الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **مديرية التربية لولاية باتنة**

إختبار البكالوريا التجريبية **ثانوية:مصطفى بن بولعيد**

الشعبة:علوم تجريبية **دورة:ماي 2016**

اختبار في مادة:الرياضيات **المدة: 3 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول:

التمرين الأول(4,5 ن):

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$، لتكن النقط $B;A$ و Cلواحقها على الترتيب على الترتيب Z_A ، Z_B،Z_C حيث: $Z_A=-1+i\sqrt{3}$ و $Z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $Z_C=2$

أ) تحقق أن : $\frac{Z_B-Z_C}{Z_A-Z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ واستنتج طبيعة المثلث ABC

ب)عين Z_Ω لاحقة Ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

3)أ)أثبت ان (Γ) مجموعة النقط M التي لواحقها Z حيث: $Z=x+iy$ والتي تحقق $Z\overline{Z}+2(Z+\overline{Z})=0$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .(حيث y,xعددان حقيقيان)

ب) تحقق ان النقطتين $B;A$ من الدائرة (Γ)

3)عين العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$. ثم عين صورة الدائرة (Γ) بالدوران R

5)نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=|z_A|^{2n}+1$

أ)بين أن المتتالية (u_n) متباعدة

ب) أحسب بدلالة nالمجموع s_nحيث: $s_n=u_0+u_1+u_3+.....+u_n$

التمرين الثاني(4 ن):

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$،نعتبر النقط: C,B,A حيث

$A(1;-1;4)$ ، $B(7;-1;-2)$ ، $C(1;5;-2)$

1) أ) بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا. ب) بين أن المثلث ABCمتقايس الأضلاع .

جـ) بين أن الشعاع $\vec{n}(1;1;1)$ ناظم للمستوي (ABC) د) عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $D(0;-2;-3)$ والعمودي على المستوي (ABC) .

3) عين إحداثيات G المسقط العمودي للنقطة D على (ABC) ثم بين أن G هي مركز ثقل المثلث ABC .

4) عين مجموعة النقط (E) حيث : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=k(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB})$ ، $k\in R$ محددا العناصر المميزة لها.

التمرين الثالث(4 ن):

المتتالية (u_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالحد العام u_n حيث: $u_n=e^{1-n}$ ونضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\ln u_n$.هل صحيح أم خاطئ ما يلي مع التبرير:

1) (u_n) هندسية أساسها e 2) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$ 3) (u_n) متناقصة.

4) $u_0+u_1+u_2+....+u_{n-1}=e^2\left(\frac{1-e^{-n}}{e-1}\right)$ 5) (v_n) حسابية 6) $v_0+v_1+v_2+....+v_{n-1}=-\frac{1}{2}n^2+n$

التمرين الرابع(7,5ن):

أولا: نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كمايلي: $g(x)=2x^3-1+2\ln x$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0,+\infty[$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α وأن: $0,86<\alpha<0,87$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$.

ثانيا: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=2x-\frac{\ln x}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهاية الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

2) ا) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

3) أثبت ان اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$.

4) استنتج جدول تغيرات الدالة f . 5) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

ثالثا: نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ ب: $F(x)=x^2-\frac{\ln x}{x}-\frac{1}{x}$.

أ) احسب $F'(x)$ حيث F' مشتقة الدالة F على المجال $]0,+\infty[$.ماذا تستنتج؟

ب) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $x=1$, $x=e$ و $y=0$.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول(5نقاط):

نضع: $x=1+\sqrt{2}$

1) تحقق أن: $x=2+\frac{1}{x}$

2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول u_0 وبالعلاقة التراجعية: $\begin{cases} u_0 = x \\ u_{n+1} = 2+\frac{1}{u_n} \end{cases}$

حيث n عدد طبيعي. برهن بالتراجع أن (u_n) متتالية ثابتة

3) (v_n) هي المتتالية المعرفة كما يلي: $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_1 = x \\ v_{n+1} = 2v_n + v_{n-1} \end{cases} ; n \in N^*$

أ) برهن أن (v_n) هندسية

ب) عبر عن v_n بدلالة n

ت) برر أن v_n متباعدة

ث) أحسب بدلالة n المجموع: $s_n = v_0{}^3 + v_1{}^3 + v_2{}^3 + ... + v_n{}^3$

ج) أحسب الجداء: $p = v_0 \times v_1 \times v_2 \times ..... \times v_n$ بدلالة n

التمرين الثاني(4 نقاط):

يحتوي صندوق على 5 كريات مرقمة من 1 إلى 5 لا نفرق بينها عند اللمس . نسحب على التوالي 3 كريات بالإرجاع (أي بعد كل سحبة نعيد الكرية إلى الصندوق) نسجل بالترتيب الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة لنحصل عندئذ على ثلاثة أرقام من بين 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5

1) ما هو عدد الأعداد الممكنة ؟

2) نعيد التجربة هذه المرّة لكن دون إرجاع الكرية المسحوبة .

أ) ما هو عدد الأعداد الممكنة ؟

ب) ما احتمال الحادثة A " الكرية الثانية المسحوبة تحمل الرقم 4 "؟

ج) مااحتمال الحادثة B " الحصول على عدد يقبل القسمة على 5"؟

التمرين الثالث(5نقاط):

1)أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2+4z+5=0$

ب) استنتج حلي المعادلة ذات المجهول z : $\left(-\frac{5}{\overline{z}}\right)^2+4\left(-\frac{5}{\overline{z}}\right)+5=0$، حيث $\overline{Z}$ هومرافق العدد z و $z\neq 0$

2)في المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$. لتكن النقط A ;B و C لواحقها على الترتيب : $Z_A=2-i$ و$Z_B=-2-i$ و$Z_C=-2+i$

أ/ بين ان العدد $(Z_C-Z_B)^{2015}$ تخيلي صرف

ب/ عين النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ مستطيلا .

3)عين مساحة صورة المستطيل $ABCD$ بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$

4)عين ثم أنشئ بدقة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث : $Z=\sqrt{5}e^{i\theta};\theta\in\Re$

التمرين الرابع(6نقاط):

لتكن الدالة g المعرفة على IR بـ: $g(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^{-x}$ ، حيث a , b و c أعداد حقيقية.

و (c_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

I) عين الأعداد الحقيقية a , b و c بحيث يقبل (c_g) مماسا عند النقطة $A(0;-3)$ معامل توجيهه 3 والعدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $g(x)=0$

II) نضع $a=1$, $b=0$ و $c=-3$

1) احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (c_g) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$.

4) عين إحداثيات نقط تقاطع (c_g) مع محور الفواصل.

5) بين أنه توجد نقطتا انعطاف للمنحني (c_g)

6) ارسم (T) و (c_g)

7- أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من IR فإن: $g(x)+2g'(x)+g''(x)=2e^{-x}$

ب) استنتج دالة أصلية للدالة g على IR .

إنتـــــــــــــــهى بالتوفيـــــــــــــــــق

مديرية التربية لولايتي البويرة و بومرداس
ثانويات : بشلول+ نصر الدين المشدالي + صحاريج + حيزر + الأربعطاش الجديدة
المستوى: السنة الثالثة علوم تجريبية دورة مـــــاي 2016
المادة: رياضيات المـــدة: 03 ساعات و30 دقيقة

امتحان الباكالوريا التجريبي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (05 نقاط)

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد، متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط B,A و C التي لواحقها على الترتيب $z_A = 1+i$ ، $z_B = \sqrt{3}-i$ و $z_C = 4$.

1) أ) أكتب الأعداد ، z_A ، z_B و $\frac{z_A}{z_B}$ على شكل المثلثي، ثم استنتج الشكل الأسي .

ب) أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على شكله الجبري ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من: $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

2) أوجد قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = \frac{1}{8}\left(1-\sqrt{3}i\right)$ ، أحسب $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8$.

3) ليكن التحويل النقطي S الذي يرفق بكل النقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث : $z' = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}z$.

- حدد طبيعة التحويل النقطي S و عناصره المميزة.

4) أ) أوجد المجموعة (Γ_1) للنقط $M(z)$ من المستوي و التي تحقق : $z = z_c + 2e^{i\theta}$ لما θ تمسح $\mathbb{R}$.

ب) أوجد المجموعة (Γ_2) للنقط $M(z)$ من المستوي والتي تحقق : $Arg(z - z_c) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$

5) أوجد صورة (Γ_1) بالتحويل النقطي S ، استنتج مساحتها .

التمرين الثاني: (4,5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط $A(3;4;0)$ ، $B(0;5;0)$ ، $C(0;0;5)$ ، $D(-2;-6;5)$ ، $E(-4;0;-3)$ و الشعاع $\vec{n}(1;3;3)$

1. بين أن النقط C,B,A تعيّن مستو (ABC)، تأكد أن $\vec{n}$ شعاع ناظمي له ثم اكتب معادلة ديكارتية له

2 . أ / برهن أن المثلث AOB متساوي الساقين .

ب / عين إحداثيي النقطة I منتصف القطعة المستقيمة [AB] ، ثم بين أن $OI = \frac{3\sqrt{10}}{2}$.

جـ / بين أن المستقيم (OC) عمودي على المستوي (AOB)

د/ استنتج حجم رباعي الوجوه OABC

3. احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

4 . أ/ جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE) .

ب/ اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة المستقيمة $[DE]$.

جـ / تحقق ان النقطة $F\left(-1;1;\frac{7}{2}\right)$ تنتمي للمستوي (Q)

د / استنتج المسافة بين النقطة F والمستقيم (DE) .

التمرين الثالث : (3.5 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_n = \int_n^{n+1} e^{2-x}\,dx$

1) أحسب u_0 ثم اثبت مستعملا مبدأ الاستدلال بالتراجع ، أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

2) أحسب u_n بدلالة n .

3) برهن أن المتتالية (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

4) أ) أحسب بدلالة n الفرق $u_{n+1} - u_n$ ، ثم أستنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

5) نضع ، من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

أحسب بدلالة n المجموع S_n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

الجزء1: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-x}\ln\left(1+e^{x}\right)$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث الوحدة $2cm$ على محور الفواصل و $5cm$ على محور التراتيب

1. أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2. أ/بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) = \frac{x}{e^{x}} + e^{-x}\ln\left(1+e^{-x}\right)$

ب/ أحسب نهاية f عند $+\infty$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3. نعتبر على المجال $]-1;+\infty[$ الدالة g المعرفة بـ: $g(t) = \frac{t}{1+t} - \ln(1+t)$

أ/ أدرس إتجاه تغير الدالة g على المجال $[0;+\infty[$

ب/ أحسب $g(0)$، ثم إستنتج إشارة $g(t)$ من أجل t موجب تماما.

4. أ/بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \frac{g\left(e^{x}\right)}{e^{x}}$

ب/ إستنتج أن f متناقصة تماما على مجموعة تعريفها، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج/ أنشئ (C_f)

الجزء الثاني: نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي t: $\frac{1}{1+e^{t}} = 1 - \frac{e^{t}}{1+e^{t}}$

2. باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن: $F(x) = -\ln\left(\frac{1+e^{x}}{e^{x}}\right) - f(x) + 2\ln 2$

3. إستنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=\ln 4$ ، $x=0$.

الموضوع الثاني:

التمرين الاول : (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم ، متعامد ، متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(-1;-3;3)$ ، $B(-3;-2;1)$ و $C(1;5;6)$

و المستقيمان : $(\Delta):\begin{cases} x=-1-2t \\ y=-3+t \\ z=2-t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$ و $(d):\begin{cases} x=-k \\ y=-4k+1 \\ z=-2k+4 \end{cases} \quad (k\in\mathbb{R})$

1. بين أن المستقيمين (d) و (Δ) يتقطعان في نقطة D يطلب تعيين إحداثياتهـــا .
2. تحقق أن : $B\in(\Delta)$ و $C\in(d)$، ثم بين أن المثلث BCD قائم.
3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) المعرف بالمستقيمين (d) و (Δ) .
4. تحقق أن المستوي $(Q):-4x+y-1=0$ معرف بالمستقيم (d) و النقطة A
5. ليكن α عدد حقيقي و G نقطة من الفضاء .
   أ) عين شرطا على العدد الحقيقي α بحيث تكون النقطة G مرجح للجملة المثقلة $\{(B,\alpha);(C,-2\alpha);(D,5)\}$.
   ب) أوجد إحداثيات النقطة G من أجل $\alpha=-1$.
6. عين (S) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $GM^2=36$.

التمرين الثاني : (5 نقاط)

I) 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ، $z^2+2\sqrt{3}z+4=0$

2) نضع : $z_A=2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ ، $z_C=-\sqrt{3}-i$. أكتب الأعداد z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي .

3) بين ان العدد ، $z_B{}^{2016}$ حقيقي

II) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب z_A ، z_B و z_C

1) أحسب قيسا للزاوية $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$ ثم إستنتج طبيعة المثلث OAB .

2) أثبت أن الرباعي $OABC$ معين يطلب حساب مساحته .

3) أ)حدد زاوية الدوران $\mathfrak{R}$ الذي مركزه النقطة B و يحول النقط O الى النقطة A

ب) أكتب الصيغة المركبة للتحاكي $\mathcal{H}$ الذي مركزه B ونسبته 2

4) حدد الطبيعة و العناصر المميزة لتحويل $S=\mathfrak{R}\circ\mathcal{H}$ ثم أعط الصيغة المركبة له .

5) عين طبيعة صورة المعين $OABC$ بالتحويل S . ثم أحسب مساحته .

التمرين الثالث : (4 نقاط)

(U_n) و (V_n) متتاليتان معرفتان كما يلي : $U_0=1$ و $V_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n:

$$U_{n+1}=\frac{U_n+2V_n}{3} \quad ، \quad V_{n+1}=\frac{U_n+4V_n}{5}$$

1) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $W_n=U_n-V_n$.

أ) أثبت أن المتتالية (W_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) أكتب W_n بدلالة n ، ثم عين نهايتها.

2) عبر عن : $U_{n+1}-U_n$ و $V_{n+1}-V_n$ بدلالة W_n.

- استنتج اتجاه تغير المتتالتين (U_n) و (V_n) ، ثم بين أنهما متجاورتان.

3) من اجل كل عدد طبيعي n نعتبر المتتالية (t_n) المعرفة بـ : $t_n = 3U_n + 10V_n$

أ) بين أن المتتالية (t_n) ثابتة ، ثم احسب نهايتها.

ب) عين نهاية المتتاليتين (U_n) و (V_n).

التمرين الرابع: (7 نقاط)

الجزء 01:

نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $F(x)=\alpha x+\frac{\beta}{1+e^x}$ حيث $\alpha ; \beta$ عددان حقيقيان ثابتان .

أحسب $F'(x)$ ثم عين العددين الحقيقيين $\alpha ; \beta$ حيث $F(1)=\frac{e}{1+e}$ و $F'(0)=\frac{5}{4}$

الجزء 02: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=x-\frac{1}{1+e^x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $4cm$.

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)>0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. أ) بين أن المستقيمين المعرفين بـ $(\Delta_1): y=x$ و $(\Delta_2): y=x-1$ مستقيمان مقاربان للمنحني (C_f)

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) و المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) .

4. تحقق أن $f(-x)+f(x)=-1$ ، ماذا تستنتج؟
5. ليكن (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 . اكتب معادلة لـ (T) .
6. أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث $0<\alpha<0,5$

ب) تحقق أن $1+e^{\alpha}=\frac{1}{\alpha}$.

7. أنشئ كلا من (Δ_1)، (Δ_2)، (T) و (C_f). (نقبل ان المنحنى (C_f) يقبل $\left(0 ;-\frac{1}{2}\right)$ كنقطة إنعطاف)
8. ناقش بيانيا و ذلك حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $m=\frac{1}{1+e^x}$
9. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، كما يلي: $u_n=\int_{\alpha}^{n}[x-f(x)]\,dx$.

أ) أعط تفسيرا هندسيا لـ u_n

ب) تحقق أن $x-f(x)=1-\frac{e^x}{1+e^x}$.

جـ) احسب u_n بدلالة n

د) بين أن : $\lim_{x\to+\infty} u_n=-(\alpha+\ln\alpha)$.

بالتوفيق -- بكالوريا جوان 2016

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي **امتحان البكالوريا التجريبية**

الشعبة : علوم تجريبية **دورة ماي 2016**

ثانويات : البياضة الجديدة – حميداتو أحمد – حساني عبد الكريم – داسي خليفة – دوار الماء – كركوبية خليفة – لبامة – لقرع محمد الضيف – سيدي عون – شعباني عباس – علي حنكة – العقلة – هواري بومدين.

اختبار في مادة الرياضيات **المدة : 3 ساعات و 30 دقيقة**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط : $A(0,-2,2)$ ، $B(3,1,5)$ ، $C(3,-2,-1)$ و $E(-3,4,-1)$.

1- حدد طبيعة المثلث ABC.

2- اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A و الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي له.

3- نعتبر المستوي (Q) تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=t+\alpha \\ y=2t-2 \\ z=t+\alpha+2 \end{cases} \quad t,\alpha\in\mathbb{R}$

أ) تحقق أن النقطة A تنتمي للمستوي (Q)

ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(1,0,-1)$ ناظمي للمستوي (Q).

4- عين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستويين (P) و (Q).

5- بين أن المستقيم (AE) عمودي على المستوي (ABC) .

6- أ) احسب حجم رباعي الوجوه $EABC$ ، ثم عين قيسا للزاوية BEC.

ب) احسب مساحة المثلث BEC ، ثم استنتج بعد النقطة A عن المستوي (BEC).

التمرين الثاني : (03.5 نقطة)

(U_n) متتالية معرفة بـ : $U_0=-6$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n+2n-1$

1- أ) برهن من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 3$ أن : $U_n>0$

ب) أكتب U_n بدلالة U_{n-1} ، ثم استنتج من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$ أن : $U_n>2n-3$

جـ) احسب نهاية المتتالية (U_n).

2- (V_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n=U_n-4n+10$

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية احسب أساسها و حدها الأول.

ب) أثبت من أجل كل عدد طبيعي n أن : $U_n=2^{2-n}+4n-10$

جـ) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=U_0+U_1+........+U_n$

التمرين الثالث: (05 نقط)

1- $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$

أ) احسب $P(-1)$ ، ثم عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون : $P(z)=(z+1)(z^2+az+b)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ نعتبر النقط A، B، C و G لواحقها على الترتيب

$z_A=-1$ ، $z_B=2+i\sqrt{3}$ ، $z_C=2-i\sqrt{3}$ و $z_G=3$

أ) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B-z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا.

ب)احسب الأطوال AB، AC و BC ، ثم عين طبيعة المثلث ABC.

3- أ) اكتب $\dfrac{z_A-z_C}{z_G-z_C}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج أن A صورة G بتحويل نقطي يطلب تعيينه.

ب) جد مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACG.

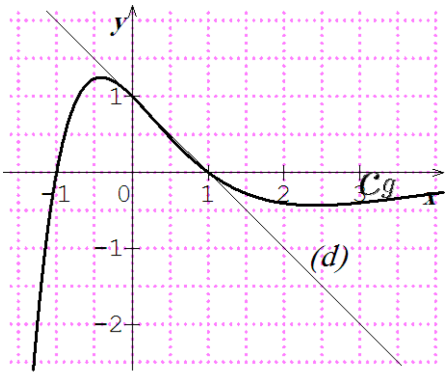
4- أ) بين أن النقطة G مرجح الجملة $\{(A,-1),(B,2),(C,2)\}$.

ب) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\left\|-\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}+2\overrightarrow{CM}\right\|=\left\|\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}\right\|$

5- أنشئ النقطة H لاحقتها $z_H=1+e^{i\frac{\pi}{6}}$ دون حساب ، ثم عين بطريقة هندسية عمدة للعدد المركب z_H .

التمرين الرابع : (06.5 نقطة)

I- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(1+ax^2)e^{bx}$ حيث a و b عددان حقيقيان ، C_g تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إل معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ و (d) مماس C_g في النقطة فاصلتها 0 ، (أنظر الشكل المقابل)



1- بقراءة بيانية احسب $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$.

2- اكتب معادلة للمماس (d).

3- باستعمال المعطيات السابقة بين أن : $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$

II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(1+x)^2e^{-x}$

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إل معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1- احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) اكتب معادلة لـ : (Δ) مماس C_f عند النقطة فاصلتها 0.

4- أ) أنشئ C_f و (Δ).

ب) عين قيم الوسيط m حتى يكون للمعادلة : $f(x)=m$ حل سالب.

5- h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(x^2)-1$

- دون كتابة عبارة الدالة h احسب $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقط)

1- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب :

$z_A=1+3i$ ، $z_B=2+4i$ ، $z_C=1+z_A$

أ) اكتب z_B-z_A على الشكل الأسي .

ب) عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

2- أ) اكتب العبارة المركبة للتحاكي T الذي مركزه G و نسبته 2-

ب) عين احداثي النقطة H سابقة النقطة C بالتحويل T ، ثم تحقق أن H منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.

3- (γ) مجموعة النقط M لاحقتها z حيث : $z=z_A+ke^{i\frac{\pi}{4}}$ و k يتغير في $\mathbb{R}_+$.

أ) عين قيسا للزاوية الموجهة $\left(\vec{u},\overrightarrow{AB}\right)$

ب) تحقق أن المجموعة (γ) هي نصف المستقيم $[AB)$.

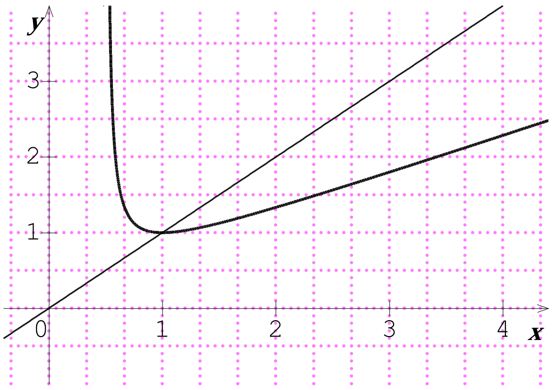
4- بين أن : $\dfrac{z_C-z}{z_B-z_A}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(e^{-i\frac{\pi}{4}}-k\right)$ ، ثم تحقق أن النقطة H تنتمي إلى (γ).

- استنتج أن المستقيمين (AB) و (CH) متعامدان.

التمرين الثاني: (04 نقط)

(U_n) متتالية معرفة بـ : $U_0=4$ ، و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\dfrac{U_n^2}{2U_n-1}$

f دالة معرفة على $\left[\frac{1}{2},+\infty\right[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2}{2x-1}$ ، C_f تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم معادلته : $y=x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (أنظر الشكل المقابل)



1- أ) أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 دون حسابها.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها.

2- برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن : $U_n\geq 1$

3- (V_n) متتالية معرفة من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ بـ : $V_n=\ln\left(1-\dfrac{1}{U_n}\right)$

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية احسب أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب V_n بدلالة n ، ثم استنتج أن : $U_n=\dfrac{1}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}}$.

جـ) تحقق من صحة تخمينك السابق ، فيما يخص اتجاه التغير و التقارب.

التمرين الثالث : (05 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر المستقيم (Δ) المار بالنقطة $A(-3,-1,-3)$

و $\vec{u}(2,-2,-1)$ شعاع توجيه له ، و المستقيم (d) تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=t+3 \\ y=2t+2 \\ z=-2t+3 \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

1- أ) تحقق أن النقطة $B(3,2,3)$ تنتمي للمستقيم (d) .

ب) بين أن المستقيمين (Δ) و (d) متعامدين ، و ليسا من نفس المستوي.

جـ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي الذي يحوي (Δ) و يوازي (d).

2- (S) سطح كرة مركزها $C(-1,0,-1)$ و نصف قطرها 6. و (P) مستو معادلته : $2x+y+2z+13=0$

أ) أثبت أن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة مركزها A ، يطلب تعيين نصف قطرها. .

ب) بين أن المستقيم (d) مماس لسطح الكرة في النقطة B .

3- أ) احسب AB ، ثم استنتج أن النقطة C تنتمي للقطعة المستقيمة $[AB]$.

ب) عين مستقيما عموديا على كل من المستقيمين (Δ) و (d).

التمرين الرابع: (07 نقط)

I - g و h دالتان معرفتان على $D=]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x+(x-2)\ln x$

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- استنتج حسب قيم x من D إشارة $g(x)$.

3- أ) تحقق من أجل كل x من D أن : $h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$

ب) أثبت من أجل كل x من D أن: $(x-1)\ln x\geq 0$ ، ثم استنتج أن : $h(x)>0$

II - f دالة معرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=1+x\ln(x)-(\ln x)^2$

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إل معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا.

2- بين من أجل كل x من D أن : $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$ ، ادرس اتجاه تغير الدالة f $]0,+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس C_f عند النقطة $A(1,1)$.

ب) بين من أجل كل x من D أن : $f(x)-x=(-1+\ln x)g(x)$

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى C_f و الماس (Δ) ، هل أن A نقطة انعطاف للمنحنى C_f ؟

4- أنشئ C_f و (Δ). (تعطى فاصلة نقطة تقاطع C_f مع حامل محور الفواصل $x_0\simeq 0.5$)

5- أ) بين أن الدالة : $x\mapsto\left(\dfrac{x^2}{2}+2x\right)\ln(x)-\dfrac{x^2}{4}-x-x\left(\ln(x)\right)^2$ دالة أصلية للدالة f على $]0,+\infty[$

ب) احسب التكامل : $\int_1^e\left(x-f(x)\right)dx$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **دورة : ماي 2016**

الشعبة:رياضيات+تقني رياضي — امتحان بكالوريا التعليم الثانوي(تجريبي)

الثانويات: لقرع محمد الضيف –كركوبية خليفة – مفدي زكريا –**لباتة**–البياضة الجديدة - سيدي عون

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة :4ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول(04 نقاط)

A_0 و B_0 نقطتان من المستوي بحيث $A_0B_0 = 8$ (الوحدة هي السنتيمتر)

ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A_0 ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$

نعرف متتالية النقط (B_n) بـ : $B_{n+1} = S(B_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n

1) أنشئ النقط : B_1 , B_2 , B_3 و B_4

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n المثلثان : $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان

3) نعرف متتالية (u_n) بـ : $u_n = B_nB_{n+1}$ من أجل كل عدد طبيعي n

أ) أثبت أن (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

ب) أوجد عبارة u_n بدلالة n و u_0

جـ) نضع : $\Sigma_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$, أوجد $\lim_{n \to +\infty} \Sigma_n$

4) أ) حل في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة : $3x - 4y = 2$

ب) ليكن (Δ) المستقيم العمودي على المستقيم (A_0B_0) في النقطة A_0 ، جد قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقطة B_n تنتمي إلى المستقيم (Δ)

التمرين الثاني:(4,5 نقاط)

1- حل في مموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلتين التاليتين :

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \quad ، \quad z^2 - 2(1+\sqrt{3})z + 5 + 2\sqrt{3} = 0$$

2- في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D سور الأعداد المركبة : $z_A = 1+2i$ ، $z_B = 1+\sqrt{3}+i$ ، $z_C = 1-2i$ ، $z_D = 1+\sqrt{3}-i$.

أ) ماهي طبيعة المثلث ABC .

ب) أكتب معادلة الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC جـ) أثبت أن النقطة D تنتمي للدائرة (γ).

3- نعتبر التحويل النقطي L المعرف بـ : $L(A) = B$ و $L(C) = D$.

- اكتب العبارة المركبة للتحويل L ، ثم حدد طبيعته و عناصره المميزة.

4- R دوران عبارته المركبة : $(z' - (1+2\sqrt{3})) = e^{i\frac{\pi}{4}}(z - (1+2\sqrt{3}))$

- حدد طبيعة التحويل $L \circ R$ ، و عناصره المميزة.

التمرين الثالث:(4نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

لتكن $\left(S\right)$مجموعة النقط $M\left(x,y,z\right)$من الفضاء والتي تحقق:

$$x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-19=0$$

1) تحقق أن $\left(S\right)$سطح كرة , يطلب تحديد مركزها μونصف قطرها R

2) أ) تحقق أن النقطة $B\left(1,2,2\right)$تنتمي إلى $\left(S\right)$

ب) ليكن $\left(P\right)$المستوي المماس لسطح الكرة $\left(S\right)$ في النقطة B ,حدد معادلة ديكارتية لـ $\left(P\right)$

3) ليكن $\left(Q\right)$المستوي ذو المعادلة : $2x-2y+z+4=0$, أحسب المسافة بين μ و $\left(Q\right)$ ثم أستنتج أن $\left(S\right)$ و $\left(Q\right)$ يتقاطعان وفق دائرة$\left(C\right)$ يطلب تحديد مركزها I ونصف قطرها r

التمرين الرابع: (07,5 نقاط)

I: نعتبر المعادلة التفاضلية: $y'+y=e^{-x}$ ... (E)

1.بين أن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $u(x)=xe^{-x}$ حل للمعادلة (E)

2.حل المعادلة التفاضلية $y'+y=0$ ... (E_0)

3.بين أن الدالة v المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ تكون حلا للمعادلة (E_0) إذا وفقط إذا كانت $v+u$ حلا للمعادلة (E).

- استنتج جميع حلول المعادلة(E).

4.عين الدالة f_2 حل المعادلة (E) التي تأخذ القيمة 2 من أجل 0.

II : k عدد حقيقي معطى، نرمز بـ f_k للدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_k(x)=(x+k)e^{-x}$

نرمز بـ $\mathscr{C}_k$ إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عين نهايات f_k عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2.احسب f'_k من أجل كل عدد حقيقي xثم شكل جدول تغيرات الدالة f_k

III:نعتبر متتالية التكاملات (I_n) المعرفة بـ $I_0=\int_{-2}^{0}e^{-x}\,dx$ ومن أجل كل عدد طبيعي$n\geq1$ ،

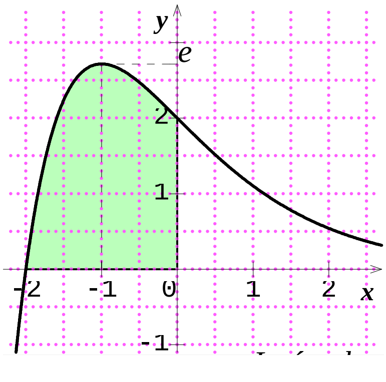
$$I_n=\int_{-2}^{0}x^ne^{-x}\,dx$$

1.أ- احسب القيمة المضبوطة لـI_0.

ب- باستعمل المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_{n+1}=(-2)^{n+1}e^2+(n+1)I_n$

جـ- استنتج القيم المضبوطة لـI_1 و I_2.

2. التمثيل البياني الموالي $\mathscr{C}_k$ هو لدالة f_k المعرفة في الجزء II.



أ- باستعمال المعلومات المتوفرة في الشكل ،عين قيمة k المرفقة بالمنحني $\mathscr{C}_k$.

ب- لتكن S مساحة الجزء المظلل(مقدرة بوحدة المساحات).

عبر عن S بدلالة I_0 وI_1 ثم استنتج القيمة المضبوطة للمساحة S.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ ولتكن النقطة $A\left(-1,2,3\right)$ و المستقيم $\left(D\right)$

الممثل وسيطيا بالجملة: $\begin{cases} x = 9+4t \\ y = 6+t \quad ,t\in\mathbb{R} \\ z = 2+2t \end{cases}$

1) أ) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي $\left(P\right)$ العمودي على المستقيم $\left(D\right)$ ويشمل النقطة A

ب) تحقق أن النقطة $B\left(-3,3,-4\right)$ تنتمي للمستقيم $\left(D\right)$

ج) أحسب المسافة d_B بين النقطة B والمستوي $\left(P\right)$

د) أحسب المسافة d بين النقطة A و المستقيم $\left(D\right)$ وذلك بدلالة d_B والمسافة AB , ثم أستنتج القيمة المضبوطة للمسافة d .

2) لتكن M نقطة كيفية من المستقيم $\left(D\right)$, ولتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f\left(t\right)=AM^2$

حدد اتجاه تغير الدالة f ثم أستنتج قيمة d .

التمرين الثاني:(05نقط)

(U_n) متتالية معرفة بـــ: $U_0=0$ ، $U_1=1$ ،و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+2}=5U_{n+1}-4U_n$.

1- احسب U_2 و U_3.

2- برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن: $U_{n+1}=4U_n+1$

- تحقق أن : U_n عدد طبيعي ، ثم استنتج أن : U_n و U_{n+1} أوليان فيما بينهما.

3- (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=U_n+\dfrac{1}{3}$.

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية ، عين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب V_n ثم U_n بدلالة n.

4- أ) احسب $PGCD\left((4^6-1),(4^5-1)\right)$ ،

ب) عين من أجل كل عدد طبيعي n: $PGCD\left((4^{n+1}-1),(4^n-1)\right)$

5- أ) ادرس حسب قيم العد. الطبيعي n بواقي قسمة 4^n على 7.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=V_0+V_1+.......+V_{3n}$.

جــ) عين قيم العدد الطبيعي n حيث العدد $9S_n+8n$ يقبل القسمة على 7.

التمرين الثالث:(04,5 نقطة)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقطتين: A و B حيث :

$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$

1- اكتب العددين z_A ، z_B على الشكل الأسي ، ثم أنشئ النقطتين A و B.

2- r دوران مركزه O ، و زاويته $\frac{\pi}{3}$

- عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران r.
- اكتب $z_{A'}$ على الشكل الجبري ، ثم أنشئ النقطة A'.

3- h تحاك مركزه O ، و نسبته $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

- اكتب على الشكل المثلثي $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة B بالتحاكي h ، ثم أنشئ النقطة B'.

4- ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث $OA'B'$ ، و R نصف قطرها ، و z_ω لاحقة النقطة ω.

أ) باستعمال الخاصة : $z\bar{z}=|z|^2$ تحقق من صحة العبارات التالية : $z_\omega\overline{z_\omega}=R^2$

$\left(z_\omega+\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i\right)\left(\overline{z_\omega}+\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i\right)=R^2$ ، $\left(z_\omega-2i\right)\left(\overline{z_\omega}+2i\right)=R^2$

ب) استنتج أن : $z_\omega-\overline{z_\omega}=2i$ و $z_\omega+\overline{z_\omega}=\frac{-4\sqrt{3}}{3}$ ، ثم استنتج z_ω لاحقة النقطة ω و قيمة R.

التمرين الرابع:(06,5 نقطة)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln(x+1)+|x|}{x+1}$ وليكن (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول 2cm)

1) أحسب: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا

2) أ) ــ أحسب $f'(x)$ من أجل $x\in]-1,0[$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1,0[$

ــ أحسب $f'(x)$ من أجل $x\in]0,+\infty[$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0,+\infty[$

ب) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\frac{f(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)}{x}$, هل f قابلة للاشتقاق عند 0؟

ــــ أكتب معلتي المماسين لــ (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

3) شكل جدول تغيرات f

4) عين معادلة للمستقيم (Δ) مماس (c_f) في النقطة ذات الفاصلة : $x_0=\frac{1}{e}-1$

5) أحسب $f(e-1)$ ثم أنشئ (Δ) و (c_f)

6) أوجد أصلية للدالة f على المجال $[0,+\infty[$, ثم أستنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (c_f) ومحور الفواصل والمستقيمين ذا المعادلتين : $x=0$ و $x=e^2-1$

الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية	مدرية التربية لولاية برج بوعريريج
امتحان البكالوريا التجريبي في التعليم الثانوي	ثانوية عبد المجيد بورزق
دورة : مـــــاي 2016	الشعبة : علوم تجريبية
اختبار في مادة الرياضيات	المدة : 3 ساعات

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الاول : (3.5 ن)

الفضاء مزود بمعلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

لتكن النقط $A(1;-1;1)$ ؛ $B(1;-3;0)$ و $C(0;1;3)$ والمستوي (P) ذو المعادلة الديكارتية : $2x+2y-z-4=0$

1 ـ أ. بين ان النقط A ؛ B و C تعين مستويا (ABC).

ب . تحقق ان الشعاع $\vec{n}(2;-1;2)$ ناظمي على المستوي (ABC) ثم لكتب معادلة ديكارتية له.

2 ـ بين ان المستويين (P) و (ABC) متعامدين .

3 ـ أ ـ احسب المسافة بين النقطة $D(1;2;-1)$ وكل من المستويين (P) و (ABC).

ب . استنتج المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (ABC).

4 ـ عين تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) .ثم عين احداثيات النقطة M من (Δ) حتى تكون المسافة DM اصغر ما يمكن .

التمرين الثاني : (4.5 ن)

I / نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=0\cdots\cdots(\bullet)$

1 ـ تحقق ان العدد المركب $z_1=i$ حل للمعادلة $(\bullet)$.

2 ـ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث :

من اجل كل عدد مركب z : $z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=(z-i)(z^2+az+b)$.

3 ـ استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة $(\bullet)$. نرمز للحلين الآخرين بـ z_2 الحل الذي جزؤه التخيلي موجب و z_3 الحل الآخر

4 ـ اكتب العدد المركب z_2-i على الشكل الاسي .ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى $\left(z_2-i\right)^n$ تخيليا صرفا .

II / المستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. النقط A ؛ B و C لاحقاتها على الترتيب i ؛ $2+3i$ و $2-3i$

1 ـ عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث : $Arg(z-i)=\dfrac{\pi}{3}+2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$

2 ـ عين لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه B وزاويته $\dfrac{\pi}{4}$.

3 ـ بين ان النقط A' ؛ B و C في استقامية وعين العبارة المركبة للتحاكي الذي مركزه B ويحول C الى A'

التمرين الثالث : (4 ن)

(u_n) متتالية موجبة معرفة على $\mathbb{N}$ بالشكل : $u_0=2$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{3u_n-1}{2u_n}$

1 ـ أ . بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2u_n}$

2 ـ أ . بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq 1$

ب . بين ان المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$

جـ . استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة وأحسب نهايتها .

3 ـ نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \dfrac{2(u_n - 1)}{2u_n - 1}$

أ . بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الاول v_0 واساسها q.

ب . اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

جـ . تحقق من نتيجة السؤال (1 ـ جـ) .

د ـ احسب المجموع S : $S = u_0(v_0 - 1) + u_1(v_1 - 1) + \cdots\cdots\cdots + u_n(v_n - 1)$

التمرين الرابع : (8 ن)

I / g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالشكل : $g(x) = x^2 - 2x + \ln|x - 1|$

1 ـ ادرس تغيرات الدالة g واحسب $g(0)$ و $g(2)$

2 ـ استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II / f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالشكل :

$f(x) = x - 2 - \dfrac{\ln|x - 1|}{x - 1}$. و (C) تمثيلها البياني في مستو مزود بمعتم متعامد متجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1 ـ بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فان : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x - 1)^2}$ ثم ادرس تغيرات الدالة f.

2 ـ بين ان المنحني (C) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما مائل (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما .

3 ـ ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4 ـ بين ان المنحني (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما .

5 ـ بين ان النقطة $w(1;-1)$ مركز تناظر للمنحني (C) .

6 ـ بين ان المنحني (C) يقبل نقطتي انعطاف يصلب تعيينهما .

7 ـ انشئ كل من المماسين (T) و (T') و المنحني (C).

8 ـ ناقش بيانيا حسب فيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$.

9 ـ λ عدد حقيقي سالب غير معدوم . احسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = \lambda$ ؛ $x = 0$ و $y = x - 2$. ثم عين قيمة λ حتى يكون $A(\lambda) = 2$.

10 ـ h دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $h(x) = x - \dfrac{\ln|x|}{x}$. و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

بين ان (C_h) هو صورة (C) بانسحاب يطلب تعيينه.

<u>الموضوع الثاني</u>

التمرين الاول : (4 ن)

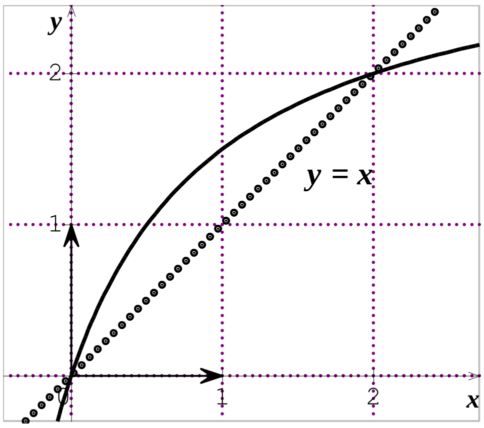
الفضاء منسوب الى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. النقط $A(-2,0,1)$ ، $B(1,2,-1)$ و $C(-2,2,2)$
و المستوي (P') ذو المعادلة الديكارتية $4y+2z-7=0$.

1. أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج القيمة المدورة الى الوحدة بالدرجات للزاوية $B\hat{A}C$.
2. استنتج أن النقط A ، B و C ليست في استقامية وان $2x-y+2z+2=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
3. أ. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) المستوي المحوري للقطعة $[AB]$
ب . بين أن المستويين (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له .
4. أ . بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) في نقطة ω يطلب تعيين احداثياها .
ب. استنتج أن ω هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC
5. نعتبر النقطة G_α مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A,\alpha^2-1);(B,\alpha^2+2);(C,-2\alpha^2)\right\}$ حيث α وسيط حقيقي .
عين بدلالة α احداثيات G_α واستنتج مجموعة النقط G_α عندما تتغير α في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني : (5.5 ن) (الجزءان I و II مستقلان عن بعضهما)

I / نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $U_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\dfrac{3U_n}{U_n+1}$.

f دالة عددية معرفة على $]-1,+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{3x}{x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$
كما هو موضح في الشكل المقابل .



1ـ أـ مثل على الشكل المقابل و على محور الفواصل U_0 , U_1 ’ U_2 ’ U_3 مبرزا خطوط الرسم .
بـ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها .

2ـ أـ برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 \prec U_n \prec 2$.
بـ أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما ؟ وبين أنها متقاربة واحسب نهايتها ؟

3ـ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=1-\dfrac{2}{U_n}$
أـ أثبت أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
بـ أكتب عبارة U_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.
جـ أحسب بدلالة n المجموع $S=V_0+V_2+V_4+...+V_{2n}$.

II / نرمي قطعة نقدية متوازنة ثلاث مرات متعاقبة
نقترح اللعبة التالية يربح اللاعب ثلاثة دنانير اذا ظهر الوجه و يخسر دينارا واحدا اذا ظهر الظهر .
أ – عين مجموعة الامكانيات لهذه التجربة العشوائية .
بـ عين قيم المتغير العشوائي X وعين قانون الاحتمال لهذا المتغير العشوائي .
ج ـ احسب احتمال ان يربح اللاعب 5 دنانير

التمرين الثالث : (3.5 ن)

المستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$. النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب : $Z_A=-1$ ، $Z_B=1+2i$ و $Z_C=1-2i$

1 . علم النقط A ، B و C .

2. عين طويلة و عمدة العدد المركب $\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC .

3. S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $Z' = e^{-i\frac{\pi}{2}}Z - 1 - i$
عين طبيعة التحويل S و عناصره المميزة ثم بين أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتحويل S .

4. لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث M تختلف عن B وتختلف عن C بحيث يكون $\frac{Z_C - Z}{Z_B - Z}$ تخيليا صرفا .

أ. بين أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (Γ) .

ب. فسر هندسيا عمدة العدد المركب $\frac{Z_C - Z}{Z_B - Z}$ ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) و عناصرها المميزة .

التمرين الرابع: (7 ن)

I / g هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
2. استنتج حسب قيم x من $\mathbb{R}$ فان : $g(x) \succ 0$.

II / f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$
و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O ; \vec{i} , \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

1. أحسب نهايتي f عند اطراف مجال التعريف.
2. أ- بين أنه من أجل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$.
   ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
3. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$.
   ب- أدرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) والمنحني (C_f) .
4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
5. بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{1}{2}$.
6. أنشئ المنحني (C_f) والمستقيمان (Δ) و (T) .
7. h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = (2|x| - 1)e^{2|x|} + |x| + 1$ و (C_h) تمثيلها البياني .
   بين أن h زوجية واشرح كيف يتم انشاء المنحني (C_h) اعتمادا على (C_f) ثم أنشئه في نفس المعلم .
8. باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}dx = 1 - \frac{e}{2}$.
9. احسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية الشلف

ثانوية بلحاج قاسم نورالدين — السنة الدراسية : 2015 – 2016

البكالوريا التجريبي دورة ماي 2016 — الشعبة : تسيير و اقتصاد

إختبار في مادة الرياضيات — مدة الانجاز : 3 سا و30 د

☜ على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الأول :(04 نقاط)

إختيار من متعدد : إختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المقترحة مع التبرير .

1) مجموعة تعريف الدالة f المعرفة بـ : $f(x)=ln(2-3x)$ هي :

أ) $D_f=\left]-\infty;\frac{2}{3}\right[$ ب) $D_f=\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ ج) $D_f=\left]\frac{2}{3};+\infty\right[$

2) قيمة العدد $ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+ln3+\frac{1}{2}ln2$ تساوي :

أ) $ln3+ln2$ ب) $ln3$ ج) 0

3) مشتقة الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-x^2\,ln\,x$ هي :

أ) $g'(x)=1-2x\,ln\,x-x$ ب) $g'(x)=1-2x\,ln\,x$ ج) $g'(x)=1-2x\,ln\,x+x$

4) الدالة الأصلية للدالة h حيث : $h(x)=\frac{ln\,x}{x}+1$ على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم من أجل القيمة 1 هي الدالة H المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

أ) $H(x)=\frac{1}{2}(ln\,x)^2+x-1$ ب) $H(x)=\frac{1}{2}(ln\,x)^2+x+1$ ج) $H(x)=\frac{1}{2}(ln\,x)^2-x+1$

التمرين الثاني :(04 نقاط)

I. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+1$

1) أحسب u_1,u_2,u_3.

2) بين أنَ المتتالية (u_n) ليست حسابية و ليست هندسية .

3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<2$.

II. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=2-u_n$

1) بين أنَ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2) أحسب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2-\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

4) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$ ثَم أحسب $\lim_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الثالث : (05 نقاط)

الجدول التالي يعطي عدد المنخرطين في احدى النوادي الرياضية من سنة 2008 حتى سنة 2013 .

السنة	2008	2009	2010	2011	2012	2013
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد المنخرطين y_i	70	90	115	140	170	220

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ المرفقة بهذه السلسلة .

2) عين إحداثيي النقط المتوسطة : G_1 من سنة 2008 الى سنة 2010 ، G_2 من سنة 2011 الى سنة 2013 و النقطة G لسحابة النقط .

3) باستعمال مستقيم مايير:

- بين أنَ معادلة المستقيم (d) المار بالنقطتين G_1 و G_2 هي $y = 28.3x + 35.1$.

4) بين أنَ معادلة مستقيم الانحدار (Δ) بالمربعات الدنيا هي : $y = 29x + 32.7$.

5) نضع : $z = ln\, y$ أنقل واكمل الجدول التالي :

x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = ln\, y_i$						

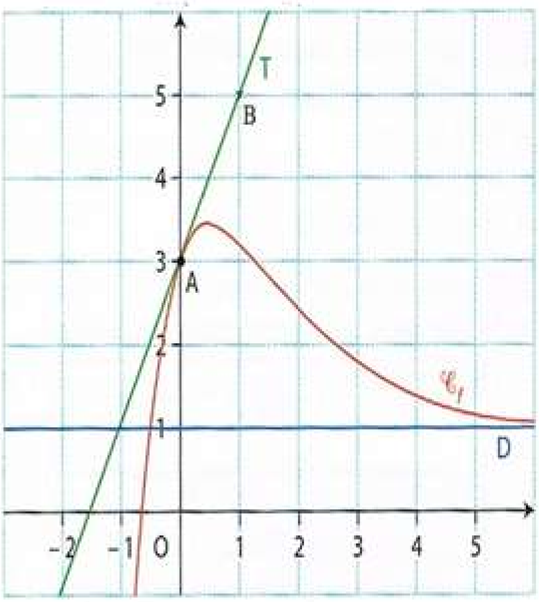
أ) عين معادلة مستقيم الانحدار (Δ') بالمربعات الدنيا من الشكل $z = ax + b$.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي c بحيث يكون : $y = ce^{ax}$

6) عين عدد المنخرطين في النادي سنة 2017 . بالتعديلات الثلاث .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر المنحني (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$. وليكن (T) المماس للمنحني (C_f) في النقطة $A(0;3)$ والمار من النقطة $B(1;5)$.



1) عين بيانيا : $f(0), f'(0)$.

2) عين معادلة ديكارتية للمماس (T).

3) نفرض أنَ : $f(x) = 1 + \frac{ax+b}{e^x}$ حيث a,b عددان حقيقيان.

أ) أحسب عبارة $f'(x)$ بدلالة كلا a,b .

ب) باستعمال المعطيات السابقة عين كلا من a,b

II. نعطي : $f(x) = 1 + \frac{4x+2}{e^x}$

1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

III. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$g(x) = (4x+2)e^{-x}$

1) عين العددين الحقيقيين β,α بحيث تكون الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $G(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

2) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (D) ذي المعادلة $y = 1$ والمستقيمين $x = 2, x = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (03 نقاط)

في كل حالة من الحالات التالية توجد ثلاث اقتراحات من بينها واحد فقط صحيح ، حدّد الاقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير .

1) مجموعة حلول المعادلة $e^{x}+e^{-x}-2=0$ في المجموعة $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S=\{1,-2\}$ ب) $S=\{-1,2\}$ ج) $S=\{0\}$

2) مجموعة حلول المتراجحة $e^{-2016x}+1437<0$ في المجموعة $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S=[0;+\infty[$ ب) $S=\phi$ ج) $S=]-\infty,0]$

3) لتكن h دالة معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}$ ، الدالة الأصلية H للدالة h على $\mathbb{R}$ و التي تنعدم من أجل القيمة $x=0$ معرفة كما يلي :

أ) $H(x)=\ln\left(\dfrac{e^{x}+1}{2}\right)$ ب) $H(x)=\ln\left(\dfrac{e^{x}-1}{2}\right)$ ج) $H(x)=\ln\left(2e^{x}+2\right)$

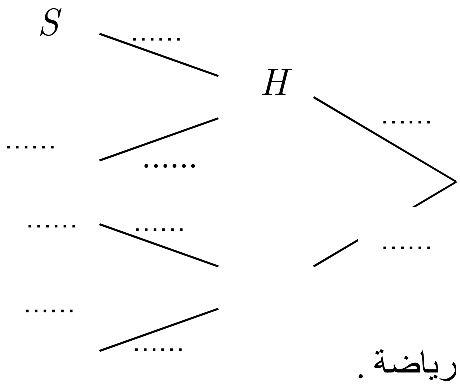
التمرين الثاني: (05 نقاط)

الجدول التالي يعطي توزيع 100 منخرط في احدى النوادي السياحية .

	رجال	نساء
يمارس رياضة	48	12
لا يمارس رياضة	16	24

لتكن H حادثة " السائح المختار رجل " و F حادثة " السائح المختار امرأة " و S حادثة " المنخرط يمارس رياضة ". نختار عشوائيا منخرطا .

1) أكمل شجرة الاحتمالات التالية :



2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

أ) السائح المختار رجل .

ب) السائح المختار امرأة تمارس رياضة .

ج) سائح لا يمارس أية رياضة .

د) السائح المختار يمارس رياضة علما أنه رجل .

التمرين الثالث :(04 نقاط)

الجزء الاول :

لتكن المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة بـالعبارة : $u_n=100\times(1.08)^{n-1}$ من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم .

والمتتالية العددية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة بـ : $v_1=1$ و $v_{n+1}=1.08v_n+8$ من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم .

1) بين أنَ المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الاول u_1.

2) نضع : $w_n=v_n+100$ من أجل كل طبيعي n غير معدوم .

أ) بين أنَ المتتالية $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول .

ب) أحسب عبارة w_n بدلالة n ثم استنتج أنَ $v_n=101\times(1.08)^{n-1}-100$ من أجل $n\in\mathbb{N}^*$.

الجزء الثاني :

اقترح خبير على صاحب مصنع نوعين من آلات الانتاج .

- النوع الأول تنتج الآلة u_n طن من منتوج معين إذا اشتغلت n ساعة .
- النوع الثاني تنتج الآلة v_n طن من نفس المنتوج إذا اشتغلت n ساعة .

علما أنَ صاحب المصنع يريد تشغيل إحدى الآلتين 100 ساعة في الاسبوع .

حدد مع التبرير ، أي نوع من الآلات سيكون أكثر انتاجية خلال أسبوع؟

التمرين الرابع : (08 نقاط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=2-\frac{1}{x}-\frac{\ln(x)}{x}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا .

ب)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{\ln(x)}{x^2}$.

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

2) أ) حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=2$ ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=2$.

ب)أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ).

ج)أرسم (Δ) و (C_f) .

3) لتكن الدالة العددية H المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $H(x)=\ln(x)+\frac{1}{2}(\ln(x))^2$.

أ) بين ان H هي دالة أصلية للدالة h حيث : $h(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln(x)}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب)أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها ، $y=2, x=\frac{1}{e}$ و $x=e$.

✌مع تمنياتي لكم ☹بالنجاح في البكالوريا 2016 ☺ أستاذ المادة ❀ ❀

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الشلف

إمتحان البكالوريا التجريبي — **ثانوية بلحاج قاسم نورالدين**

الشعبة : رياضيات — **دورة : ماي 2016**

إختبار في مادة : **الرياضيات** — المدة : **04 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط)

1. تحقق أن $5^6 \equiv 1[7]$ و إستنتج أن $5^{2016} \equiv 1[7]$

2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = 1+5+5^2+5^3+..........+5^n$

أ) بين أنه من أجل n من $\mathbb{N}$ فإن $4S_n = 5^{n+1} - 1$ و إستنتج أن S_n و 5^n أوليان فيما بينهما ,

ب) ليكن العدد الصحيح a . بين أن $4S_n \equiv a[7]$ إذا و فقط إذا كان $S_n \equiv 2a[7]$.

ت) بين أن $4S_{2015} \equiv 0[7]$ و إستنتج باقي قسمة S_{2015} على 7

ث) عين أصغر عدد طبيعي غير معدوم n بحيث يكون 7 قاسم لـ S_n

3. ليكن n عدد طبيعي غير معدوم . نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $5^n x + S_n y = 1$ .... (E)

تحقق أن (5 ، 4 -) حل للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ و α عدد حقيقي من المجال $]0,\pi[$

لتكن (S_α) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ حيث : $OM^2 - 2\cos(\alpha)\left[\overrightarrow{OM}.(\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})\right] + 3 - 4\sin^2(\alpha) = 0$

1. أ) أعط معادلة ديكارتية لــ (S_α)

ب) بين أن (S_α) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها I_α و نصف قطرها R_α .

ت) إستنتج مجموعة النقط I_α عندما يمسح α المجال $]0,\pi[$.

2. أ) عين سطوح الكرات (S_α) التي تمر بالمبدأ O .

ب) بين أن O منتصف القطعة $\left[I_{\pi-\alpha}I_\alpha\right]$.

ت) إستنتج أن (S_α) و $(S_{\pi-\alpha})$ متناظران بالنسبة إلى O .

3. ليكن المستوي (P) ذو المعادلة : $x+y+z=0$

أ) عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة I_α على (P) .

ب) أدرس تقاطع (P) و (S_α) .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقطة A ذات اللاحقة 2 و (C) الدائرة ذات المركز O و تشمل A .

1. نضع $\alpha=1+i\sqrt{3}$

أ) بين أن $\alpha^2-4\alpha=2\overline{\alpha}-8$

ب) بين أن النقطتين B و C لاحقتاهما على الترتيب α و $\overline{\alpha}$ تنتميان إلى الدائرة (C) .

ت) أنشئ (C) و النقط A ، B و C .

2. لتكن D نقطة من الدائرة (C) لاحقتها $2e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]-\pi\ ,\ \pi[$ و E صورة D بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$.

- برر أن لاحقة النقطة E هي $z_E=\alpha e^{i\theta}$ و علم في نفس الشكل النقطتين D و E .

3. لتكن النقطتان F و G منتصفا القطعتين $[BD]$ و $[CE]$ على الترتيب .

أ) برر أن لاحقة F و G هما $z_F=\frac{\alpha}{2}+e^{i\theta}$ و $z_G=\frac{\alpha e^{i\theta}+\overline{\alpha}}{2}$ على الترتيب .

ب) بين أن $\frac{z_G-2}{z_F-2}=\frac{\alpha}{2}$ (يمكن إستعمال السؤال 1) أ)) و إستنتج طبيعة المثلث AFG .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

لنعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ كالتالي : $f(x)=-\frac{1}{2}x+\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$

و ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أ) أحسب النهايات عند حدود مجالات التعريف.

ت) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن: $f'(x)=\frac{-x^2+x+2}{2x(x-1)}$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

ث) شكل جدول تغيرات الدالة f .

2. اثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلته $y=-\frac{1}{2}x$ هو مقارب مائل للمنحني (C_f).

3. أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة لـ : (Δ) .

4. أثبت أن النقطة $\omega\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f) .

5. أثبت أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 حيث : $\frac{2}{5}<x_0<\frac{9}{20}$

6. أرسم (C_f).

7. لنعتبر الدالة g المعرفة كما يلي : $g(x)=-\frac{1}{2}|x|+\ln\left|\frac{|x|-1}{|x|}\right|$

أ) عين مجموعة تعريف الدالة g.

ب) ادرس شفعية الدالة g .

ت) بين كيف يمكن رسم المنحني (C_g) للدالة g انطلاقا من (C_f). (رسم (C_g) غير مطلوب) .

8. أ) بإستعمال التكامل بالتجزئة أحسب كلا من $\int_2^3\ln(x)dx$ و $\int_2^3\ln(x-1)dx$.

ت) إستنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمات التي معادلاتها $x=2$ و $x=3$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر المعادلة : $21x-17y=8$.........$(*)$ حيث x و y عددين طبيعيين .

1. أ- عين الثنائية (x_0,y_0) حل للمعادلة $(*)$.
ب - حل في $\mathbb{N}^2$ المعادلة $(*)$.

2. أ - ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 9^n على 13 ,
ب – بين أنه إذا كان (α,β) حل للمعادلة $(*)$ فان : $3^{34\beta+20}-9^{21\alpha}-2\equiv 0[13]$.

3. أ- بين أنه إذا كان (x,y) حلا للمعادلة $(*)$ و x مضاعف لـ 4 فان $y\equiv 0[4]$.
ب – عين الثنائيات (x,y) حلول المعادلة $(*)$ التي يكون من أجلها : $PGCD(x,y)=4$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية إختر الإقتراح الصحيح مع التعليل

1. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$.
نعتبر النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب 1 و i . مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z-i}{z-1}$ حقيقي هي : أ . المستقيم (AB) بإستثناء A ، ب . القطعة المستقيمة $[AB]$ بإستثناء A
جـ . الدائرة التي قطرها $[AB]$ بإستثناء A .

2. إذا كانت طويلة عدد مركب z هي 3 فإن مرافق z هو :
أ . $\frac{3}{z}$ ، ب . $\frac{\sqrt{3}}{z}$ ، جـ . $\frac{9}{z}$

3. ليكن z عدد مركب $|z+i|$ هي :
أ . $|z|+1$ ، ب . $\sqrt{z^2+1}$ ، جـ . $|iz-1|$

4. ليكن z عدد مركب غير معدوم حيث θ عمدة له .عمدة العدد المركب $\frac{-1+i\sqrt{3}}{\overline{z}}$ هي :
أ . $-\frac{\pi}{3}+\theta$ ، ب . $\frac{2\pi}{3}+\theta$ ، جـ . $\frac{2\pi}{3}-\theta$

5. لتكن النقطة Ω ذات اللاحقة $1-i$.
مجموعة النقط M ذات اللاحقة $z=x+iy$ و تحقق $|z-1+i|=|3-4i|$ لها معادلة من الشكل :
أ . $y=-x+1$ ، ب . $(x-1)^2+y^2=\sqrt{5}$ ، جـ . $z=1-i+5e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

1. نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $U_0=\frac{3}{2}$ و $U_{n+1}=\frac{4U_n}{U_n+3}$.
أ- بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان : $U_n\succ 1$.
ب- ادرس رتابة المتتالية (U_n) ، ماذا تستنتج ؟

2. لتكن المتتالية $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بـ : $V_n=\dfrac{U_n}{U_n-1}$

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية ، عين أساسها و حدها الأول .

ب) عبر عن V_n بدلالة n ، ثم استنتج أن : $U_n=\dfrac{3}{3-\left(\frac{3}{4}\right)^n}$ و أحسب نهاية (U_n) .

3. لتكن المتتالية $(W_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ حيث : $W_n=\dfrac{V_n}{n^2}$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $W_n=3e^{n\ln\left(\frac{4}{3}\right)-2\ln(n)}$.

ب) أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty}W_n$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I . نعتبر الدالة f_k المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f_k(x)=\dfrac{k}{e^{kx}+1}$. (k عدد حقيقي غير معدوم)

نرمز بـ (C_k) للمنحنى الممثل للدالة f_k في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=4cm$ **و** $\|\vec{j}\|=2cm$.

1. احسب نهايات الدالة f_k عند $-\infty$ و عند $+\infty$ حسب قيم k ثم فسر النتيجة هندسيا .

2. ليكن (D_k) المستقيم المقارب للمنحني (C_k) و الذي معادلته $y=k$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f_k(x)=k-\dfrac{k\,e^{kx}}{e^{kx}+1}$

ب) أدرس حسب قيم k الوضع النسبي للمنحني (C_k) و (D_k)

3. أدرس حسب قيم k تجاه تغير الدالة f_k ثم شكل جدول تغيراتها .

4. أكتب معادلة لمماس (Δ_k) للمنحني (C_k) في النقطة ذات الفاصلة O .

II .

1. أثبت أن : $f_3(x)-f_{-3}(x)=3$ مستنتجا طبيعة التحويل الذي يحول المنحني (C_3) إلى المنحني (C_{-3})

2. أنشئ (Δ_3) و (C_3) ثم إستنتج إنشاء (Δ_{-3}) و (C_{-3})

3. α عدد حقيقي موجب تماما .

$A(\alpha)$ هي المساحة بالسنتيمتر مربع للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_3) و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=0$ و $x=\alpha$.

أ) أثبت أن : $A(\alpha)=3\alpha-\ln(e^{3\alpha}+1)+\ln(2)$

ب) أحسب نهاية $A(\alpha)$ لما α يؤول إلى $+\infty$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **مديرية التربية لولاية الشلف** **ثانوية بلحاج قاسم نورالدين**

بكالوريا تجريبي **دورة ماي 2016**

الشعبة : تقني رياضي **المدة : 4 ساعات ونصف**

اختبار في مادة الرياضيات

☜ **على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين**

الموضوع الاول:

التمرين الاول : (04ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $\left(\vec{o},\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقطة $C(3,2,4),\ B(-3,-1,7),\ A(2,1,3)$

1. بين أن النقط C,B,A ليست على استقامة

2. ليكن (d) مستقيما تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-3t \\ z=4+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

ا) أثبت أن (d) عمودي على المستوى (ABC).

ب) عين المعادلة الديكارتية للمستوى (ABC).

3. عين معادلة سطح الكرة (S) مركزه $\omega(2,-1,4)$ و نصف قطره 3 .

4. احسب المسافة بين المستوى (ABC) و النقطة ω ثم استنتج وضعية (S) بالنسبة للمستوى (ABC) .

5. عين إحداثي النقطة H المشتركة بين المستقيم (d) و المستوى (ABC).

6. اثبت أن H هي مرجح للجملة $\{(A,-2),(B,-1),(C,2)\}$.

7. عين مجموعة النقطة M من الفضاء حيث : $\left(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right)\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)=0$.

التمرين الثاني : (04ن)

1. نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $11x-5y=2$

ا) اثبت انه اذا كانت الثنائية (x,y) من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فان : $x\equiv 2[5]$.

ب) استنتج حلول المعادلة (E).

2. ليكن n عددا طبيعيا نضع : $a=5n+2$ و $b=11n+4$.

ا) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الاكبر للعددين a و b .

ب) عين قيم n بحيث يكون $p\gcd(a,b)=2$.

3.ا) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 7.

ب) عين الثنائات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^2$ التي هي حلول للمعادلة (E) وتحقق : $2^{y-2x}\equiv 4[7]$.

التمرين الثالث : (04ن)

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث: $z^2+z+1=0$.

2.في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النقطتين A ، B و M التي لواحقها على الترتيب : $z_A=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و z (يرمز $\overline{z_A}$ الى مرافق z_A).

اكتب z_A و z_B على الشكل الاسي.

3.ا) نعتبر التحويل النقطي r الذي يرفق بكل نقطة Mذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z'
حيث : $z' = z_A z + z_B \sqrt{3}$.
عين طبيعة r وعناصره المميزة.
ب) التحاكي h الذي يرفق بكل نقطة Mذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = -2z + 3i$
عين نسبته ومركز التحاكي h .
ج) نضع : $S = h \circ r$ ($\circ$ يرمز الى تركيب التحويلين r و h).عين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة
(النسبة والزاوية والمركز) ،ثم تحقق ان العبارة المركبة هي : $z' = 2e^{i\frac{\pi}{3}}(z - i) + i$.
4 .ا) حدد الطبيعة والعناصر المميزة لـ (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث : $z = 2e^{i\theta} + i$ مع $\theta \in \mathbb{R}$
ب) عين (E') صورة (E) بالتحويل S.

التمرين الرابع : (08ن)

الجزء الاول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ و (C_f) المنحني الممثل
للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$..(وحدة الطول $2cm$).
1 .ا) احسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ وفسر النتيجتين هندسيا.
ب) احسب $f'(x)$ وادرس اشارته ثم شكل جدول تغيرات f .
2.ا) x عددحقيقي كيفي من $\mathbb{R}$ ،احسب $f(x) + f(-x)$ ،ثم فسر النتيجة هندسيا .
ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

الجزء الثاني: لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x) = f(x) - x$

1. احسب نهاية g عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x) = \frac{-(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$

ب)ادرس اشارة $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات g .

3 . ا) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2,7 \prec \alpha \prec 2,8$.
ب)استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
4. ا)عين احداثيي نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.
ب) انشئ (C_f) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$.

الجزء الثالث :

(u_n) ɫö!Ǥƙƙǆ ɫƼƨżǆ Ĭ͡Ƶ $\mathbb{N}$ ùŀ: $u_0 = 1$ Ă ǇǅǆŋýƉ ‡ý Ƶþþ ʊŀŏżŎ n Ü $u_{n+1} = f(u_n)$.
باستعمال (C_f) والمستقيم (Δ) ǆǅý !þơĂþ على حامل محور الفواصل u_0،u_1،u_2
(دون حسابها و موضحا خطوط الإنشاء).
1. برهن بالتراجع ، ǇǅǆŋýƉ ‡ý Ƶþþ ʊŀŏżŎ n Ü $1 \le u_n \prec \alpha$
3.ا) تحقق ان $u_{n+1} - u_n = g(u_n)$ ĂƖǇǅǆ ... (u_n) ǆǅƨǆ ... .
ب) استنتج ان (u_n) متقاربة.

الموضوع الثاني :

التمرين الاول : (05ن)

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث: $z^2 - 2\sqrt{3}\,z + 4 = 0$.

2.أكتب الحلول على الشكل المثلثي.

3.نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C

التي لواحقها على الترتيب : $z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = -\sqrt{3} - i$.

أ) عين z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

ب)أكتب على الشكل الأسي الأعداد المركبة z_A ، z_B و z_C

ج) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_B}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ حقيقي .

4 .ليكن التحويل النقطيS الذي بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقط M' ذات اللاحقةz' حيث : $z' = (1 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3} + 3i$

أ) عين طبيعة Sوعناصره المميزة(النسبةوالزاوية والمركز).

ب)بين أن المجموعة (E)للنقط M و التي تحقق $(z - z_A)\overline{(z - z_A)} = z_C.\overline{z_C}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ج) عين المجموعة (E') صورة (E) بالتحويل S و أعط عناصرها المميزة .

التمرين الثاني :(03.5ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(2;1;-2)$ ، $B(3;-1;0)$

والشعاع $\vec{u}(1;2;-1)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $x - y + 2z - 3 = 0$

1. عين إحداثيات النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 4 ، -2 على الترتيب .
2. عين مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق ، $\left\|4\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\right\| = 3$ وعناصرها المميزة .
3. عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P).
4. نعتبر المستقيم (D) الذي يمر بالنقطة A ويوازي الشعاع $\vec{u}$ والمستقيم (D')

حيث : $t \in \mathbb{R}$: $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$ تمثيلاوسيطيا له .

بين أن المستقيمين (D) و (D') من نفس المستوي.

التمرين الثالث :(04.5 نقاط)

(u_n) ƚǒ!ǤǨǩǆž ƚƽƧžǆž Ǥǆžùǁ :Ǒǚǒ $u_0 = 0$ Ü $u_1 = 1$ Ă ǈǆž ýȠ ý‡ þþƵ Ǒžǒǁʊ n : $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 4u_n$.

1.ɣƪơƒ u_2 Ă u_3.

2.Ɖ - ǇǋǈƧǁ ǈǨǃƧǨ!ǁ ǈǆž ýȠ ý‡ þþƵ Ǒžǒǁʊ n Ü $u_{n+1} = 4u_n + 1$.

ɣ - ƚǉơǨ u_n þþƵ Ǒžǒǁʊ Ü ǈǆž ƛƒ ǉǨǃƪǁǆ ǅǆž: u_n Ă u_{n+1} ǅǤǒ!ĂƉ ǅǥǆǒǁ.

3. (v_n) ŧō!ǤķķdžŧƧȥdž Ĭ ℕ ùǤdžǤ Ǒöö: $v_n = u_n + \dfrac{1}{3}$.

ۋ) ǈǆ ǈǆǒ (v_n) ŧō!ǤķķdžƒǄǋ ǕŧǑǅǐǇ ǉǑǕǕ ǈǆ ǅǅǅ Ǎ Ǥǉǆǆǅ .ýǍŪƒ

ƔkǂƒƔ) v_n ǅǅ u_n ŧ!Ǘǆǆ n.

ج) استنتج من أجل كل عدد طبيعي n : $PGCD\left((4^{n+1}-1),(4^n-1)\right)$

4. ۋ) ƩƧǆƒ Ɣǉơ ǅǕǆ ǆǆǕ!ƒ ǑŽǒǈƱ!ƒ n ǑǆƒǍǇ ǉ ŧdžǉǆ 4^n Ĭ ℕ 7.

Ɣ) ƔǉơƒŧǍǆǆ n ƔǍdžηdž!ƒ S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{3n}$.

ùη) ǈǆǓ ǆǆǒ ǆǆǕ!ƒ ǑŽǒǈƱ!ƒ n ŧ ǒơ ǆǆǕ!ƒ $9S_n + 8n$ ýǆǈǒ ŧdžǉ!ƒ Ĭ 7.

التمرين الرابع : (07ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $f(x) = 1 + x\ln(x+2)$ وليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. ا)احسب $f'(x)$ و $f''(x)$ من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-2;+\infty[$.

ب)عين اشارة $f''(x)$ واستنتج تغيرات f'.

ج)بين أن المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-0.6 < \alpha < -0.5$.

د)استنتج حسب قيم x إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2;+\infty[$.

2. ا)ادرس تغيرات f وشكل جدول تغيراتها.

ب) بين ان: $f(\alpha) = \dfrac{-\alpha^2+\alpha+2}{\alpha+2}$ ،ثم استنتج حصرالـ$f(\alpha)$.

3. M_0 نقطة من (C_f) فاصلتها x_0 و (T_{x_0}) مماس للمنحنى (C_f) عند M_0.

ا) بين ان المماس (T_{x_0}) يمر من المبدا O اذا وفقط اذا كان : $f(x_0) = x_0 \times f'(x_0)$.

ب) استنتج المماسات لـ(C_f) التي تمر من المبدا O.

ت) ارسم المماسات والمنحني (C_f).

4. ا) تحقق أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$: $\dfrac{x^2}{x+2} = x - 2 + \dfrac{4}{x+2}$.

ثم استعمل التكامل بالتجزئة لحساب $\displaystyle\int_{\lambda}^{0} x\ln(x+2)\,dx$ (λ عدد حقيقي)

ب/استنتج المساحة $A(\lambda)$ المحدد ة بالمنحني (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = \lambda$ و $x = 0$. $(-2 \prec \lambda \prec 0)$

ت)احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -2} A(\lambda)$.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح في بكالوريا جوان 2016 استاذ المادة ....

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية ام البواقي

امتحان التجريبي لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي — ثانوية معنصر اونيس–عين كرشة

الشعبة : 3 علوم تجريبية — دورة مــــــــاي 2016

امتحان في مادة :الرياضيات — المدة : 3ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمريــن الاول : (04 نقاط)

نعتبرفي الفضاء المنسوب إلى معلم و متعامد ومتجانس $\left(\mathrm{o},\vec{\imath},\vec{\mathrm{j}},\vec{\mathrm{k}}\right)$

النقطة $\mathrm{A}(1,-1\ ,3)$ و ليكن (P)المستوى ذو المعادلة : $x-y+3z=0$

1. أ– تحقق من أن : $\begin{cases} x=t \\ \mathrm{y}=-\mathrm{t} \\ \mathrm{z}=3\mathrm{t} \end{cases}$ ،$t\in R$ تمثيل وسيطي للمستقيم (OA) .

ب . حدد معادلة ديكارتية للمستوي(Q) العمودي على المستقيم (OA)في النقطة A

جــ. تحقق من أن المستوى (P) يوازي المستوى (Q)

2. نعتبر سطح الكرة(S) المماسة للمستوى (Q)في النقطة A و التي يقطعها المستوى (P) وفق الدائرة (c) التي مركزها O و نصف قطرها $\mathrm{r}=\sqrt{33}$

أ. بين ان $\omega(a\,,b\,,c)$ مركز سطح الكرة (S)ينتمي الى(OA) ثم استنتج ان $b=-a$ و $c=3a$

ب. بين ان : $\omega A^2-\omega\mathrm{O}^2=33$ ثم استنتج ان $a-b+3c=-11$

جــ. استنتج احداثيات ω مركز سطح الكرة (S) ثم بين أن نصف قطرها $\mathrm{R}=2\sqrt{11}$

التمريــن الثاني :(04.5 نقاط)

ليكن $\mathrm{p(z)}$كثير حدود المعرف من اجل كل عدد مركب z :

1 أ. احسب $\mathrm{p}(1)$

ب. عيّن العددين الحقيقيين a ، b بحيث : $\mathrm{p(z)}=(\mathrm{z}-1)(\mathrm{z}^2+\mathrm{az}+\mathrm{b})$

ثم حل في $\mathbb{C}$المعادلة $\mathrm{p(z)}=0$

2 في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o\,,\vec{u}\,,\vec{v}\,)$ ، نعتبر النقط A ، B و C

صور الاعداد المركبة : $\mathrm{z_A}=1$ ، $\mathrm{z_B}=1+\sqrt{3}-\mathrm{i}$ ، $\mathrm{z_c}=\overline{z_B}$ على الترتيب .

أ. أكتب $\frac{Z_C-\mathrm{Z_A}}{\mathrm{Z_B}-\mathrm{Z_A}}$ على الشكل الاسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب. نعتبر النقطة ω صورة العدد $\frac{2\sqrt{3}}{3}+1$بين أن ω مركز الدائرة(c) المحيطة بالمثلث ABC .

ج. حدد (E)مجموعة النقط $M(Z)$ من المستوى حيث : $\left|\frac{Z_C-\mathrm{Z}}{\mathrm{Z_B}-\mathrm{Z}}\right|=1$

د. أحسب $\cos\theta$ حيث $\theta=\left(\overrightarrow{\omega A}\,,\overrightarrow{\omega\mathrm{B}}\ \right)$

و. استنتج في المستوى المركب عبارة الدوران R الذى مركزه ω و يحول Aالى B

هــ. عين $\left(c^{`}\right)$صورة (c) بالتحويل R

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 2$

1 أحسب u_1 ، u_2 ، u_3

2 أ. بين انه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 4$: $u_n \geq 0$

ب.استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 5$: $u_n \geq n - 3$

جـ. استنتج نهاية المتتالية (u_n)

3- لتكن المتتالية (v_n)المعرفة على N بـ : $v_n = -2u_n + 3n - \frac{21}{2}$

أ • احسب v_0 ، v_1

ب • بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد اساسها.

جـ • استنتج أنه من اجل كل عدد طبيعيn : $u_n = \frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}$.

د • بين أن المتتالية(u_n) متباعدة .

3 – احسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

التمرين الرابع : (07.5 نقاط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

I– نعتبر الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = 2 - x(1 + \ln 2 - \ln x)$

1. ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2. استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

II– نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = 2 - x - x\ln x$ و $f(0) = 2$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1.أ– احسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ، ثم استنتج أن f مستمرة عند 0 عن اليمين .

ب– أحسب : $\lim_{h\to 0} \frac{f(h)-2}{h}$ ، ماذا تستنتج ؟

2– أ. أحسب نهاية الدالة $f(x)$ عن $+\infty$.

ب.احسب $f'(x)$ مشتق الدالة f على المجال $]0, +\infty[$ ثم أدرس اشارته .

جـ. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3 أ. اكتب معادلة المماس (Δ)للمنحنى (c_f) عند النقطة التى فاصلتها 2 .

ب.استنتج الوضع النسبي للمنحنى (c_f)و المستقيم (Δ).

4 انشئ (Δ) والمنحنى (c_f) .

5 نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $h(x) = x^2\ln x$

أ. احسب $h'(x)$ مشتق الدالة h

ب. استنتج دالة اصلية على المجال $]0, +\infty[$ للدالة $x \to x\ln x + \frac{x}{2}$.

جـ. α عدد حقيقي حيث $0 < \alpha < 1$. احسب المساحة للحيز المستوى المحدد بالمنحنى و المستقيمات التى معادلتها: $y = 0$ ، $x = \alpha$ ، $x = 1$

د. أحسب $\lim_{\alpha\to 0} A(\alpha)$ أعط تفسيرا لهذه النتيجة .

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (03.5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم و متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبرالنقط :

$C(7,1,-3)$ ، $A(3,0,0)$ ، $A(-1,0,3)$

و ليكن (S)مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث : $x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$

1.أ- بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا .

ب . بين أن $\vec{n}(-1,0,3)$ شعاع ناظمي للمستوى (ABC)

جـــ. استنتج معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

2. بين أن المجموعة (S)هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها .

3. حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)الذي يشمل النقطة Ω و يعامد (ABC) .

4.بين ان المستقيم (Δ) يقطع سطح كرة(S) في نقطتين يطلب تعيين احداثيات كل منهما .

التمرين الثاني :(05 نقاط) :

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التى لاحقاتها

$z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ ، $z_c=\overline{z_B}$ على الترتيب .

I. 1- أ. أكتب z_B ، z_c على الشكل الاسي

ب. علم النقط A ، B ، C

2- عين طبيعة الرباعي $OBAC$

3- لتكن (D)مجموعة النقط $M(Z)$ من المستوى حيث : $|z|=|z-2|$ عين و ارسم المجموعة (D)

II- f تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z حيث $z\neq z_A$ ،النقطة $M`$ ذات اللاحقة $z`$

حيث : $z`=\frac{-4}{z-2}$

1. أ- حل في $\mathbb{C}$المعادلة : $z`=z$

ب- استنتج صورتي النقطتين B ، C بواسطة التحويل f .

جــ- لتكن G مركز ثقل المثلث OAB. عين لاحقة النقطة $G`$ صورة النقطة G بواسطة التحويل f

2.أثبت أن : $|z`-2|=\frac{2|z|}{|z-2|}$

3. بين أنه عندما تمسح النقطة M المجموعة (D) ، فان النقطة $M`$ تمسح دائرة (T)يطلب تعيين مركزها

و نصف قطرها ، ارسم الدائرة (T) .

التمرين الثالث : (03.5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على Nكما يلي: $u_0=0$ و $u_{n+1}=\frac{1}{2-U_n}$

1 .أ- أحسب u_1 ،u_2 ، u_3 (أكتب النتائج على شكل كسرغير قابل للاختزال)

ب. بين بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\frac{n}{n+1}$

2- لتكن المتتالية (v_n) المعرفة N^* بـــ : $v_n = ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

أ • أثبت أن : $v_1 + v_2 + v_3 = -\ln 4$

ب • بين انه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_{n+1} - v_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n^2+2n}\right)$

جـــ • استنتج اتجاه تغير المتتالية(v_n) .

3 – احسب المجموع S_n بدلالة n : $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ ، ثم عين نهاية S_n

التمرين الرابع : (08 نقاط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

I- نعتبر الدالة g المعرفة على R بـــ : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

1.بين أنه من اجل كل x من R : $g`(x) = 4(2x+1)e^{2x}$.

2.بين ان العدد $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ هو قيمة حدية صغرى للدالة g

3. استنتج حسب قيم x من R : $g(x) > 0$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على R بـــ : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ و $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 2cm$

1.أ- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب- بين أن : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

2- أ. بين أنه من اجل كل x من R :$f`(x) = g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3-أ. بين أن المستقيم(Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (c_f) بجوار $-\infty$

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (c_f)و المستقيم (Δ).

4-أ. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (c_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

ب.بين ان المنحنى (c_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{1}{2}$.

جـــ. انشئ (T) و (Δ)والمنحنى (c_f) .

5- أ. باستعمال المكاملة بالتجزئة ، اثبت أن : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}\, dx = 1 - \frac{e}{2}$

ب.لتكن A المساحة (بالسنتيمتر المربع)للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (c_f)و المستقيم (T)و المستقيمين اللذين معادلتاهما ، $x = 0$ ، $x = \frac{1}{2}$

– بين أن : $A = (6 - 2e)cm^2$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية الإخوة ريال ..زموري..بومرداس

امتحان بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي

(دورة ماي 2016)

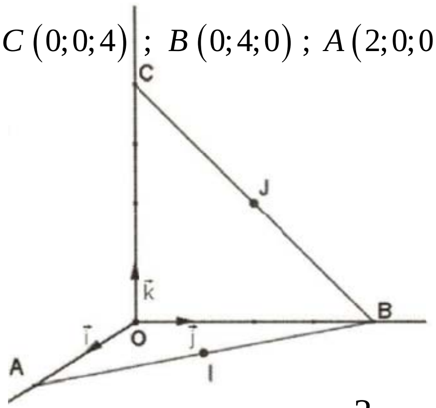
الشعبة علوم تجريبية — المدة : 3 ساعات و 30 دقيقة

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط)



الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(2;0;0)$; $B(0;4;0)$; $C(0;0;4)$.

نشير بـ I و J إلى منتصفي القطعتين $[AB]$ و $[BC]$.

1) عين احداثي النقطتين I و J .

2) P مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $MI=MJ$

أ) بين أن P هي مستوٍ معرف بالمعادلة : $2x-4z+3=0$

ب)بين ان المستوي P و المستقيم (OC) يتقاطعان في نقطة K يطلب تعيين احداثياها .

3) لتكن S مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $x^2+y^2+z^2-\frac{3}{2}z-5=0$

أ) بين أن S سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

ب)تحقق ان النقطتين I و J ينتميان الى S .

ت)بين أن S هي سطح الكرة الوحيدة التي تمر من I و J و مركزها نقطة من المستقيم (OC).

4) حدد طبيعة تقاطع المستوي P و سطح الكرة S.

التمرين الثاني (5 نقاط)

1) أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) : $z^2-2z+4=0$.

ب) عين شكلا أسيا لحلي المعادلة (E).

2) نعتبر في المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، الدائرة (Γ) التي مركزها مبدأ المعلم و نصف قطرها 2 و النقطة A ذات اللاحقة 2. عِلم النقطتين B و C ذات اللاحقتين : $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ و $2e^{-i\frac{\pi}{3}}$ بهذا الترتيب.

3) ليكن : $\theta\in]-\pi;\pi]$ و M نقطة من الدائرة (Γ) لاحقتها $2e^{i\theta}$ ؛ نشير بـ N للنقطة من (Γ) حيث : $\left(\overline{OM};\overline{ON}\right)=\frac{\pi}{3}$. برر أن لاحقة النقطة N هي : $2e^{i\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)}$

4) ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$.

أ) تحقق أن الكتابة المركبة للدوران r هي: $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z+2-2e^{i\frac{\pi}{3}}$.

ب)لتكن النقطتين F و K منتصفي القطعتين $[BM]$ و $[CN]$ بهذا الترتيب. بين أن : $r(F)=K$

جـ)استنتج طبيعة المثلث AFK .

5) أ) بين أن : $AF^2=4-2\sqrt{3}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$

ب) استنتج لاحقة النقطة M التي من أجلها تكون AF أعظمية .

التمرين الثالث (6 نقط)

1) g دالة عددية معرفة على $]0\,;\,+\infty[$ بـ : $g(x)=1+x-x\ln(x)$

أ) حدد اتجاه تغير الدالة g .

ب) استنتج أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد x_0 في المجال $]0\,;\,+\infty[$ ؛ تحقق ان : $3.5<x_0<3.6$.

ت) استنتج اشارة g .

2) لتكن الدالة f المعرفة على $]0\,;\,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{\ln(x)}{1+x^2}$.

(C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

أ) أحسب $f'(x)$ و تحقق أن $f'(x)=\dfrac{g\left(x^2\right)}{x\left(1+x^2\right)^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ) تحقق أن : $f\left(\sqrt{x_0}\right)=\dfrac{1}{2x_0}$.

د) أرسم المنحنى (C_f) .(نأخذ $x_0=3.6$).

3) (a_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $a_n=\int_1^{\frac{1}{n}} f(t)dt=F\left(\dfrac{1}{n}\right)$ ، حيث F دالة أصلية للدالة f غلى المجال $]0\,;\,1]$ التي تنعدم عند 1 . لا يطلب حساب F

أ) بين أن (a_n) متتالية متزايدة . [استعن بـ $0\le\dfrac{1}{n+1}\le\dfrac{1}{n}\le 1$]

ب) بين من أجل كل $x\in\,]0\,;\,1[$: $\ln(x)\le f(x)\le\dfrac{1}{2}\ln(x)$.

جـ) استنتج أن : $\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1+\ln(n)}{n}\right)\le a_n\le 1-\dfrac{1+\ln(n)}{n}$.

د) بين أن (a_n) متقاربة و نهايتها تنتمي إلى المجال $\left[\dfrac{1}{2}\,;\,1\right]$.

التمرين الرابع (5 نقاط)

يحتوي كيس على كرتين زرقاوين و كرة حمراء ، لا نفرق بينها في اللمس .

1) نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع الإرجاع .(ارجاع الكرة الأولى قبل السحب الثاني)

أ) شكل شجر ة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية .

ب) أحسب احتمال الحوادث التالية :

A :« الكرة المسحوبة الأولى حمراء ».

B : « الكرتان المسحوبتان من نفس اللون » .

C :« الكرة الأولى حمراء أو الكرة الثانية زرقاء ».

جـ) أحسب احتمال الحوادث التالية : $\overline{A}$, $B\cup C$, $A\cap B$, $B\cap C$

2) في هذه الحالة نسحب عشوائيا كرتين الواحدة تلوى الأخرى دون إرجاع .

أ) شكل شجر ة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية .

ب) أحسب احتمال الحوادث التالية : A , B , C , $\overline{A}$, $B\cup C$, $A\cap B$, $B\cap C$

جـ) إذ علمت أن الكرة الأولى زرقاء ، ما احتمال سحب كرة زرقاء في المرة الثانية ؟