

التمرين الأول : ( 5 نقاط )

$(U_n)$  متتالية معرفة بـ  $U_1 = 7$  و  $U_2 = 11$  ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  :  $U_{n+2} = 2U_{n+1} - U_n$

1- احسب  $U_3$  ،  $U_4$  ،  $U_5$  . ضع تخمينا لعبارة  $U_n$  بدلالة  $n$  ثم برهن على صحته بالتراجع .

2-  $(V_n)$  متتالية معرفة بـ  $V_n = e^{U_n}$  حيث  $e$  يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري .

(أ) أثبت أن  $(V_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها .

(ب) احسب كل من المجموعين :  $S_1 = U_1 + U_3 + \dots + U_{2010}$  ؛  $S_2 = V_1 + V_2 + \dots + V_n$

التمرين الثاني : ( 5 نقاط )

نعتبر العبارة  $p(Z) = Z^4 - 2Z^3 + 4Z^2 - 4Z + 4$  حيث  $Z$  عدد مركب .

1- احسب  $p(i\sqrt{2})$  ،  $p(-i\sqrt{2})$  .

2- عيّن الأعداد الحقيقية  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  بحيث يكون من أجل كل  $Z$  :  $p(Z) = (Z^2 + 2)(\alpha Z^2 + \beta Z + \gamma)$

3- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $p(Z) = 0$  و لتكن  $Z_1$  ؛  $Z_2$  ؛  $Z_3$  ؛  $Z_4$  حلولها .

4- اكتب الحلول على الشكل الأسّي .

5- احسب :  $\left(\frac{Z_1}{\sqrt{2}}\right)^{1000} + \left(\frac{Z_2}{\sqrt{2}}\right)^{1000} + \left(\frac{Z_3}{\sqrt{2}}\right)^{1000} + \left(\frac{Z_4}{\sqrt{2}}\right)^{1000}$

التمرين الثالث : ( 10 نقاط )

(I) لتكن  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بالعبارة :  $f(x) = e^x - x$  .

- ادرس تغيرات الدالة  $f$  واستنتج إشارة  $f(x)$  .

(II) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعبارة :  $g(x) = \ln(e^x - x)$  .

$(C_g)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس  $(O ; \vec{i} , \vec{j})$  .

1- ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  .

2- احسب نهايات الدالة  $g$  عند طرفي مجموعة التعريف .

3- شكّل جدول تغيرات الدالة  $g$  .

- 4- بيّن أنه يمكن كتابة  $g(x)$  على الشكل :  $g(x) = x + \ln(1 - xe^{-x})$  واستنتج معادلة المستقيم المقارب للمنحنى  $(C_g)$  .
- 5- بين أن المنحنى  $(C_g)$  يقبل مماس  $(\Delta)$  معامل توجيهه 1 .
- 6- احسب  $g(-1)$  ،  $g(-2)$  ،  $g(1)$  ،  $g(2)$  ثم أنشئ  $(C_g)$  و  $(\Delta)$  .
- 7- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد نقط تقاطع  $(C_g)$  مع المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته :  
 $y = x + m$  .