التمرين الأول:(05 نقط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1.) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $\left(z^2-2+i2\sqrt{3}\right)\left(z^2-8\sqrt{3}z+64\right)=0$.

2.) B،A نقطتان من المستوي لاحقتاهما $z_A=4\sqrt{3}-4i$ و $z_B=4\sqrt{3}+4i$ على الترتيب.

أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسي.ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ب-عين لاحقة D صورة النقطة C بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$ علما أن $z_C=-\sqrt{3}+i$

3.) لتكن G مرجح الجملة $\{(O;-1),(D;1),(B;1)\}$

أ-) تحقق أن G موجودة و احسب لاحقتها z_G ب-)أنشئ النقط B،A ، D،C و G.

عين المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي حيث : $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MO}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MG}\right\|$

جـ-) أحسب العدد المركب $\frac{z_G-z_C}{z_D-z_C}$ ثم استنتج أن النقط C، D و G في إستقامية.

و أن G صورة النقطة D بتحويل نقطي H يطلب تعين طبيعته و عناصره المميزة .

د) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z_G-z_C}{z_D-z_C}$ عددا حقيقيا موجبا تماما .

4.) عيّن النقطة F حتى يكون الرباعي ACGF معين و أحسب مساحته .

التمرين الثاني : :(05 نقط)

$(U_n)_{n\in N}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث: $U_0=1$ و $\ln U_1+\ln U_2=-3\pi$

أ)عين أساس هذه المتتالية ، وأحسب U_n بدلالة n .

ب) نسمي P_{n+1} المجموع : $U_0+U_1+......+U_n$.أحسب P_{n+1} بدلالة n ، ثم جد $\lim_{n\to+\infty}(P_{n+1})$

2) $(V_n)_{n\in N}$ المتتالية العددية المعرفة كمايلي: $V_n=\ln(U_n)$

أ) بين أن $(V_n)_{n\in N}$ متتالية حسابية يطلب تعين أساسها .

ب) نسمي S_{n+1} المجموع : $V_0+V_1+......+V_n$.أحسب S_{n+1} بدلالة n، ثم بين أن $\sin(S_{n+1})=0$

3- أ) نسمي π_{n+1} الجداء : $U_0\times U_1\times......\times U_n$ ، أحسب π_{n+1} بدلالة n

ب) عين الحد U_p بحيث يكون : $\pi_{p+1}=e^{-6\pi}$

التمرين الثالث :(10 نقط)

1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $3x-2y=1$ ....(E)

2)ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم . أ) بين أن الثنائية $(14n+3;21n+4)$ حلا للمعادلة (E).

ب) إستنتج أن العددين $14n+3$ و $21n+4$ أوليان فيما بينهما .

3) ليكن d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين $2n+1$ و $21n+4$.

أ) بين أن $d=1$ أو $d=13$. ب) بين أن $n\equiv 6[13]$ يكافئ $d=13$.

4) من أجل كل عدد طبيعي n و $n\geq 2$ نضع :

$A=21n^2-17n-4$ و $B=28n^3-8n^2-17n-3$.

أ) بين أن A و B قابلان للقسمة على $(n-1)$ في المجموعة $\mathbb{Z}$.

ب) حدد حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

التمرين الرابع:(06 نقط)

I- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $1-\frac{1}{e^x+1}=\frac{1}{1+e^{-x}}$. ثم بين أن f دالة فردية .

2. احسب: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3. أ) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ثم استنتج جدول تغيرات f على $\mathbb{R}^+$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x، $1-\frac{2}{e^x+1}\leq\frac{1}{2}x$.

4. احسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

5. ارسم المستقيم (Δ) الذي معادلة له $y=-\frac{1}{2}x+1$ والمنحنى (C_f).

6. أ) بين أن الدالة $x\mapsto \ln(e^{-x}+1)$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto -\frac{1}{e^x+1}$ على $\mathbb{R}$.

ب) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين الذين معادلتهما على الترتيب، $x=-1$ و $x=0$.

II- (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$.

1. إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>0$ بين أن $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$.

2. استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$.

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$.