الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

كيس A يحتوي على 6 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 4 ، 4 وَ كيس B يحتوي على 4 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 4 .

نسحب قريصة رقمها x من الكيس A ثم قريصة رقمها y من الكيس B.

1/ احسب احتمال الحصول على رقمين متساويين $(x = y)$

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل ثنائية $(x ، y)$ العدد x^y .

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم بين أن : $P(X=4)=\frac{5}{24}$ واحسب : $P(X\leq 4)$

ب-عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم تحقق أن أمله الرياضي يساوي $\frac{209}{8}$

التمرين الثاني:(04 نقط)

1. عين العددين المركبين z و z' اللذين يحققان الجملة التالية : $\begin{cases} 2z+iz'=\sqrt{3}+i \\ z\sqrt{3}-z'=4 \end{cases}$

2. ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

A و B نقطتان حيث $z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_B=2e^{i\frac{2\pi}{3}}$

أ) أكتب كل من z_A ، z_B و z_A+z_B على الشكل الجبري .

ب) بين أن $z_A+z_B=2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$.

ج) إستنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\frac{5\pi}{12}$ ، $\sin\frac{5\pi}{12}$.

3. أ) أحسب $\frac{z_B}{z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

ب) إستنتج العناصر المميزة للتشابه T الذي مركزه A ويحول النقطة B إلى النقطة O .

التمرين الثالث:(04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقاط:

$A(1;1;0)$ ، $C(-1;0;1)$ $B(1;-2;4)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $2x+y-z+3=0$.

1) ليكن $\vec{n}$ الشعاع الناظمي للمستوي (P).

أ) هل يوجد عدد حقيقي α بحيث $\overrightarrow{AB}=\alpha\vec{n}$ ؟ ماذا تستنتج ؟

ب) بين أن التمثيل الوسيطي للمستوي (Q) الذي يمر بالنقطة A ويوازي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{n}$

(أي $(A;\overrightarrow{AB};\vec{n})$ معلما له) هي الجملة : $\begin{cases} x = 1+2t' \\ y = 1-3t+t' \\ z = 4t-t' \end{cases}$ حيث t و t' عددين حقيقيين.

جـ) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (Q)، و أن المستويين (P) و (Q) متعامدان.

2)بين أن C نقطة مشتركة لمستويين (P) و (Q) و أن الشعاع $\vec{u}(14;-11;17)$ يعامد كل من $\vec{n}$ و $\vec{n'}$ الشعاع الناظمي للمستوي (Q).

3)استنتج التمثيل الوسيطي للمستقيم (D') المسقط العمودي للمستقيم (AB) على (P)

التمرين الرابع:(07 نقط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2\left(1-e^{-x}\right) - x$

1)أدرس تغيرات الدالة g .

2) بيَن أن للعادلة $g(x)=0$ حلين في $\mathbb{R}$ أحدهما معدوم و الأخر α حيث : $\ln 4 < \alpha < \ln 6$

3) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{1-e^x}{x^2}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أثبت أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2} = +\infty$ (يمكن وضع $x=2t$) .ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ ثم فسَر النتائج هندسيا

3) أ- تحقق أن : $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha(\alpha-2)}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب- بيَن أن f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ و أنه لكل $x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \dfrac{e^x.g(x)}{x^3}$

جـ - أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكَل جدول تغيرات الدالة f .

4) أنشئ المنحني (C_f) في المجالين $]-\infty;0[\cup]0;5]$

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 2\left(1-e^{-u_n}\right)$

أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le \alpha$

ب-بيَن أن :لكل $n\in\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n = g(u_n)$

جـ- بيَن أن المتتالية (u_n) متزايدة .

د- إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم أحسب نهايتها .