

التمرين الأول : (04 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية معرفة كما يلي : $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{9}{4}$.

ولتكن (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = 2u_n - 9$.

(1) أحسب u_1 ، u_2 ثم v_0 ، v_1 ، v_2 .

(2) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها .

(3) جد عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

(4) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على 12 كرة منها : ثلاث كرات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 وأربع كرات حمراء تحمل الأرقام

1 ، 1 ، 2 ، 2 وخمس كرات خضراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس و نعتبر الحادثتين :

" A سحب كرتين من نفس اللون " و " B سحب كرة خضراء على الأقل "

(1) أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A ، B ، $A \cap B$.

(2) هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة. اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير

(1) ليكن العدد المركب Z حيث : $\bar{Z} + |Z| = 6 - 2i$. الشكل الجبري لـ Z هو :

(أ) $\frac{8}{3} - 2i$ (ب) $-\frac{8}{3} - 2i$ (ج) $-\frac{8}{3} + 2i$ (د) $\frac{8}{3} + 2i$

(2) في المستوي المركب . مجموعة النقط M ذات اللاحة $z = x + iy$ والتي تحقق $|z-1| = |z+i|$ هي :

(أ) $y = x - 1$ (ب) $y = -x$ (ج) $y = -x + 1$ (د) $y = x$

(3) ليكن n عدد طبيعي . العدد $(1+i\sqrt{3})^n$ يكون حقيقيا اذا و فقط اذا كان n يكتب على الشكل : $k \in Z$

(أ) $3k + 1$ (ب) $3k + 2$ (ج) $3k$ (د) $6k$

(4) لتكن المعادلة (E) $z = \frac{6-z}{3-z}$ مع $z \in C$ أحد حلول هذه المعادلة (E) هو :

(أ) $2 - i\sqrt{2}$ (ب) $2i$ (ج) $1 - i$ (د) $-1 - i$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{1+e^x}$.

نسمي (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد و متجانس (و حدة الطول $3cm$) .

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) بين أن : $f'(x) > 0$ من اجل كل x من R .

(3) بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') معادلتها على الترتيب $y = x - 1$ و $y = x$.

(4) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيمين (Δ) و (Δ') .

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ ثم تحقق أن : $e^\alpha + 1 = \frac{1}{\alpha}$.

(6) أنشئ (C) و (Δ) و (Δ') . (نأخذ $\alpha \approx 0.4$) .