

على كل مرشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين  
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقط)

1) نعتبر المتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 6 \end{cases}$$

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = 9 \times 2^n - 6$ .

2) برهن أنه من أجل كل  $n \geq 1$  :  $u_n$  يقبل القسمة على 6.

3) نضع من أجل  $n \geq 1$  :  $v_n = \frac{u_n}{6}$ .

- هل الجملة التالية صحيحة؟ . " من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  ،  $v_n$  هو عدد أولي ."

أ) بيّن أنه من أجل كل  $n \geq 1$  :  $v_{n+1} - 2v_n = 1$ .

ب) استنتج أنه من أجل  $n \geq 1$  :  $v_n$  و  $v_{n+1}$  أوليان فيما بينهما.

ج) استنتج القاسم المشترك الأكبر لـ  $v_n$  و  $v_{n+1}$  ، من أجل كل  $n \geq 1$ .

5) أ) تتحقق أن :  $2^4 \equiv 1 [5]$ .

ب) استنتج أنه إذا كان  $n = 4k + 2$  ، فإن  $v_n$  يقبل القسمة على 5.

ج) هل  $v_n$  يقبل القسمة على 5 من أجل القيم الأخرى للعدد الطبيعي  $n$ ؟ .

التمرين الثاني: (04 نقط)

زهرة نرد مكعبه الشكل وجوهها مرئية بالأرقام من 1 إلى 6 .  $p_k$  هو احتمال الحصول على الرقم  $k$  ،  $(1 \leq k \leq 6)$ . هذه الزهرة مغشوشة بحيث :

✓ الأعداد :  $p_1 , p_2 , p_3 , p_4 , p_5 , p_6$  تشكل هذا الترتيب متالية حسابية أساسها  $r$ .

✓ والأعداد :  $p_1 , p_2 , p_4$  تشكل هذا الترتيب متالية هندسية أساسها  $q$ .

1) برهن أن :  $p_k = \frac{k}{21}$  ، من أجل  $1 \leq k \leq 6$ .

2) نرمي هذه الزهرة مرة واحدة ، ونعتبر الحوادث التالية :

❖ A : "العدد المحصل عليه زوجي".

❖ B : "العدد المحصل عليه أكبر من أو يساوي 3".

❖ C : "العدد المحصل عليه 3 أو 4".

أ) أحسب احتمال كل حادثة.

ب) أحسب احتمال الحصول على عدد أكبر من أو يساوي 3 ، علماً أنه زوجي.

ج) الحادستان :  $A$  و  $B$  هل هما مستقلتان؟ . الحادستان :  $A$  و  $C$  هل هما مستقلتان؟ .

التمرين الثالث: (05 نقط)

(u<sub>n</sub>) المتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 2$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = u_n + 4n$  ،

1) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معروف  $n$  ،  $u_n \geq n$  ، استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

2) (v<sub>n</sub>) المتالية المعرفة بـ:  $v_n = u_n - 4n + b$  حيث  $b$  عدد حقيقي .

أ) عين  $b$  حتى تكون (v<sub>n</sub>) متالية هندسية يطلب تعين اساسها و حدتها الاولى

ب) أكتب  $v_n$  بدلة  $n$  ثم استنتاج  $u_n$  بدلة  $n$  . ج) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3) نضع،  $S'_n = S_n + (n+1)(2n-8)$  و  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  ثم بين أن ،

التمرين الرابع: (07 نقط)

أولاً-  $g(x) = x + 1 + \ln x$  على المجال  $[0; +\infty]$  بـ:

1) أحسب نهاية الدالة  $g$  عند  $0$  و  $+\infty$  .

2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  و شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حالاً وحيداً محصوراً بين  $0,2$  و  $0,3$  ، ثم استنتاج إشارة  $g'(x)$

ثانياً-  $h(x) = x \ln x + \frac{1-x^2}{2}$  على المجال  $[0; +\infty]$  بـ:

1) أحسب كلاً من:  $h'$  و  $h''$  .

2) أدرس تغيرات الدالة  $h'$  ، ثم عين إشارة  $h'(x)$  .

3) استنتاج تغيرات ثم إشارة الدالة  $h$  .

ثالثاً-  $f$  دالة معرفة على المجال  $[0; +\infty]$  كما يلي :

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}; \dots \quad (x > 0) \end{cases}$$

ـ (C) هو المنحني الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد و متجانس  $(0; i; j)$  ، وحدته (4 cm)

ـ (1) بين أن الدالة  $f$  مستمرة عند  $0$  .

ـ (2) أحسب:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  . ماذا تستنتاج بالنسبة للدالة  $f$ ؟ . فسر النتيجة هندسياً .

ـ (3) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  .

ـ (4) أحسب  $f'$  الدالة المشقة للدالة  $f$  و ادرس إشارتها ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

ـ (5) بين أن:  $f(\alpha) = -\alpha$  .

رابعاً- نضع من أجل كل  $x > 0$  :  $\varphi(x) = f(x) - \ln x$  .

ـ (1) أحسب نهاية  $\varphi(x)$  عند  $+\infty$  ، ثم أدرس إشارة  $\varphi$  على  $[0; +\infty]$  . فسر النتائج هندسياً .

ـ (2) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند القطة ذات الفاصلة 1 .

ـ (3) أدرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى (T) .

4) أرسم منحني المايس (T) و المنحني (C).

5) ناقش بيانياً و حسب قيم الوسيط المعاadleة:  $f(m) = f(x)$ .