الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	
وزارة التربية الوطنية	الديوان الوطني للتعليم والتكوين عن بعد
تصميم جواب امتحان المستوى – دورة ماي 2010	
المستوى والشعبة: 3 ثانوي علوم تجريبية	المادة: رياضيات

محاور الموضوع	عنـ . . . اصـ . . . ر الإجـ . . . ابـ . . . ـة	العلامة مجزئة	العلامة كاملة
حل التمرين 1	**1) الحساب :** $u_3 = 2u_2 - u_1 = 22 - 7 = 15$ $u_4 = 2u_3 - u_2 = 30 - 11$ $u_5 = 2u_4 - u_3 = 38 - 15$ **التخمين :** $u_n = 3 + 4n$ – **البرهان بالتراجع:** $u_1 = 3 + 4 = 7$ **صحيح** **نفرض أن** $u_n = 3 + 4n$ **و أن** $u_{n+1} = 3 + 4(n+1)$ **و منه:** $u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n = 2(7 + 4n) - (3 + 4n)$ **أي:** $u_{n+2} = 11 + 4n$ **و منه:** $u_{n+2} = 3 + 4(n+2)$ **و هو المطلوب.** **إذن من أجل كل** n **من** $\mathbb{N}$ **لدينا:** $u_n = 3 + 4n$. **2– أ) مما سبق نجد :** $v_n = e^{3+4n}$ **و منه:** $v_{n+1} = e^{3+4n+4} = e^{3+4n} . e^4 = v_n . e^4$ **إذن** (v_n) **متتالية هندسية أساسها** e^4 . – **ب) المجموع :** $S_1 = \frac{2010}{2}(u_1 + u_{2010}) = 1005(7 + 8043)$ **و منه :** $S_1 = 8090250$ **لدينا:** $S_2 = v_1 + v_2 + ... + v_n = v_1 . \frac{1 - q^n}{1 - q}$ **و منه :** $S_2 = e^7 . \frac{1 - e^{4n}}{1 - e^4}$		5 ن

حل التمرين 2 — **5 ن**

1) الحساب :

$$p(-i\sqrt{2}) = (-i\sqrt{2})^4 - 2(-i\sqrt{2})^3 + 4(-i\sqrt{2})^2 - 4(-i\sqrt{2}) + 4$$

$$= 4 - 4i\sqrt{2} - 8 + 4i\sqrt{2} + 4 = 0$$

$$p(i\sqrt{2}) = (i\sqrt{2})^4 - 2(i\sqrt{2})^3 + 4(i\sqrt{2})^2 - 4(i\sqrt{2}) + 4$$

$$= 4 + 4i\sqrt{2} - 8 - 4i\sqrt{2} + 4 = 0$$

2) تعيين α, β, γ :

$$p(z) = (z^2 + 2)(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)$$

$$= \alpha z^4 + \beta z^3 + (2\alpha + \gamma) z^2 + 2\beta z + 2\gamma$$

بالمطابقة نجد : $\alpha = 1$; $\beta = -2$; $\gamma = 2$

3) حل المعادلة :

إما $Z^2 + 2 = 0$ **و منه:** $Z = i\sqrt{2}$ **أو** $Z = -i\sqrt{2}$

و إما $z^2 - 2z + 2 = 0$ **و منه:** $\Delta' = (i)^2$

و بالتالي: $Z = 1 + i$ **أو** $Z = 1 - i$

4) الشكل الأسي: $Z_1 = -i\sqrt{2} = \sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{2} i}$ ؛ $Z_2 = i\sqrt{2} = \sqrt{2}\, e^{\frac{\pi}{2} i}$

$Z_3 = 1 - i = \sqrt{2}\, e^{i\frac{-\pi}{4}}$ ؛ $Z_4 = 1 + i = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$

5) الحساب:

لدينا:
$$\ell = \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{1000} + \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{1000} + \left(\frac{z_3}{\sqrt{2}}\right)^{1000} + \left(\frac{z_4}{\sqrt{2}}\right)^{1000}$$

و منه:
$$\ell = \left(e^{\frac{-\pi}{2} i}\right)^{1000} + \left(e^{\frac{\pi}{2} i}\right)^{1000} + \left(e^{\frac{-\pi}{4} i}\right)^{1000} + \left(e^{\frac{\pi}{4} i}\right)^{1000}$$

و حسب موافر نجد:
$$\ell = e^{-500\pi i} + e^{500\pi i} + e^{-250\pi i} + e^{250\pi i}$$

$$\ell = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

حل التمرين 3 — **10ن**

I – تغيرات الدالة f :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$$

لدينا: $f'(x)=e^x - 1$ ؛ **إشارة** $f'(x)$ **هي:**

x	$-\infty$		0		$+\infty$
		$-$	0	$+$	

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	**0**	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

إذن من أجل كل x **من** $\mathbb{R}$ **لدينا:** $0<f(x)$.

II– 1) اتجاه تغير الدالة g **:**

لدينا: $$g'(x)=\frac{e^x - 1}{e^x - x}=\frac{f'(x)}{f(x)}$$

و حسب السابق ينتج أن:

g **متناقصة تماما على المجال** $]-\infty\,;0\,]$

g **متزايدة تماما على المجال** $[0\,;+\infty[$

–2) النهايات :

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=+\infty \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$$

3-) جدول التغيرات :

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f'(x)$	$-$ 0 $+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘ 0 ↗ $+\infty$

4-) لدينا :

$$g(x)=\ln e^{x}(1-x\,e^{-x})$$
$$=\ln e^{x}+\ln(1-x\,e^{-x})$$
$$=x+\ln(1-xe^{-x})$$

و بما أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(1-x\,e^{-x})=0$

فإن: $y=x$ معادلة مستقيم مقارب مائل للمنحنى في جوار $+\infty$.

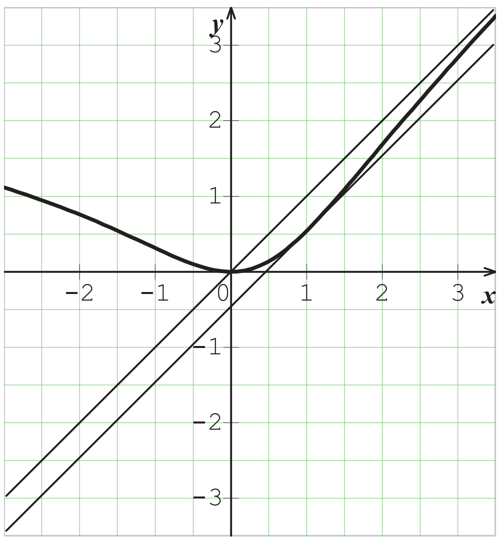
5-) المماس : من $g'(x)=1$ نجد: $\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}-x}=1$ و منه: $x=1$

إذن يوجد مماس (Δ) معامل توجيهه **1** و معادلته: $y=x-1+\ln(e-1)$

6-) لدينا:

$$g(1)=\ln(e^{1}-1)\quad;\quad g(-1)=\ln(e^{-1}+1)$$
$$g(2)=\ln(e^{2}-2)\quad;\quad g(-2)=\ln(e^{-2}+2)$$

الرسم:



7-) المناقشة :

لما $m<\ln(e-1)-1$: (D) لا يقطع (C_g)

لما $m=\ln(e-1)-1$: (D) يمس (C_g) في نقطة واحدة

لما $\ln(e-1)-1<m<0$: (D) يقطع (C_g) في نقطتين

لما $m>0$: (D) يقطع (C_g) في نقطة واحدة