

التمرين الأول : (04.5 نقطة)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N كما يلي : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$ و $u_0 = 1$

(1) ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على R حيث :

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \quad \text{و المستقيم } (\Delta) \text{ ذو المعادلة } y = x$$

(2) مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 و u_2 باستعمال الرسم السابق و دون حساب الحدود.

(3) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

(4) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n < 4$.

(5) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. $i \cdot i^2 = -1$.

(1) حل في C المعادلة : $Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$.

(2) نسمي B, A النقطتان اللتان لاحقتهما Z_B, Z_A على الترتيب حيث Z_A الحل الذي جزؤه التخيلي موجب .

(أ) اكتب كل من Z_A و Z_B على الشكل المثلي .

(ب) أكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{Z_A}{2}\right)^{2010}$.

(3) نعتبر التحويل T الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' لاحقتها Z' حيث : $Z' = e^{\frac{2\pi}{3}i} Z$.

(أ) حدد طبيعة التحويل T وعناصره المميزة .

(ب) عين لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتحويل T .

(ج) احسب $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين الثالث : (03 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر المستوي (P) ذو المعادلة الديكارتيّة $x - 2y + 2z + 5 = 0$ و النقط $A(1;3;0)$ ، $B(-1;1;-1)$ ، $C(3;4;0)$ و $D(1;1;1)$.
أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير .

- (1) المستقيم (AB) محتوي في المستوي (P) .
- (2) (P) مماسا لسطح الكرة (S) التي مركزها D و نصف قطرها $R = \frac{6}{\sqrt{3}}$.
- (3) النقطة C تنتمي إلى المستقيم (AB) .
- (4) النقطة D نظيرة النقطة A بالنسبة للمستوي (P) .

التمرين الرابع : (07.5 نقطة)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - (x+1)e^{-x}$.
نسمي (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد و متجانس .

- (1) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.
- (2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ وفسر النتيجة بيانيا .
- (3) أ) أحسب الدالة المشتقة f' للدالة f ثم أدرس تغيراتها على المجال $[-1; +\infty[$.
ب) استنتج أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حل و حيد α و أن $-0,57 < \alpha < -0,56$.
ج) حدد إشارة $f'(x)$ على المجال $[-1; +\infty[$.
- (4) أ) ضع جدول تغيرات الدالة f .
ب) أرسم المنحنى (C) .