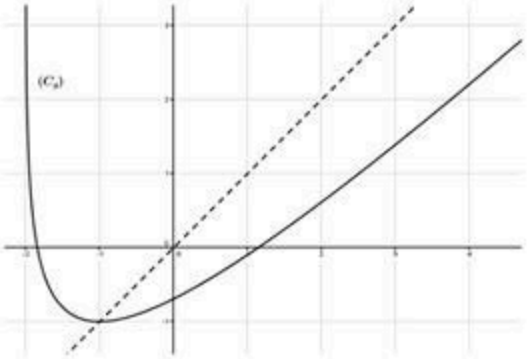
التمرين الأول:(04 نقط)



g الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي:
$g(x)=x-\ln(x+2)$ و المثلة بمنحنيها (C) في (الشكل المقابل)

1) احسب $g(-1)$، بقراءة بيانية حدد اتجاه تغير g

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:
$u_0=3$ و $u_{n+1}=g(u_n)$

أ) مثل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 مستعينا بـ(C)

ب) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \geq -1$

ج) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ، د) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، أحسب نهايتها

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي:
$$\begin{cases} v_0=0 \\ v_n=\ln\left[(u_0+2)(u_1+2)\cdots(u_{n-1}+2)\right], n\geq 1 \end{cases}$$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=3-u_n$ ، ب) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

التمرين الثاني:(04 نقط)

نعتبر العددين a و b حيث : $a=\sqrt{3}+i$ و $b=\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$

1-أ) تحقق أن : $b=(1+i)a$: ثم استنتج أن: $|b|=2\sqrt{2}$ و ان $\arg(b)=\frac{5\pi}{12}[2\pi]$

ب) إستنتج أن مما سبق: $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2) المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقطتين A و B واللتين لاحقتاهما a و b على الترتيب والنقطة C ذات اللاحقة c حيث $c=-1+i\sqrt{3}$.

أ- تحقق من أن : $c=ai$ ، واستنتج أن: $OA=OC$ و أن $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

ب-بيّن أن B هي صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OC}$. استنتج أن الرباعي OABC مربعا

التمرين الثالث:(05 نقط)

ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. لتكن النقط $A(2;1;1)$ ، $B(1;1;0)$ و $C(1;0;1)$

1. أحسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم $\cos A$ استنتج أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .
2. ما هي طبيعة المثلث ABC ؟ ، احسب مساحته .
3. بين أن الشعاع $\vec{n}(1;-1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم اكتب معادلة ديكارتية له .

4. من أجل كل عدد حقيقي m ليكن المستوي (P_m) الذي له معادلة ديكارتية :

$$(m+2)x+my+(2m+1)z+m+1=0$$

أ) بين أن كل المستويات (P_m) تحتوي مستقيم ثابت يطلب تمثيلا وسيطيا له .

ب) بين أن المستوي (ABC) هو احد المستويات (P_m) .

5. لتكن النقطة $D(2;0;0)$ ، بين أن $ABCD$ رباعي وجوه ثم احسب حجمه V .

6. ليكن سطح الكرة (S) الذي مركزه $E(\frac{3}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2})$ ويشمل D .

ا) بين أن (S) يشمل A و B .

ب) بين أن المستوي (ABC) يقطع (S) وفق الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

ج) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل E ويعامد (ABC) ، اكتب تمثيلا وسيطيا له .

د) عين إحداثيات I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

هـ) لتكن F نظيرة D بالنسبة إلى I بين أن حجم رباعي الوجوه $ABCF$ هو V .

التمرين الرابع:(07 نقط)

I -نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(2-x)e^x+2$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2)بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا α حيث: $2.2<\alpha<2.3$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{e^x+2x}{e^x+2}$.نسمي (C_f) تمثيلها البياني.

1) أ)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=\dfrac{1+2xe^{-x}}{1+2e^{-x}}$ ثم احسب نهاية الدالة f عند $\pm\infty$

ب)جد $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-x)$ ،استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين،محددا وضعية كل منهما و (C_f)

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$.

ب) إستنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) نقبل أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحدا β على المجال $]-0.4;-0.3[$.

• بين أن معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة التي ترتيبها 0 هي: $y=x-\beta$.وبين أن $f(\alpha)=\alpha-1$.

3) أرسم كل من المستقيمين المقاربين (C_f).

III- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=0$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

1) مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\beta<u_n\le 1$.

ب) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n).ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها.