الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04.5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-i)(z^2-2\sqrt{3}z+7)=0$

2) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $Z_A=i$ ، $Z_B=\sqrt{3}+2i$ و $Z_B=-1+i$

أ) بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$ حقيقي .استنتج أن العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^{1438}$ تخيلي صرف.

ب) علم النقط A ، B و C .

3) (d) مجموعة النقط M ذات الاحقة Z حيث : $Z=-1+i+ke^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $k\in\mathbb{R}^+$

أ) عين المجموعة (d) .

ب) نضع: $Z=x+iy$.بين أن : $\sqrt{3}x-3y+\sqrt{3}+3=0$ مع $(y\geq 1)$، هي معادلة ديكارتية للمجموعة (d).

ج) أثبت انه من اجل كل k موجب المستقيم (AB) يوازي (d) .

- إستنتج أن مساحة المثلث ABM .

د) عين لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

4) نعتبر التحويل النقطي T_1 الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث : $\overrightarrow{CM'}=2\overrightarrow{CM}$ و التحويل T_2 الذي يرفق بكل نقطة M ذات الاحقة Z النقطة M' ذات الاحقة Z' حيث: $\frac{Z'-Z_C}{Z-Z_C}=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$.

أ) عين طبيعة والعناصر المميزة لكل من T_1 و T_2 .إستنتج طبيعة و العناصر المميزة للتحويل $T_1\circ T_2$.

ب) أكتب العبارة المركبة لكل من T_1 و T_2

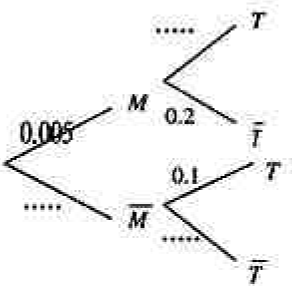
ج) أحسب العدد : $\frac{Z_D-Z_C}{Z_A-Z_C}$ ، إستنتج أن D صورة A بالتحويل S .

التمرين الثاني:(03.5 نقاط)

اختر الإجابة الصحيحة الوحيدة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير :

I. 1) A و B حادثتان و P احتمال حيث : $P(A)=0.4$ ، $P(B)=0.5$ و $P(\overline{A\cup B})=0.35$.قيمة $P(A\cap B)$ هي: أ) **0.25** ب)**0.55** ج)**0.9**

II. إليك شجرة الاحتمالات التالية :



أ) $P_T(M)=0.001$ ب) $P_T(M)=0.039$ ج) $P_T(M)=0.796$

I. في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط :

$A(-9;-4;-1)$ ، $B(1;8;1)$ ، $C(1;1;7)$ و $D(-1;-1;1)$

(d) مستقيم معرف كما يلي: $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-8+3t \\ z=t \end{cases}$;$(t\in\mathbb{R})$.

1) M نقطة من (d) المسافة AM^2 معرفة بدلالة t بالدالة f حيث :

أ) $f(t)=14t^2-14t+21$ ب) $f(t)=14t^2+14t+21$ ج) $f(t)=14t^2-14t-21$

2)

أ) الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ب) الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ ج) الدالة f ليست رتيبة على $\mathbb{R}$

3) أ) $d(A,(d))=\frac{\sqrt{35}}{2}$ ب) $d(A,(d))=\sqrt{\frac{35}{2}}$ ج) $d(A,(d))=\frac{35}{2}$

II- (E) مجموعة النقط من الفضاء بحيث : $\overrightarrow{AM}\bullet\vec{u}=0$ و $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}$ هي:

أ)مستقيم يشمل A و يعامد (d) ب) مستوي يشمل A و يعامد (d) ج) مستوي يشمل A و يوازي (d)

مجموعة النقط (Γ) من الفضاء حيث : $\left\|\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{DM}\right\|=\frac{16\sqrt{14}}{7}$

أ) تقاطع (Γ) و (E) هي نقطة ب) تقاطع (Γ) و (E) هي دائرة ج) تقاطع (Γ) و (E) مجموعة خالية

التمرين الثالث:(04.5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة كما يلي: $u_1=e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غيرمعدوم n : $u_{n+1}=e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}$

1) أ) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n>\frac{1}{e}$.

ب) برهن أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما.

ج) إستنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة نحو عدد l يطلب حسابه.

2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي : $v_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln(u_n)$

أ) أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .أوجد ثانية $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_1+v_2+......+v_n$.

- إستنتج عبارة P_n بدلالة n حيث : $P_n=u_1\times u_2\times.......\times u_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=(x+2)e^{-\frac{1}{2}x}$. (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، ثم بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياها . ثم أكتب معادلة للمماس (T) عند ω .

د) أنشئ (T) و (C_f) .

و) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $F(x)=(-2x-8)e^{-\frac{1}{2}x}$ هي الدالة الأصلية للدالة f و التي تنعدم عند 0 . ثم أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بمجموعة النقط $M(x;y)$ حيث: $0\leq x\leq\alpha$ و $(\alpha)0$ ؛ $0\leq y\leq f(x)$

2) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=\dfrac{|x|+\sqrt{e^{|x|-2}}}{\sqrt{e^{|x|-2}}}$. والتحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M ذات الاحقة العدد المركب Z النقطة M' ذات الاحقة Z' حيث : $Z'=Z+2+i$

أ) أثبت أن الدالة g زوجية .

ب) عين طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة.

ج) تحقق انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$. المنحنى (C') الممثل للدالة g هو صورة (C_f) بالتحويل T .

- أنشئ (C_f) على $\mathbb{R}$.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $I_n=\int_{-2}^{2}(x+2)^n e^{-x}dx$ و $I_0=\int_{-2}^{2}e^{-x}dx$. أحسب I_0 .

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $I_{n+1}=(n+1)I_n-\dfrac{4^{n+1}}{e^2}$ ،

- إستنتج قيم كل من I_1 و I_2

ب) إستنتج V حجم المجسم المولد بدوران المنحنى حول محور الفواصل على المجال $[-2;2]$.