

التمرين الأول : (5 نقاط)

(U_n) متتالية معرفة بـ $U_1 = 7$ و $U_2 = 11$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_{n+2} = 2U_{n+1} - U_n$

1- احسب U_3 ، U_4 ، U_5 . ضع تخمينا لعبارة U_n بدلالة n ثم برهن على صحته بالتراجع .

2- (V_n) متتالية معرفة بـ $V_n = e^{U_n}$ حيث e يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري .

(أ) أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها .

(ب) احسب كل من المجموعين : $S_1 = U_1 + U_3 + \dots + U_{2010}$ ؛ $S_2 = V_1 + V_2 + \dots + V_n$

التمرين الثاني : (5 نقاط)

نعتبر العبارة $p(Z) = Z^4 - 2Z^3 + 4Z^2 - 4Z + 4$ حيث Z عدد مركب .

1- احسب $p(i\sqrt{2})$ ، $p(-i\sqrt{2})$.

2- عيّن الأعداد الحقيقية α و β و γ بحيث يكون من أجل كل Z : $p(Z) = (Z^2 + 2)(\alpha Z^2 + \beta Z + \gamma)$

3- حل في \mathbb{C} المعادلة : $p(Z) = 0$ و لتكن Z_1 ؛ Z_2 ؛ Z_3 ؛ Z_4 حلولها .

4- اكتب الحلول على الشكل الأسّي .

5- احسب : $\left(\frac{Z_1}{\sqrt{2}}\right)^{1000} + \left(\frac{Z_2}{\sqrt{2}}\right)^{1000} + \left(\frac{Z_3}{\sqrt{2}}\right)^{1000} + \left(\frac{Z_4}{\sqrt{2}}\right)^{1000}$

التمرين الثالث : (10 نقاط)

(I) لتكن f دالة معرفة على \mathbb{R} بالعبارة : $f(x) = e^x - x$.

- ادرس تغيرات الدالة f واستنتج إشارة $f(x)$.

(II) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بالعبارة : $g(x) = \ln(e^x - x)$.

(C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O ; \vec{i} , \vec{j})$.

1- ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2- احسب نهايات الدالة g عند طرفي مجموعة التعريف .

3- شكّل جدول تغيرات الدالة g .

- 4- بيّن أنه يمكن كتابة $g(x)$ على الشكل : $g(x) = x + \ln(1 - xe^{-x})$ واستنتج معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C_g) .
- 5- بين أن المنحنى (C_g) يقبل مماس (Δ) معامل توجيهه 1 .
- 6- احسب $g(-1)$ ، $g(-2)$ ، $g(1)$ ، $g(2)$ ثم أنشئ (C_g) و (Δ) .
- 7- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد نقط تقاطع (C_g) مع المستقيم (Δ) الذي معادلته :
 $y = x + m$.