

على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقط)

1 I) α و β عددان طبيعيين أوليان فيما بينهما. - عيّن α و β حيث: $\alpha^2 - 19 = 35\beta$

2) لتكن u_n متتالية هندسية حده الأول u_0 وأساسها r حيث u_0 و r عددان طبيعيين أوليان فيما بينهما و $u_0 < r$.

أ) أوجد u_0 و r حتى يكون: $35u_0^2 + 19u_1 - u_0r^3 = 0$

ب) نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. أوجد الأعداد الطبيعية n حتى يقبل S_n القسمة على 30

التمرين الثاني: (05 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

1) لتكن التقطتان $A(2-5i)$ ، $B(7-3i)$ المثلث OAB قائم ومتساوي الساقين.

2) مجموعة النقاط M ذات اللاحقة z حيث: $|z-i| = |z+2i|$ هي مستقيم يوازي محور الفواصل.

3) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، العدد المركب $(3+i\sqrt{3})^{3n}$ تخيلي صرف.

4) إذا كانت $\frac{\pi}{2}$ عدة للعدد المركب غير المعدوم z فإن $|z+i| = 1+|z|$.

5) عدد مركب غير معدوم ، إذا كان $|z|=1$ فإن $z^2 + \frac{1}{z^2}$ عدد حقيقي

التمرين الثالث: (04 نقط)

صندوق يحتوي على خمس كرات متشابهة لانفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :

كرتين خضراوين و 3 كرات بيضاء . يرمي لاعب قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة .

إذا تحصل على وجه F ، يسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق ،

وإذا تحصل على ظهر P يسحب كرتين على التوالي وبارجاع أي يعيد الكرة المسحوبة إلى

الصندوق قبل السحب الموالي . نعتبر الحادثين A : "الحصول على كرتين بيضاوين"

B : "الحصول على كرة خضراء على الأقل"

1) بين أن احتمال الحدث A هو $P(A) = \frac{33}{100}$ ثم أحسب $P(B)$ احتمال الحدث B .

3) يدفع اللاعب m ديناراً حيث m عدد حقيقي موجب ، إذا كانت الكرة المسحوبة خضراء يربح 100 دينار أما إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء يخسر 40 دينار ، نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل مخرج الربح الصافي المحصل عليه من طرف اللاعب .
أ) عين قيم المتغير العشوائي Y .

ب) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي Y . ثم عين قيمة m حتى تكون اللعبة عادلة .
التمرين الرابع: (07 نقط) .

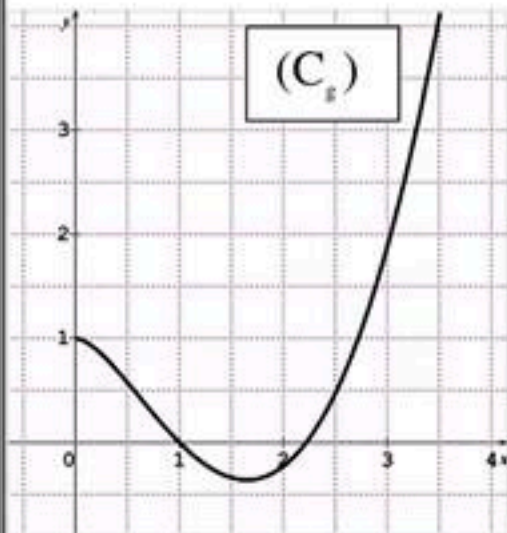
نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$ وليكن (C_f) المنحنى

البياني الممثل للدالة f في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ الوحدة 2cm .
1-1) بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f =]0; e[\cup]e; +\infty[$.

2-1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow e^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow e^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانياً .

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده .

ج) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانياً. (لاحظ : $x(1-\ln x) = x - x \ln x$)



3-1) أ) بين أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$.

ب) بين أن الدالة f متناقصة على المجال $]0; 1]$ و متزايدة على كلا من المجالين $]1; e[$ و $]e; +\infty[$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f .

II) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي :

$g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$ و المنحنى الممثل لها (أنظر الشكل)

1) أ) حدد بيانياً عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$.

ب) نعطي جدول القيم التالية: بين أن المعادلة

$g(x) = 0$ تقبل حلاً α بحيث $2,2 < \alpha < 2,3$

2-1) أ) تحقق من أنه من أجل كل x من D_f : $f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

ب) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتهما 1 و α

ج) حدد إشارة $g(x)$ انطلاقاً من المنحنى (C_f) على المجال $]1; \alpha$

بين $f(x) - x \leq 0$ من أجل كل x من $]1; \alpha$.

3) أنشئ في نفس المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .