إختبار 1 في مادة الرياضيات المـــدة: 04ساعات ونصف

على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E).....32x-7y=185$.

1) بين أنه من أجل كل حل $(x;y)$ للمعادلة (E) : $4x\equiv 3[7]$.

2) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

3) n عدد طبيعي يكتب $\overline{2\alpha 8\beta}$ في النظام ذي الأساس 9 و يكتب $\overline{5\alpha\beta\beta}$ في النظام ذي الأساس 7

أ) عين العددين α و β . ب) أكتب n في النظام العشري .

4. أ) تحقق أن العدد 2017 أولي .

ب) عين العدد الطبيعي a بحيث يكون العدد (a^2-2017) مربعا لعدد طبيعي يطلب تعيينه

التمرين الثاني:(04 نقط)

n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 .علبة تحوي n كريه بيضاء و 3 كريات سوداء .

نسحب من هذه العلبة كريتين في آن واحد.

1) أحسب بدلالة n احتمال سحب :

أ) كريتين من لونين مختلفين.

ب) كريتين بيضاوين.

جـ) على الأقل كريه سوداء.

2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.

أ) عين القيم التي يأخذها X .

ب) عين بدلالة n قانون احتمال X ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

جـ) عين قيمة العدد الطبيعي n التي تحقق : $E(X)=1$.

التمرين الثالث:(05 نقط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+4=0$.

2. ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=1-i\sqrt{3}$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=(1+\sqrt{3})+i(1-\sqrt{3})$

أ) أكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسّي ، ثم أثبت أن : $\dfrac{z_A}{z_C}=\dfrac{1-i}{2}$.

ب) إستنتج شكل أسّي للعدد z_C وأن A صورة C بواسطة تشابه مباشر S حدد عناصره المميزة .

3. من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر النقطة M_n صورة العدد المركب z_n و $M_{n+1}=S(M_n)$.

أ) نضع $z_0=4$: أثبت أن المثلث OM_0M_1 قائم ومتقايس الساقين .

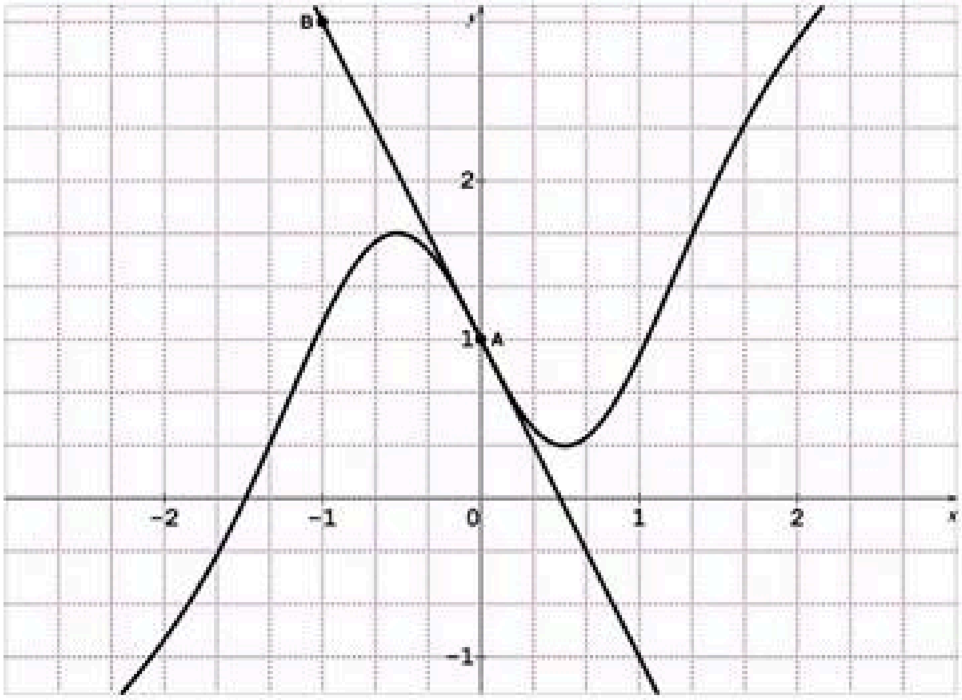
ب) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $r_n=|z_n|$ اثبت أن المتتالية (r_n) هندسية حدد أساسها .

جـ) أثبت انه من أجل كل عدد طبيعي n : $r_n=M_{n-1}M_n$.

د) ليكن المجموع: $S_n=M_0M_1+M_1M_2+...+M_{n-1}M_n$ اكتب (S_n) بدلالة n ، ما هي نهاية (S_n)

التمرين الرابع: (07 نقط)

في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقطتين $A(0;1)$ و $B(-1;3)$ و المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة f القابلة للإشتقاق والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+1+axe^{-x^2}$ حيث $a\in\mathbb{R}$



1- أ) بين أن المنحنى (C) يشمل النقطة A .

ب) عين معامل توجيه المستقيم (AB).

جـ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=1-a(2x^2-1)e^{-x^2}$

د) عين العدد a بحيث يكون المستقيم (AB) مماسا لـ (C) في A

2- من السؤال السابق ، من أجل كل عدد حقيقي x :

$f(x)=x+1-3xe^{-x^2}$ و $f'(x)=1+3(2x^2-1)e^{-x^2}$.

أ) بين أنه من أجل كل: $x\in[-1;0]$: $f(x)>0$. و $x\in]-\infty;-1]$: $f'(x)>0$.

ب) بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $c\in\left[-\frac{3}{2};-1\right]$ حيث: $f(c)=0$ ، تحقق أن $c<-\frac{3}{2}+2\times10^{-2}$

3- عين دالة أصلية للدالة $x\to xe^{-x^2}$ على المجال $[-1;1]$ ثم أحسب مساحة الحيز المستوي والمحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=x+1$ و $x=-1$ و $x=1$