

التمرين الأول : (04.5 نقطة)

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $N$  كما يلي :  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$  و  $u_0 = 1$

(1) ارسم في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة  $f$  المعرفة على  $R$  حيث :

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \quad \text{و المستقيم } (\Delta) \text{ ذو المعادلة } y = x$$

(2) مثل على محور الفواصل الحدود  $u_0$  ،  $u_1$  و  $u_2$  باستعمال الرسم السابق و دون حساب الحدود.

(3) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها .

(4) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $1 \leq u_n < 4$  .

(5) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .  $i \cdot i^2 = -1$  .

(1) حل في  $C$  المعادلة :  $Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$  .

(2) نسمي  $B, A$  النقطتان اللتان لاحقتهما  $Z_B, Z_A$  على الترتيب حيث  $Z_A$  الحل الذي جزؤه التخيلي موجب .

(أ) اكتب كل من  $Z_A$  و  $Z_B$  على الشكل المثلي .

(ب) أكتب على الشكل الجبري العدد  $\left(\frac{Z_A}{2}\right)^{2010}$  .

(3) نعتبر التحويل  $T$  الذي يرفق بكل نقطة  $M$  لاحقتها  $Z$  النقطة  $M'$  لاحقتها  $Z'$  حيث :  $Z' = e^{\frac{2\pi}{3}i} Z$  .

(أ) حدد طبيعة التحويل  $T$  وعناصره المميزة .

(ب) عين لاحقة النقطة  $C$  صورة النقطة  $A$  بالتحويل  $T$  .

(ج) احسب  $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .

التمرين الثالث : (03 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر المستوي  $(P)$  ذو المعادلة الديكارتيّة  $x - 2y + 2z + 5 = 0$  و النقط  $A(1;3;0)$  ،  $B(-1;1;-1)$  ،  $C(3;4;0)$  و  $D(1;1;1)$ .  
أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير .

- 1) المستقيم  $(AB)$  محتوي في المستوي  $(P)$  .
- 2)  $(P)$  مماسا لسطح الكرة  $(S)$  التي مركزها  $D$  و نصف قطرها  $R = \frac{6}{\sqrt{3}}$  .
- 3) النقطة  $C$  تنتمي إلى المستقيم  $(AB)$  .
- 4) النقطة  $D$  نظيرة النقطة  $A$  بالنسبة للمستوي  $(P)$  .

التمرين الرابع : (07.5 نقطة)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[-1; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = x - (x+1)e^{-x}$  .  
نسمي  $(C)$  منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد و متجانس .

- 1) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  .
- 2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$  وفسر النتيجة بيانيا .
- 3) أ) أحسب الدالة المشتقة  $f'$  للدالة  $f$  ثم أدرس تغيراتها على المجال  $[-1; +\infty[$  .  
ب) استنتج أن المعادلة  $f'(x) = 0$  تقبل حل و حيد  $\alpha$  و أن  $-0,57 < \alpha < -0,56$  .  
ج) حدد إشارة  $f'(x)$  على المجال  $[-1; +\infty[$  .
- 4) أ) ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  .  
ب) أرسم المنحنى  $(C)$  .