على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11

استنتج باقي قسمة العدد : $2015^{10n+4}-10\times1434^{31}$ على 11

2) عين الأعداد الصحيحة x التي تحقق : $x^2+2x+9\equiv 0[11]$

استنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد: $5\times9^{4n+1}+2^{2n+1}-2$ مضاعفا للعدد 11

3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $17^{4n+1}+3\times9^{2n}$ يقبل القسمة على 5 .

استنتج باقي القسمة على 55 للعدد : $187\times17^{4n}+11\times3^{4n+1}+60\times4^{5n-1}$

التمرين الثاني:(04 نقط)

1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;6[$ كما يأتي : $f(x)=\dfrac{9}{6-x}$ و (C_f) منحني الدالة f

- أدرس تغيرات الدالة f ، ثم أرسم (C_f) .

2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=-3$ و $n\in\mathbb{N}$ ولدينا : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ- باستخدام (C_f) و المستقيم ذي المعادلة $y=x$ ، مثل u_0 و u_1 و u_2 على حامل محور الفواصل

ب- خمن إتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n) .

3 -أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n<3$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ب- إستنتج أن (u_n) متقاربة و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{1}{u_n-3}$.

أ- أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج من جديد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

التمرين الثالث:(05 نقط)

تحتوي علبة على 3 كرات حمراء تحمل الأرقام : 2;1;1 وَ كرتين بيضاوين تحملان الرقمين : 2;1

1) نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من العلبة ، و نعتبر الحادثتين :

A : " الكرتان المسحوبتان حمراوان " .

B : " الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين مجموعهما عدد زوجي " .

أ) أحسب الإحتمالات التالية : $p(A)$ ، $p(B)$ ، $p(A\cap B)$ ، $p(\overline{A\cup B})$.

ب) هل الحادثتان A وَ B مستقلتان ؟ .

ج) إذا كانت الكرتان المسحوبتان حمراوين ، فما هو إحتمال أن يكون مجموع رقميهما زوجي ؟

د) ما هو إحتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان مختلفتي اللون وَ الرقم ؟ .

II) التجربة التالية تقتضي سحب كرتين على التوالي وَ بدون إرجاع .

نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق كل سحب بمجموع الرقمين المحصل عليهما .

1) أكتب قانون إحتمال X .

2) أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\ln(1+e^{-x})+\frac{1}{3}x$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

I) 1) أ) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{3}x$ مقارب مائل لـ (C_f) .

ج) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

د) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\ln(e^x+1)-\frac{2}{3}x$.

❖ إستنتج نهاية f عند $-\infty$ ، وَ المقارب المائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

2) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{e^x-2}{3(e^x+1)}$ ، ثمّ استنتج تغيّرات الدالة f .

II) n عدد طبيعي غير معدوم ، نسمي A_n المساحة بـ $(u.a)$ للحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) وَ المستقيم (Δ)، وَ المستقيمين اللذين معادلهما : $x=0$ وَ $x=n$.

1) برّر أنّ: $A_n=\int_0^n \ln(e^{-x}+1)dx$.

2) نقبل أنّ من أجل كل عدد حقيقي x : $\ln(1+e^{-x})\leq e^{-x}$.

❖ بيّن من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$ فإنّ : $A_n\leq 1$ ، هل المتتالية (A_n) متقاربة

III) (T) هو المماس للمنحي (C_f)عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

1) ما هو معامل توجيه المماس (T) ؟ .

2) أنشئ كلا من(T) وَ المنحني (C_f) .

3) M وَ N نقطتان من المنحني (C_f) فاصلتاهما غير معدومتين و متعاكستان .

❖ بيّن أنّ المستقيم (MN) يوازي (T) .