الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **الديوان الوطني للتعليم والتكوين عن بعد**

تصميم جواب امتحان المستوى – دورة ماي 2011

المستوى والشعبة: 3 ثانوي علوم تجريبية — **المادة : رياضيات**

<table>
<tr><th rowspan="2">محاور الموضوع</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامـ ـة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>كاملة</th></tr>
<tr><td rowspan="7">التمرين الأول</td><td>1) f الدالة المعرفة على $]-1\,;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\ln(x+1)$.
$f(x)=\frac{1}{x+1}\succ 0$ ومنه f متزايدة تماما .</td><td>0.5 ن</td><td rowspan="7">04 ن</td></tr>
<tr><td>2) $u_0=e$ و $u_{n+1}=\ln(1+u_n)$.
برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\succ 0$.
من أجل $n=0$ لدينا $u_0\succ 0$ لأن $u_0=e$.
نفرض أن $u_n\succ 0$ ونبرهن أن $u_{n+1}\succ 0$
لدينا $u_n\succ 0$ ومنه $u_n+1\succ 1$ وبالتالي $\ln(u_n+1)\succ 0$ أي $u_{n+1}\succ 0$
إذن لكل $n\in N$: $u_n\succ 0$.</td><td>01 ن</td></tr>
<tr><td>3) g الدالة المعرفة على $]-1\,;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\ln(x+1)-x$.</td><td>0.5 ن</td></tr>
<tr><td>دراسة اتجاه تغير الدالة g:
$g'(x)=-\frac{x}{x+1}$</td><td>0.5 ن</td></tr>
<tr><td>إشارة $g'(x)$
جدول تغيرات الدالة g :
<table><tr><td>x</td><td>-1 0 $+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td>$+$ 0 $-$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>↗ 0 ↘</td></tr></table></td><td>0.5 ن</td></tr>
<tr><td>إشارة $g(x)$.
لكل $x\in]-1\,;+\infty[$ لدينا : $g(x)\le 0$</td><td>0.5 ن</td></tr>
<tr><td>استنتاج أن المتتالية (u_n)متناقصة :
$u_{n+1}-u_n=\ln(1+u_n)-u_n=g(u_n)\le 0$
ومنه (u_n)متناقصة.</td><td>0.5 ن</td></tr>
</table>

التمرين	الإجابة	العلامة مجزأة	المجموع
التمرين الثاني	$p(z)=z^3-12z^2+48z-128$.	01.5 ن	05 ن
	1) أ) $p(z)=(z-8)(z^2-4z+16)$.		
	ب) حلول المعادلة $p(z)=0$.	01.5 ن	
	$z_1=2-2\sqrt{3}\,i$ و $z_2=2+2\sqrt{3}\,i$ و $z_3=8$.		
	2) نعتبر النقط A، B، C ذات اللواحق على الترتيب :		
	$z_1=2-2\sqrt{3}\,i$ و $z_2=2+2\sqrt{3}\,i$ و $z_3=8$.		
	أ) كتابة على الشكل الأسي العدد $\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}$ على الشكل الأسي:	01 ن	
	$\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}=e^{\frac{\pi}{3}i}$.		
	ب) الاستنتاج : $\frac{z_1-z_3}{z_2-z_3}=e^{\frac{\pi}{3}i}$ معناه $\left(z_1-z_3\right)=e^{\frac{\pi}{3}i}\left(z_2-z_3\right)$	01 ن	
	وهذا يعني أن A هي صورة B بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$.		
التمرين الثالث	1) صحيح .لأن إحداثيات A ، B و C تحقق المعادلة .	01 ن	04 ن
	2) خطأ . لأن $\overrightarrow{ED}(-2;-2;-1)$ لا يوازي $\vec{n}(2;2;-1)$	01 ن	
	3) صحيح . لأن $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=0$	01 ن	
	4) صحيح . لأن $\overrightarrow{AI}\,//\,\overrightarrow{AB}$	01 ن	
التمرين الرابع	$f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$	0.5 ن	07 ن
	1) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)=-\infty$.		
	2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=\lim\limits_{t\to1}\ln t=0$.	0.5 ن	
	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1+\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)\right)=+\infty$	0.5 ن	
	3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\left(x+1\right)\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=0$		
	ومنه $(\Delta): y=x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند $+\infty$.	0.5 ن	
	وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم (Δ).		
	$f(x)-\left(x+1\right)=\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)\prec0$ ومنه $\left(C_f\right)$ يقع تحت (Δ).	0.5 ن	

4) دراسة تغيرات الدالة f : — 0.5 ن

$$f'(x)=1+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=\frac{x^2+3x+3}{x^2+3x+2}$$

0.5 ن

إشارة $f'(x)$

جدول التغيرات : — 0.5 ن

x	-1 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

5) معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$: — 0.5 ن

$$(T): y=\frac{3}{2}x+1-ln2$$

6) المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: — 0.5 ن

$-\frac{1}{2}\prec\alpha\prec 0$. (مبرهنة القيم المتوسطة)

7) رسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ). — 02 ن