السنة الدراسية:2017-2018 الشعبة:3 رياضيات+3تقني رياضي

الإختبار9 في مادة الرياضيات المـــدة:04ساعات ونصف

على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نفرض الأعداد :

$a_n = 4\times10^n - 1$ ، $b_n = 2\times10^n - 1$ ، $c_n = 2\times10^n + 1$.

1) أ) أحسب a_n ، b_n وَ c_n من أجل n يساوي 1 ، 2 وَ 3 .

ب) ما هو عدد أرقام العددين a_n وَ c_n ؟ .

✓ بيّن أنّ العددين a_n وَ c_n يقبلان القسمة على 3 .

جـ) بيّن أنّ العدد b_3 أوّلي .

د) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $b_n \times c_n = a_{2n}$.

✓ إستنتج تحليلا إلى عوامل أوّلية للعدد a_6 .

ه) بيّن أنّ : $PGCD(b_n;c_n) = PGCD(c_n;2)$. ثمّ إستنتج أنّ b_n وَ c_n أوّليان فيما بينهما .

2) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $b_3x + c_3y = 1.....(1)$.

أ) برّر أنّ المعادلة (1) تقبل على الأقل حلاً .

ب) طبّق خوارزمية إقليدس على b_3 وَ c_3 لإيجاد حلا خاصا للمعادلة (1) .

ج) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1) .

التمرين الثاني:(04 نقط)

المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$(الوحدة $6cm$) . نعتبر التحويل f للمستوي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ ، حيث : $z' = ze^{i\frac{5\pi}{6}}$.

و لتكن النقطة M_0 ذات اللاحقة z_0 ، حيث : $z_0 = e^{i\frac{\pi}{2}}$.

وَ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $M_{n+1} = f(M_n)$ ، وَ نسمي z_n لاحقة النقطة M_n .

1) عيّن الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل f ، ثمّ علّم النقط : M_0 ، M_1 ، M_2 ، M_3 .

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $z_n = e^{i(\frac{\pi}{2}+n\frac{5\pi}{6})}$.

3) n وَ p عددان طبيعيان .برهن أنّ النقطتان M_n وَ M_p متطابقتان يكافئ $(n-p)\equiv 0[12]$

4) أ) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $12x - 5y = 3$ ، علما أنّ : $(4;9)$ حلاً خاصا لها .

ب) إستنتج مجموعة الأعداد الطبيعية n ، بحيث النقطة M_n تنتمي إلى نصف المستقيم $[ox)$.

التمرين الثالث:(05 نقط)

I) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;2]$ بـ: $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$

1-ادرس اتجاه تغير الدالة f 2- بين أنه اذا كان $x\in[1;2]$ فان : $f(x)\in[1;2]$

II) (u_n) و (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان بـ: $u_0=1$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$ و $v_0=2$ و $v_{n+1}=f(v_n)$

أ) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n فان:

$1\le u_n\le 2$ ، $1\le v_n\le 2$ ، $u_n\le u_{n+1}$ و $v_n\ge u_n$

ب) هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ برر اجابتك

1. بين أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$: $v_{n+1}-u_{n+1}=\frac{v_n-u_n}{(v_n+1)(u_n+1)}$ استنتج $v_{n+1}-u_{n+1}\le\frac{1}{4}(v_n-u_n)$

2. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n-u_n\le\left(\frac{1}{4}\right)^n$

استنتج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) لهما نفس النهاية l ، ثم اوجد قيمة مضبوطة للعدد l .

التمرين الرابع:(07 نقط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln(e^{2x}-e^x+\frac{1}{2})-2x$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)=\ln(1-e^{-x}+\frac{1}{2}e^{-2x})$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أحسب $g(-\ln 2)$ ، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.

II-نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln\left(2e^{2x}-2e^x+1\right)-\ln 2$ و (C_f) تمثيلها البياني

1) أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ماذا تستنتج ؟

ب)استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) بجوار $+\infty$ ، ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

2) أ) بين $f'(x)=e^{x-f(x)}(2e^x-1)$ حيث f' مشتق الدالة f .

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

3) أ) عين α فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل . ب) أرسم (Δ) و (C_f) .

4) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\ln(\frac{1}{2}e^{2x}-e^x+1)$ و (C_h) تمثيلها البياني.

أ) عين قيمة β التي تحقق $h(x)=f(x-\ln 2)+\beta$.

ب) إستنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) .