمة  $k$  .

- 5- مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال الزمني

$$0 \leq t \leq 7 \text{ s}$$

# حل التمرين الأول

1- طبيعة الحركة في النظامين :

النظام الإنتقالي ( $0 < t < 7s$ ) :

في هذه المرحلة (النظام الإنتقالي) البيان  $v = f(t)$  عبارة عن خط منحنى ، و بما أن السرعة متزايدة تكون طبيعة الحركة في هذه المرحلة مستقيمة متسارعة (من دون انتظام) .

النظام الدائم ( $t > 7$ ) :

في هذه المرحلة (النظام الدائم) ، البيان  $v = f(t)$  عبارة عن مستقيم يوازي محور الأزمنة ، إذن طبيعة الحركة في هذه المرحلة مستقيمة منتظمة .

2- أ- السرعة الحدية  $v_{lim}$  :

- من البيان مباشرة  $v_{lim} = 19.6 \text{ m/s}$  .

ب- تسارع الحركة عند  $t = 0$  :

- تسارع الحركة في كل لحظة مساوي لميل المماس عند هذه اللحظة ، أي :  $a = \frac{dv}{dt}$  .

- من البيان عند اللحظة  $t = 0$  :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{19.6 - 0.6}{2} = 9.5 \rightarrow a = 9.5 \text{ m/s}^2$$

3- مميزات الجسم للحصول على نظامين انتقالي و دائم :

- يجب أن يكون الجسم خفيف و انسيابي و ذو حجم كاف لبلوغ السرعة الحدية .

4- تمثيل القوى المؤثرة الجسم (S) :

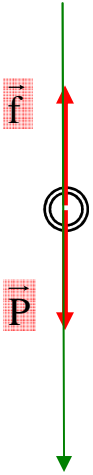
• المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة الاحتكاك  $\vec{f}$  .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{f} = m \vec{a}_G$$

$$P - f = m a$$

$$m g - k v = m \frac{dv}{dt}$$

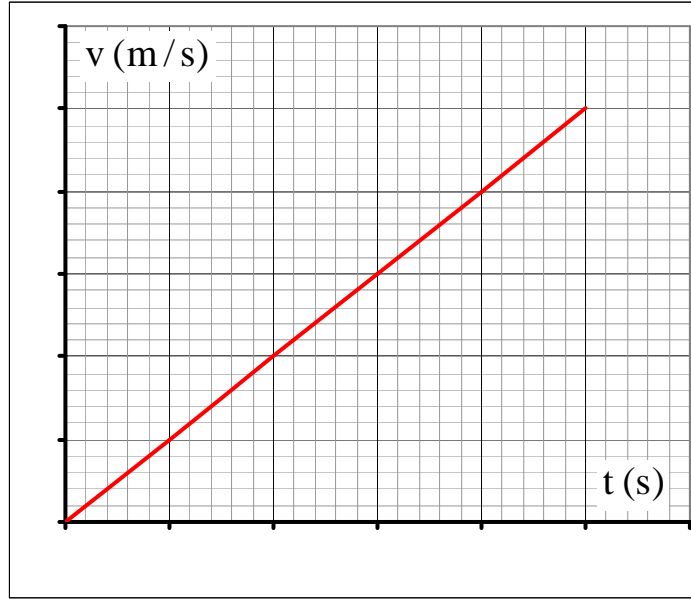
$$m \frac{dv}{dt} + k v = m g \rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g$$

5- مخطط السرعة  $v = f(t)$  :

عند إهمال دافعة أرخميدس و مقاومة الهواء تصبح المعادلة التفاضلية كما يلي :

$$\frac{dv}{dt} = g \rightarrow a = g$$

هذا يعني أن الجسم (S) أصبح في سقوط حر ، و الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام لذلك يكون المنحنى  $v(t)$  عبارة هن مستقيم يمر من المبدأ كما يلي :



## حل التمرين الثاني

1- أ- المجال الزمني لنظامي الحركة :

- النظام الانتقالي :  $0 \leq t \leq 9 \text{ s}$

- النظام الدائم :  $t > 9 \text{ s}$

ب- قيمة السرعة الحدية :

من البيان مباشرة :  $v_\ell = 4.9 \cdot 4 = 19.6 \text{ m/s}$

ج- التسارع  $a_0$  عند  $t = 0$  :

بما أن  $a = \frac{dv}{dt}$  فإن قيمة التسارع تساوي قيمة ميل المماس و عليه من البيان عند اللحظة  $t = 0$  و بعد رسم المماس عند هذه اللحظة يكون :

$$\frac{dv}{dt} = 9,8 \rightarrow a = a_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$$

الاستنتاج :

نلاحظ أن  $a_0 = g$  ، نستنتج أن دافعة أرخميدس مهمة .

د- قيمة التسارع لحظة وصول الكرية إلى سطح الأرض :

يتضح من البيان أن الكرية عندما وصولها إلى سطح الأرض تكون قد بلغت النظام الدائم ، و اثناء ذلك تكون السرعة ثابتة و منه :

$$a = \frac{dv}{dt} = 0$$

هـ- قيمة الطاقة الحركية عند اللحظة  $t = 3$  s :

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

من البيان :

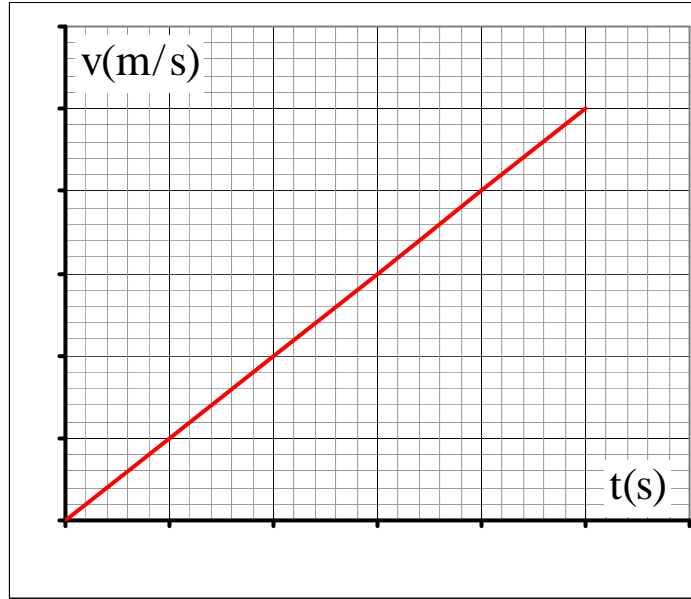
$$t = 3 \text{ s} \rightarrow v = 3.6 \times 4 = 14.4 \text{ m/s}$$

و منه :

$$E_C = 0.5 \cdot 30 \cdot 10^{-3} (14.4)^2 = 3.1 \text{ J}$$

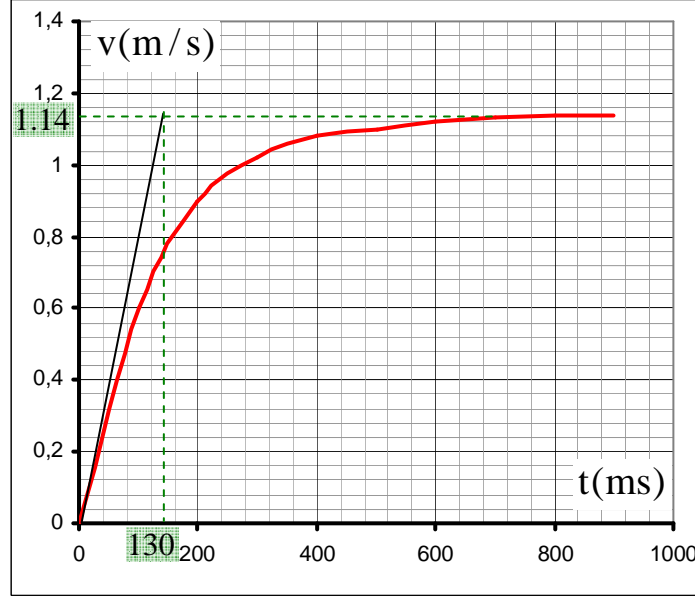
2- المخطط  $v(t)$  لحركة السقوط الشاقولي لمركز عتالة الكرية في الفراغ :

يقصد بالفراغ عدم وجود الهواء و بالتالي الكرية تخضع إلى قوة وحيدة ثابتة تتمثل في قوة الثقل ، و حركتها أثناء ذلك تكون مستقيمة متسارعة بانتظام بدون سرعة ابتدائية (سقوط حر) و يكون المخطط  $v(t)$  عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ كما في الشكل التالي :



## حل التمرين الثالث

1- أ- المنحنى البياني  $v = f(t)$  :



ب- قيمة السرعة الحدية :

من البيان مباشرة :  $v_{lim} = 1.14 \text{ m/s}$  .

ج- للحصول على حركة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي و دائم يجب أن يكون الجسم خفيف و شكله غير انسيابي و ذو حجم كاف لبلوغ السرعة الحدية .

د- تسارع الحركة :

كون أن  $a = \frac{dv}{dt}$  فإن قيمة التسارع تساوي قيمة ميل مماس المنحنى  $v = f(t)$  ، و عليه عند اللحظة  $t = 0$  يكون :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1.14 - 0}{0.130 - 0} = 8.77 \quad \rightarrow \quad a_0 = 8.77 \text{ m/s}^2$$

2- أ- القوى الخارجية المطبقة على الجملة :

ب- المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة الاحتكاك  $\vec{f}$  ، دافعة أرخميدس  $\vec{\Pi}$  .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

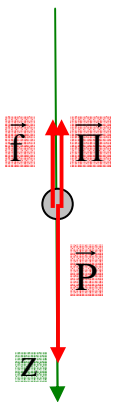
$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{\Pi} = m \vec{a}_G$$

بالإسقاط على المحور (oz) يكون :

$$P - f - \Pi = m a$$

$$m.g - k.v + \Pi = m \frac{dv}{dt}$$





$$m \frac{dv}{dt} + k.v = mg + \Pi \rightarrow m \frac{dv}{dt} + k.v = mg + \rho V g$$

$$m \frac{dv}{dt} + k.v = mg \left(1 - \frac{\rho V}{m}\right) \rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho V}{m}\right)$$

$$. C = g , A = \frac{k}{m} : \text{حيث } \frac{dv}{dt} + Av = C \left(1 - \frac{\rho V}{m}\right) \text{ هي من الشكل :}$$

ج- قيمة دافعة أرخميدس :

مما سبق يمكن كتابة :

$$mg - f v - \Pi = m a$$

عند اللحظة  $t = 0$  لدينا :  $a = a_0 = 8.77 \text{ m/s}^2$  ،  $v = 0$  بالتعويض :

$$mg - f(0) - \Pi = m a_0$$

$$mg - \Pi = m a_0$$

$$\Pi = mg - m a_0$$

$$\Pi = m(g - a_0)$$

$$\Pi = 0.019 (9.8 - 8.77) = 1.96 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

قيمة K :

- مما سبق يمكن أيضا كتابة :

$$mg - k.v - \Pi = ma$$

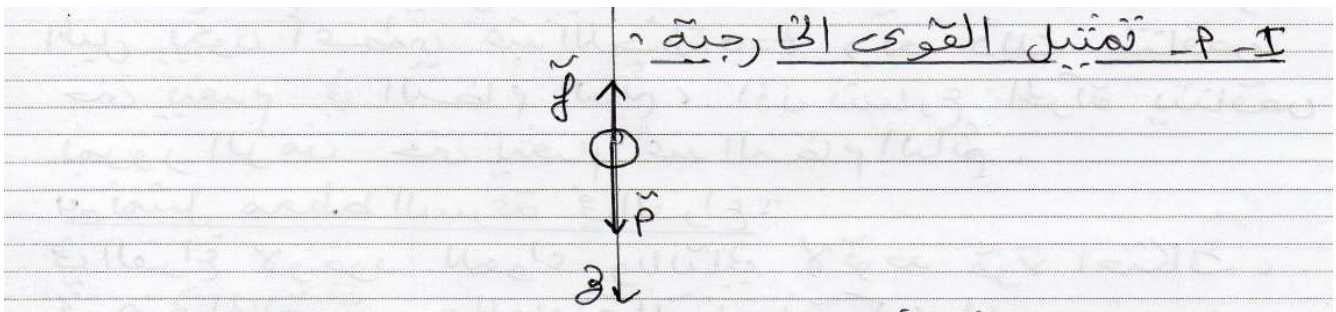
- في النظام الدائم :  $a = 0$  ،  $v = v_{lim}$  ، بالتعويض :

$$mg - k.v_{lim} - \Pi = 0$$

$$K.v_{lim} = mg - \Pi \rightarrow k = \frac{mg - \Pi}{v_{lim}}$$

$$K = \frac{(19 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8) - 1.96 \cdot 10^{-2}}{1.14} = 0.15$$

## حل التمرين الرابع



## ب- المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{p} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بالانتقال على المحور z

$$p - f = ma$$

$$mg - kv = m \frac{dv}{dt}$$

$$m \frac{dv}{dt} + kv = mg$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$$

١-٢-٣ -٤ -٥ -٦ -٧ -٨ -٩ -١٠ -١١ -١٢ -١٣ -١٤ -١٥ -١٦ -١٧ -١٨ -١٩ -٢٠ -٢١ -٢٢ -٢٣ -٢٤ -٢٥ -٢٦ -٢٧ -٢٨ -٢٩ -٣٠ -٣١ -٣٢ -٣٣ -٣٤ -٣٥ -٣٦ -٣٧ -٣٨ -٣٩ -٤٠ -٤١ -٤٢ -٤٣ -٤٤ -٤٥ -٤٦ -٤٧ -٤٨ -٤٩ -٥٠ -٥١ -٥٢ -٥٣ -٥٤ -٥٥ -٥٦ -٥٧ -٥٨ -٥٩ -٦٠ -٦١ -٦٢ -٦٣ -٦٤ -٦٥ -٦٦ -٦٧ -٦٨ -٦٩ -٧٠ -٧١ -٧٢ -٧٣ -٧٤ -٧٥ -٧٦ -٧٧ -٧٨ -٧٩ -٨٠ -٨١ -٨٢ -٨٣ -٨٤ -٨٥ -٨٦ -٨٧ -٨٨ -٨٩ -٩٠ -٩١ -٩٢ -٩٣ -٩٤ -٩٥ -٩٦ -٩٧ -٩٨ -٩٩ -١٠٠

من البيان:

$$v_{term} = 2 \text{ m/s}$$

١-٢-٣ -٤ -٥ -٦ -٧ -٨ -٩ -١٠ -١١ -١٢ -١٣ -١٤ -١٥ -١٦ -١٧ -١٨ -١٩ -٢٠ -٢١ -٢٢ -٢٣ -٢٤ -٢٥ -٢٦ -٢٧ -٢٨ -٢٩ -٣٠ -٣١ -٣٢ -٣٣ -٣٤ -٣٥ -٣٦ -٣٧ -٣٨ -٣٩ -٤٠ -٤١ -٤٢ -٤٣ -٤٤ -٤٥ -٤٦ -٤٧ -٤٨ -٤٩ -٥٠ -٥١ -٥٢ -٥٣ -٥٤ -٥٥ -٥٦ -٥٧ -٥٨ -٥٩ -٦٠ -٦١ -٦٢ -٦٣ -٦٤ -٦٥ -٦٦ -٦٧ -٦٨ -٦٩ -٧٠ -٧١ -٧٢ -٧٣ -٧٤ -٧٥ -٧٦ -٧٧ -٧٨ -٧٩ -٨٠ -٨١ -٨٢ -٨٣ -٨٤ -٨٥ -٨٦ -٨٧ -٨٨ -٨٩ -٩٠ -٩١ -٩٢ -٩٣ -٩٤ -٩٥ -٩٦ -٩٧ -٩٨ -٩٩ -١٠٠

١-٢-٣ -٤ -٥ -٦ -٧ -٨ -٩ -١٠ -١١ -١٢ -١٣ -١٤ -١٥ -١٦ -١٧ -١٨ -١٩ -٢٠ -٢١ -٢٢ -٢٣ -٢٤ -٢٥ -٢٦ -٢٧ -٢٨ -٢٩ -٣٠ -٣١ -٣٢ -٣٣ -٣٤ -٣٥ -٣٦ -٣٧ -٣٨ -٣٩ -٤٠ -٤١ -٤٢ -٤٣ -٤٤ -٤٥ -٤٦ -٤٧ -٤٨ -٤٩ -٥٠ -٥١ -٥٢ -٥٣ -٥٤ -٥٥ -٥٦ -٥٧ -٥٨ -٥٩ -٦٠ -٦١ -٦٢ -٦٣ -٦٤ -٦٥ -٦٦ -٦٧ -٦٨ -٦٩ -٧٠ -٧١ -٧٢ -٧٣ -٧٤ -٧٥ -٧٦ -٧٧ -٧٨ -٧٩ -٨٠ -٨١ -٨٢ -٨٣ -٨٤ -٨٥ -٨٦ -٨٧ -٨٨ -٨٩ -٩٠ -٩١ -٩٢ -٩٣ -٩٤ -٩٥ -٩٦ -٩٧ -٩٨ -٩٩ -١٠٠

$$\frac{dv}{dt} = 0 \text{ ، } v = v_{term} \text{ ، } \text{نكتب:}$$

$$\frac{k}{m} v_{term} = g \rightarrow k = \frac{g \cdot m}{v_{term}}$$

$$[k] = \frac{[g][m]}{[v]} = \frac{\frac{m}{s^2} \cdot kg}{\frac{m}{s}} \rightarrow [k] = kg/s$$

$$\frac{k}{m} \cdot v_{term} = g \rightarrow \frac{m}{k} = \frac{v_{term}}{g}$$

$$\frac{m}{k} = \frac{2}{10} = 0,2s$$

## 3- كيفية تطور تسارع الكرية خلال الحركة:

تسارع الحركة يمثل ميل المماس في المنحنى  $v(t)$  ، وهذا الميل يكون أعظمي عند اللحظة  $t=0$  وبعد ذلك يتناقص حتى يتعدم في النظام الدائم ، إذن تسارع الحركة يتناقص بمرور الزمن حتى يتعدم عند النظام الدائم .

١-٢-٣ -٤ -٥ -٦ -٧ -٨ -٩ -١٠ -١١ -١٢ -١٣ -١٤ -١٥ -١٦ -١٧ -١٨ -١٩ -٢٠ -٢١ -٢٢ -٢٣ -٢٤ -٢٥ -٢٦ -٢٧ -٢٨ -٢٩ -٣٠ -٣١ -٣٢ -٣٣ -٣٤ -٣٥ -٣٦ -٣٧ -٣٨ -٣٩ -٤٠ -٤١ -٤٢ -٤٣ -٤٤ -٤٥ -٤٦ -٤٧ -٤٨ -٤٩ -٥٠ -٥١ -٥٢ -٥٣ -٥٤ -٥٥ -٥٦ -٥٧ -٥٨ -٥٩ -٦٠ -٦١ -٦٢ -٦٣ -٦٤ -٦٥ -٦٦ -٦٧ -٦٨ -٦٩ -٧٠ -٧١ -٧٢ -٧٣ -٧٤ -٧٥ -٧٦ -٧٧ -٧٨ -٧٩ -٨٠ -٨١ -٨٢ -٨٣ -٨٤ -٨٥ -٨٦ -٨٧ -٨٨ -٨٩ -٩٠ -٩١ -٩٢ -٩٣ -٩٤ -٩٥ -٩٦ -٩٧ -٩٨ -٩٩ -١٠٠

١-٢-٣ -٤ -٥ -٦ -٧ -٨ -٩ -١٠ -١١ -١٢ -١٣ -١٤ -١٥ -١٦ -١٧ -١٨ -١٩ -٢٠ -٢١ -٢٢ -٢٣ -٢٤ -٢٥ -٢٦ -٢٧ -٢٨ -٢٩ -٣٠ -٣١ -٣٢ -٣٣ -٣٤ -٣٥ -٣٦ -٣٧ -٣٨ -٣٩ -٤٠ -٤١ -٤٢ -٤٣ -٤٤ -٤٥ -٤٦ -٤٧ -٤٨ -٤٩ -٥٠ -٥١ -٥٢ -٥٣ -٥٤ -٥٥ -٥٦ -٥٧ -٥٨ -٥٩ -٦٠ -٦١ -٦٢ -٦٣ -٦٤ -٦٥ -٦٦ -٦٧ -٦٨ -٦٩ -٧٠ -٧١ -٧٢ -٧٣ -٧٤ -٧٥ -٧٦ -٧٧ -٧٨ -٧٩ -٨٠ -٨١ -٨٢ -٨٣ -٨٤ -٨٥ -٨٦ -٨٧ -٨٨ -٨٩ -٩٠ -٩١ -٩٢ -٩٣ -٩٤ -٩٥ -٩٦ -٩٧ -٩٨ -٩٩ -١٠٠

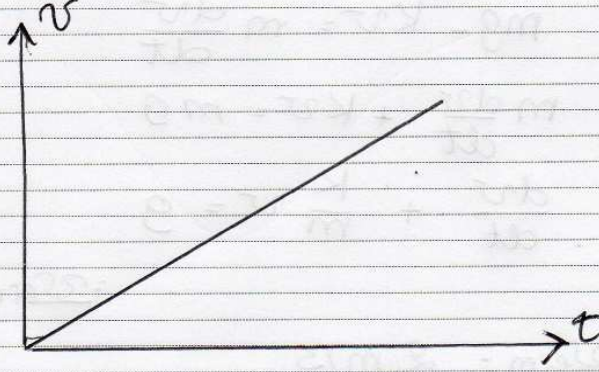
$$\frac{dv}{dt} = g \rightarrow v = gt + c$$

من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow v=0 \rightarrow c=0$$

$$v = gt$$

وعليه المنحنى  $v(t)$  يكون عبارة عن مستقيم يمر من أبدأ:



## حل التمرين الخامس

1- تمثيل القوى الخارجية خلال مراحل السقوط:

| مرحلة الانطلاق<br>$\Sigma \vec{F} \neq \vec{0}$ | المرحلة الانتقالية<br>$\Sigma \vec{F} \neq \vec{0}$ | مرحلة النظام الدائم<br>$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ |
|---|---|---|
|   |   |   |

2- المعادلة التفاضلية للسرعة:

- الجملة المعتبرة: كرية.

- مرجع الدارسة: سطحي أرضي نعتبره غاليليا.

- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة: الثقل  $\vec{P} = m\vec{g}$ ؛ دافعة أرخميدس  $\vec{\Pi} = -\rho V\vec{g}$  و قوة الإحتكاك  $\vec{f}$ .

• بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m_S \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m_S \vec{a}$$

بالإسقاط على المحور (oz) :

$$P - \Pi - f = m_S a_z \rightarrow m g - \rho_{\text{air}} V_S g - kv^2 = m \frac{dV}{dt}$$

$$m \frac{dV}{dt} + k v^2 = m g - \rho_{\text{air}} V g \rightarrow m \frac{dV}{dt} + k v^2 = g(m - \rho_{\text{air}} V)$$

3- أ- المنحني الموافق لتطور التسارع :

بما أن الكرة تركت عند اللحظة  $t = 0$  بدون سرعة ابتدائية أي ( $t = 0 \rightarrow v = 0$ ) يكون البيان (1) موافق لتطور السرعة و البيان (2) موافق لتطور التسارع .

ب- قيمة السرعة الحدية :

من البيان مباشرة :  $v_\ell = 8 \text{ m/s}$

ج- معامل الاحتكاك :

في النظام الدائم يكون :  $a = \frac{dv}{dt} = 0$  ،  $v = v_\ell$  . بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$k v_\ell^2 = g(m - \rho_{\text{air}} V) \rightarrow k = \frac{g}{v_\ell^2} (m - \rho_{\text{air}} V)$$

$$\bullet V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (1.5 \cdot 10^{-2})^3 = 1.41 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\bullet k = \frac{9.8}{(8)^2} (3 \cdot 10^{-3} - (1.3 \cdot 1.41 \cdot 10^{-5})) = 4.56 \cdot 10^{-4} \text{ kg/s}$$

## حل التمرين السادس

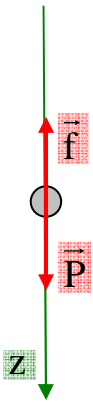
1- المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : مظلي مع تجهيزه

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل  $\vec{P}$  ، قوة الاحتكاك  $\vec{f}$  .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{f} = m \vec{a}_G$$

$$P - f = m a_G$$

$$m g - k v = m \frac{dv}{dt}$$

$$m \frac{dv}{dt} = -k v + m g$$

بتحليل العلاثة الشعاعية وفق المحور (oz) يكون :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g \dots\dots\dots (1)$$

هي من الشكل :  $\frac{dv}{dt} = A v + B$  حيث :  $B = g$  ،  $A = -\frac{k}{m}$

2- قيمتي  $(g)$  ،  $(v_\ell)$  :

- المنحني  $a = f(t)$  هو مستقيم معادلته من الشكل :

$$a = \alpha v + \gamma \dots\dots\dots (2)$$

حيث  $\alpha$  ميل هذا المنحني (المستقيم) ،  $\gamma$  نقطة تقاطع المنحني (المستقيم) مع محور الترتيب .

- بمطابقة عبارة البيان (2) مع المعادلة التفاضلية (1) نجد :

$$g = \gamma$$

من البيان :

$$\gamma = 10 \rightarrow g = 10 \text{ m/s}^2$$

- عند بلوغ السرعة الحدية يكون :  $v = v_\ell$  ،  $\frac{dv}{dt} = 0$  بالتعويض في المعادلة (2) نجد :

$$0 = \alpha v_\ell + \gamma \rightarrow v_\ell = -\frac{\gamma}{\alpha}$$

من البيان :

$$\alpha = \frac{2-10}{10-0} = -0.8 \rightarrow v_\ell = -\frac{10}{(-0.8)} = 1.25 \text{ m/s}$$

3- وحدة المقدار  $\frac{k}{m}$  :

- عند بلوغ السرعة الحدية يكون :  $v = v_\ell$  ،  $\frac{dv}{dt} = 0$  بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$0 = -\frac{k}{m}v_\ell + g$$

$$\frac{k}{m}v_\ell = g \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{v_\ell} \rightarrow \left[\frac{k}{m}\right] = \frac{[g]}{[v_\ell]} = \frac{\frac{m}{s^2}}{\frac{m}{s}} = \frac{m}{s^2} \cdot \frac{s}{m} = s^{-1}$$

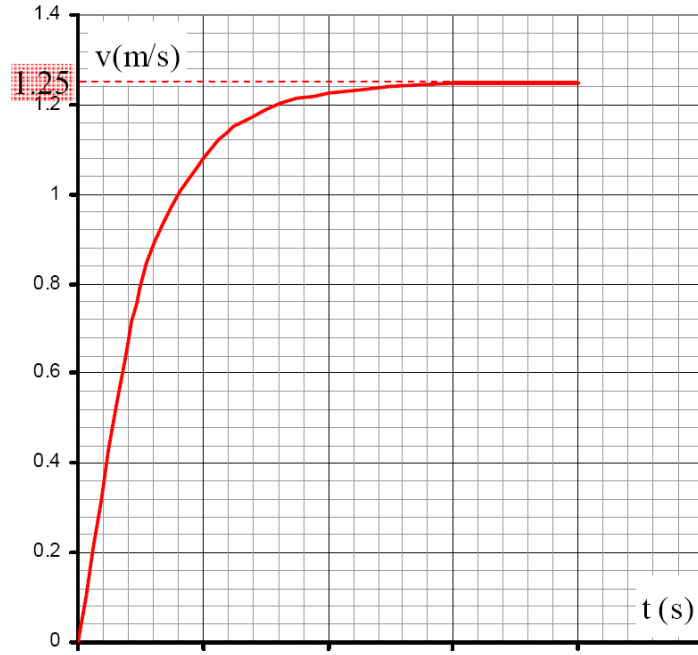
4- قيمة  $K$  :

بمطابقة عبارة البيان (2) مع المعادلة التفاضلية نجد أيضا :

$$-\frac{k}{m} = \alpha \rightarrow k = -m\alpha$$

$$k = -(100)(-0.8) = 80 \text{ N.s/m}$$

5- تمثيل  $v$  بدلالة  $t$  في المجال  $0 \leq t \leq 7$  s :



تمنياتي لكم التوفيق و النجاح