الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	
وزارة التربية الوطنية	الديوان الوطني للتعليم والتكوين عن بعد
تصميم جواب امتحان المستوى – دورة ماي 2011	
المستوى والشعبة : 3 ثا /تسيير واقتصاد	المادة : رياضيات

محاور الموضوع	عناصـ . ـر الإجـ . . ـابة	العلامـ . . ـة مجزأة	العلامـ . . ـة كاملة
التمرين الأول	$u_1=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $6u_{n+1}-u_n=2$.		06 ن
	1) أ) برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n\le\frac{1}{2}$. من أجل $n=1$ لدينا $u_1=\frac{1}{2}\le\frac{1}{2}$ نفرض أن $u_n\le\frac{1}{2}$ ونبرهن أن $u_{n+1}\le\frac{1}{2}$ $u_n\le\frac{1}{2}$ تكافئ $\frac{1}{6}u_n\le\frac{1}{12}$ ومنه $\frac{1}{6}u_n+\frac{1}{3}\le\frac{5}{12}$ أي $u_{n+1}\le\frac{1}{2}$ إذن لكل عدد طبيعي غير معدوم n ، يكون $u_n\le\frac{1}{2}$.	01.5 ن	
	ب) اتجاه تغير المتتالية (u_n). $u_{n+1}=f(u_n)$ حيث $f(x)=\frac{1}{6}x+\frac{1}{3}$ الدالة f متزايدة و $u_2\prec u_1$ إذن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.	01 ن	
	2) $v_n=u_n-\frac{2}{5}$. أ) $v_{n+1}=u_{n+1}-\frac{2}{5}=\frac{1}{6}u_n-\frac{1}{15}=\frac{1}{6}v_n$ إذن (v_n) متتالية هندسية $q=\frac{1}{6}$ وحدها الأول $v_1=\frac{1}{10}$.	01.5 ن	
	ب) عبارة الحد العام v_n بدلالة n : $v_n=\frac{1}{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}$ عبارة u_n بدلالة n : $u_n=v_n+\frac{2}{5}=\frac{1}{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{2}{5}$.	0.25 ن	
	جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}+\frac{2}{5}=\frac{2}{5}$ إذن المتتالية (u_n) متقاربة.	0.25 ن	
	د) $S=u_1+u_2+.....+u_n=v_1+v_2+.....+v_n+\frac{2}{5}n$	0.5 ن	

01 ن

$$=\frac{3}{25}\left(1-\left(\frac{1}{6}\right)^{n}\right)+\frac{2}{5}n$$

التمرين الثاني — 06 ن

0.5 ن — 1) إحداثيي النقطة المتوسطة $G(2,5;7956,66)$.

02 ن — 2) تمثيل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i;y_i)$ والنقطة G في معلم متعامد .

02.5 ن — 3)
$$a=\frac{\left(\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_iy_i\right)-\overline{x}\,\overline{y}}{\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}=\frac{2240}{2,92}=767,12$$

و $b=\overline{y}-a\overline{x}=7956,66-767,12\times2,5=6038,86$

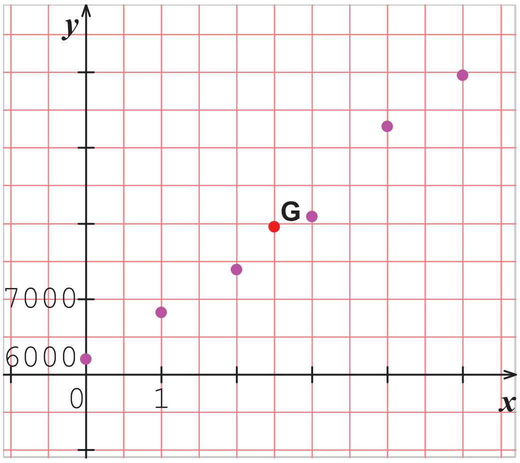
ومنه المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا :

$y=767,12x+6038,86$.

01 ن — 4) رتبة السنة 2008 هي 12

من أجل $x=12$ نجد $y=767,12\times12+6038,86=15244,33$

إذن عدد السياح في سنة 2008 هو 15244 سائح .



التمرين الثالث — 08 ن

I- الدالة f معرفة على R^* بـ : $f(x)=2x+\frac{1}{e^x-1}$

1) دراسة تغيرات لدالة f .

0.5 ن — $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$

0.5 ن — $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

0.5 ن — $\lim_{x\overset{<}{\to}0}f(x)=-\infty$

0.5 ن — $\lim_{x\overset{>}{\to}0}f(x)=+\infty$

0.5 ن

0.5 ن

$$f'(x)=\frac{2e^{2x}-5e^{x}+2}{\left(e^{x}-1\right)^{2}}$$

إشارة $f'(x)$:

0.5 ن

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		$-\ln 2$		0		$\ln 2$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-3,38$	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	$3,38$	$\nearrow$	$+\infty$

0.5 ن

2) $f(x)=2x-1+\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}$.

0.5 ن

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-1+\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}\right)=0$

إذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x$ مقارب للمنحني (C_f) في جوار $+\infty$.

0.5 ن

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-2x+1\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}\right)=0$

إذن المستقيم (T) ذو المعادلة $y=2x-1$ مقارب للمنحني (C_f) في جوار $-\infty$.

0.25 ن

4) وضعية كل من (Δ) و (T) بالنسبة للمنحني (C_f).

0.25 ن

من اجل $x\succ 0$: $f(x)-2x=\dfrac{1}{e^{x}-1}\succ 0$ إذن (Δ) تحت (C_f).

01.5 ن

من اجل $x\prec 0$: $f(x)-2x+1=\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}\prec 0$ إذن (T) فوق (C_f).

5) إنشاء المنحني (C_f) والمستقيمين (Δ) و (T) في نفس المعلم :

II) $g(x)=\ln\left(e^{x}-1\right)$.

0.5 ن

1) $g'(x)=\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}$ ومنه g دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{e^{x}}{e^{x}-1}$ على $]0\ ;\ +\infty[$

0.5 ن

2) $\displaystyle\int_{\ln 2}^{\alpha}(f(x)-2x)\,dx=\int_{\ln 2}^{\alpha}\left(-1+\frac{e^{x}}{e^{x}-1}\right)dx$

$$=\left[-x+\ln\left(e^x-1\right)\right]_{\ln 2}^{\alpha}=-\alpha+\ln\left(e^\alpha-1\right)+\ln 2\ ua$$