الإختبار 8 في مادة الرياضيات المــــدة:04ساعات ونصف

على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

1. أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1885 ، 580
2. α عدد صحيح . نعتبر المعادلة $1885x - 580y = \alpha ...... (1)$
 - أوجد الشرط اللازم و الكافي الذي يحققه α حتى تقبل المعادلة (1) حلولا في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$
3. نفرض فيما يلي أن: $\alpha = 1305$ - حل المعادلة (1)
 - أوجد الحلول (x, y) بحيث يكون العدد x قاسما للعدد y.

التمرين الثاني : :(05نقط)

نفترض أن لدينا ثلث أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3 فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متمثلة ولانميز بينها في اللمس) . نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية .

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث
2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.
3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.إذا كانت الكريتان المسحوبتان حمراوين يربح الاعب 13 دج و إذا كانت الكريتان المسحوبتان سوداون يخسر الاعب 16 دج أما إذا كانت الكريتان المسحوبتان من لونين مختلفين يربح الاعب 3 دج .ليكن X المتغير العشوائي لهذه اللعبة

أ-عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X.ب-جد الأمل الرياضي لهذه اللعبة،هل اللعبة عادلة؟

جـ- أحسب التباين $V(X)$ و الإنحراف المعياري $\delta(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمرين الثالث :(04 نقط)

1) (U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث : $\ln U_1 + \ln U_5 = -12$ و $\ln U_2 - \ln U_4 = 4$

*عين أساسها وحدها الأول U_0، ثم أكتب U_n بدلالة n

* نضع $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$ أحسب S_n بدلالة n ثم نهاية S_n لما تؤول n إلى $+\infty$

2) (V_n)المتتالية العددية المعرفة كمايلي: مهما يكن العدد الطبيعي n فإن : $V_n = \ln U_n + \ln U_{n-1}$

* بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعين أساسها.

نضع $T_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $T_n^2 = 2^{2020}$

التمرين الرابع:(07.5 نقط)

I- لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) احسب $g'(x)$ حيث g' مشتقة الدالة g ، حدد إشارته ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II- f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(0) = 0$ و من أجل كل $x > 0$: $f(x) = x^2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$.

و (C_f) منحناها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$

1) ا) اثبت أن f مستمرة عند 0 عن اليمين.

ب) ادرس اشتقاق f عند 0 عن اليمين ، فسّر النتيجة هندسيا .

2) اثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ (ملاحظة :يمكن وضع $t = \frac{1}{x}$) .

3) احسب $f'(x)$ و تحقق أن $f'(x) = x.g(x)$.ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) نقبل أن $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x) - x) = -\frac{1}{2}$ ماذا تستنتج بالنسبة إلى (C_f) ، ارسم (C_f) .

5) من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $]0;1]$ نضع : $I(t) = \int_t^1 x^2\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)dx$.

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $I(t)$ (لاحظ أن : $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$)

ب) أحسب $\lim\limits_{t \xrightarrow{>} 0} I(t)$.

6) من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: f_n الدالة المعرفة بـ: $f_n(0) = 0$ ومن أجل كل $x > 0$ ، $f_n(x) = x^n\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

أ) أدرس، حسب قيم n إستمرارية الدالة f_n عند 0 عن اليمين.

ب) أدرس، حسب قيم n قابلية الإشتقاق للدالة f_n عند 0 عن اليمين.