التمرين الأول:(04 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير :

1) من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $(2^{2n}-1)$ يقبل القسمة على 3 .

2) إذا كان العدد الصَحيح x حلاً للمعادلة $x^2+x\equiv 0[6]$، فإنَ : $x\equiv 0[3]$.

3) المعادلة : $25x-30y=47$ ، تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

4) توجد ثنائية وحيدة $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية حيث: $a<b$ وَ $PPCM(a,b)-PGCD(a,b)=1$

5) مهما يكن العدد الطبيعي n : $PGCD(14n+21;21n+14)=7$.

6) العددان M و N مكتوبان في النظام العشري على الشكل : $M=\overline{abc}$ ، $N=\overline{bca}$:

✓ إذا كان M يقبل القسمة على 27 فإنَ : $(M-N)$ يقبل القسمة على 27 أيضا .

7) يوجد نظام تعداد أساسه a بحيث العدد 2018 يكتب : $\overline{21312}^{(a)}$.

التمرين الثاني:(04 نقط)

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}$.

1) أ- أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 ، ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n\succ 1$.

ب-بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.ثم استنتج أن (u_n) متقاربة ، واحسب نهايتها.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n^2-1$

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $2v_{n+1}=v_n$.

ب- إستنتج أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

جـ- أكتب بدلالة n ، كلا من v_n و u_n ، ثم أحسب من جديد $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

3) احسب بدلالة n كلا من المجاميع التالية :

$S_n=u_0^2+u_1^2+....+u_n^2$ ، $T_n=v_0+2v_1+....+2^n v_n$ و $L_n=\ln v_0+\ln v_1+....+\ln v_n$

التمرين الثالث:(05 نقط)

الفضاء المزود بالمعلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ المتعامد والمتجانس، نعتبر النقط $A(1;0;-2)$ ، $B(3;1;0)$ ، $C(1;0;1)$

1. أكتب معادلة لسطح الكرة (S) التي مركزها A و تشمل النقطة B .

2. لتكن مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء بحيث : $\begin{cases} x+2z-3=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$

- بين أن (Δ) مستقيم من الفضاء شعاع توجيهه $\vec{u}(-2;-1;1)$ ويشمل النقطة B

3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A و يعامد المستقيم (Δ) .

4. أ- عين احداثيات نقطة تقاطع المستوي (P) و المستقيم (Δ) .

ب- أحسب بعد النقطة A عن المستقيم (Δ). ثم استنتج أن (Δ) يقطع سطح الكرة (S) في نقطتين

5. t عدد حقيقي و G مرجح الجملة $\{(B,e^t),(C,1)\}$. بين أن : $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{1+e^t}\overrightarrow{BC}$

- شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(t)=\frac{1}{1+e^t}$.

- إستنتج مجموعة النقط G عندما يتغير t في $\mathbb{R}$ هي القطعة $[BC]$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

الجزء الأوّل :نعتبر الدالة g المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\ln(x+2)-\ln x-\frac{2}{x+2}+\frac{1}{4}$.

1) أحسب كلا من : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

3) إستنتج إشارة $g(x)$ من أجل $x\in]0;+\infty[$.

4) بيّن أنه من أجل كل x من $[2;3]$ يكون : $g(x)<\frac{1}{2}$.

الجزء الثاني : f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـــ : $\begin{cases} f(x)=x\ln(\frac{x+2}{x})+\frac{x}{4}+\frac{1}{2};(x>0) \\ f(0)=\frac{1}{2} \end{cases}$.

(C) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x\ln(\frac{x+2}{x})$. ثمّ بيّن أنّ الدالة f مستمرة عند 0 .

2) هل الدالة f تقبل الإشتقاق عند 0 ؟ . أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة المحصّل عليها .

3) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، تحقّق أنّ : $f'(x)=g(x)$.

4) أ) علما أنّ : $\lim\limits_{h\to0}\frac{\ln(h+1)}{h}=1$ ، برهن أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln(\frac{x+2}{x})=2$.

ب) إستنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ج) بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=\frac{x}{4}+\frac{5}{2}$ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$.

5) شكّل جدول تغيّرات الدالة f ، ثمّ أرسم كلا من (Δ) وَ (C) .