

# إعتقادك هو أساس نجاحك

## امتحان بكالوريا تجربى رقم 8

### التمرين 01

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  المعادلة ذات المجهول  $z$  حيث:  $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$ .

2) أكتب الطول على الشكل المثلثي.

3) نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  التي لواحقها على الترتيب

$$z_C = -\sqrt{3} - i, z_A = \bar{z}_B \text{ و } z_B = \sqrt{3} + i$$

أ) عين  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$  حتى يكون الرباعي  $ABCD$  متوازي أضلاع

ب) كتب على الشكل الأسني الأعداد المركبة  $z_A, z_B$  و  $z_C$

ت) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد  $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_B}{2}\right)^n \times \left(\frac{z_C}{2}\right)^n$  حقيقي.

4) ليكن التحويل النقطي  $S$  الذي بكل نقطة  $M$  ذات اللاحة  $z$  ذات اللاحة  $M$  ذات اللاحة  $z'$  حيث  $z' = (1-i\sqrt{3})z - \sqrt{3} + 3i$

أ) تعرف على طبيعة التحويل  $S$  وأعط عناصره المميزة

ب) بين أن المجموعة  $(\Gamma)$  للنقط  $M$  والتي تتحقق  $(z-z_A)(\overline{z-z_A}) = z_C \cdot \overline{z_C}$  هي دائرة يطلب تعين مركزها ونصف قطرها

### التمرين 02

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس  $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقاط  $B(1; -2; 4), A(1; 1; 0)$  و  $C(-1; 0; 1)$

و المستوى  $(P)$  الذي معادلته:  $2x + y - z + 3 = 0$ .

1) ليكن  $\vec{n}$  الشعاع الناظمي للمستوى  $(P)$ .

أ) هل يوجد عدد حقيقي  $\alpha$  بحيث  $\overrightarrow{AB} = \alpha \vec{n}$ ? ماذا تستنتج؟

ب) بين أن التمثيل الوسيطي للمستوى  $(Q)$  الذي يمر بالنقطة  $A$  ويواري كل من  $\overrightarrow{AB}$  و  $\vec{n}$ .

(أي  $(\vec{n}; \overrightarrow{AB}; A)$  معلما له) هي الجملة:  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 3t + t' \\ z = 4t - t' \end{cases}$  حيث  $t$  و  $t'$  عددين حقيقيين.

ج) استنتاج معادلة ديكارتبية للمستوى  $(Q)$ ، وأن المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  متعمدان.

2) بين أن  $C$  نقطة مشتركة لمستويين  $(P)$  و  $(Q)$  وأن الشعاع  $(14; -11; 17)$  يعمد كل من  $\vec{n}$  و  $\vec{u}$  الشعاع الناظمي للمستوى  $(Q)$ .

الأستاذ مايو لخضر

### التمرين 03

نعتبر المتالية  $(u_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم كما يلي:  $u_1 = \frac{3}{2}$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{2} \left( u_n + \frac{2}{u_n} \right)$ . برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$  فإن  $u_n > 0$ .

أ. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$  يكون  $u_n > \sqrt{2}$ , ثم استنتج أن  $u_n > \sqrt{2}$ .  
ب. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$  يكون  $u_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{2} \frac{(u_n - \sqrt{2})^2}{u_n} \geq 0$ .

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$  فإن  $u_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{2} (u_n - \sqrt{2}) + \frac{1}{u_n} - \frac{1}{\sqrt{2}} \geq 0$ .

أ. برهن أنه مهما يكن العدد الطبيعي  $n$  غير معدوم فإن  $0 < u_{n+1} - \sqrt{2} < \frac{1}{2} (u_n - \sqrt{2})$ .  
ب. استنتج أن  $0 < u_n - \sqrt{2} < \left(\frac{1}{2}\right)^n (3 - 2\sqrt{2})$ .

5. بين أن المتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم أحسب نهايتها.

## التمرин 04

(I) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$  ولتكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في ممـمـم  $(O; i, j)$ .

1. تحقق أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  فإن  $\frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$ , ثم بين أن  $f$  دالة فردية.  
ب. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2. بين أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  فإن  $f'(x) = -\frac{1}{2} \left( \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ .

ب. أنشئ جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $[0, +\infty]$ .

3. استنتاج أن:  $\frac{2}{e^x + 1} - 1$  من أجل  $x$  من  $[0, +\infty]$ .

أ. أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 1 - \frac{1}{2}x$ , هو مستقيم مقارب لـ  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .  
ب. أنشئ  $(\Delta)$  على  $\mathbb{R}$ .

أ. أثبت أنه من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  فإن  $\int_{-1}^0 \frac{1}{e^x + 1} dx = \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$ , ثم استنتاج أن  $\frac{1}{e^x + 1} = 1 - \frac{e^x}{e^x + 1}$ .

ب. استنتاج مساحة الحيز المستوى المحصور بين المنحني  $(C_f)$  ومحور الفواصل والمستقيمين  $x=0$  و  $x=-1$ .

اللهم لا سهل إلا ماجعلته سهلا  
وأنت تجعل الحزن إن شئت سهلا