الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقط)

g الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x-\ln(x+2)$ و الممثلة بمنحنيها (C)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (**الشكل في الورقة الملحقة**)

1) احسب $g(-1)$ ، بقراءة بيانية حدد اتجاه تغير الدالة g

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=3$ وَ $u_{n+1}=g(u_n)$

أ) مثل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 مستعينا بـ(C)(**التمثيل على الورقة الملحقة في آخر الموضوع**)

ب) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعيn: $u_n \ge -1$

جـ) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ، د) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، أحسب نهايتها

3)نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} v_0=0 \\ v_n=\ln\left[(u_0+2)(u_1+2)\cdots(u_{n-1}+2)\right], n\ge 1\end{cases}$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=3-u_n$ ، ب) إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

التمرين الثاني : :(05نقط)

نفترض أن لدينا ثلث أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3 فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متمثلة ولانميز بينها في اللمس) . نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية .

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث

2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.

3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.إذا كانت الكريتان المسحوبتان حمراوين يربح الاعب 13 دج و إذا كانت الكريتان المسحوبتان سوداون يخسر الاعب 16 دج أما إذا كانت الكريتان المسحوبتان من لونين مختلفين يربح الاعب 3 دج .ليكن X المتغير العشوائي لهذه اللعبة

أ-عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X.ب-جد الأمل الرياضي لهذه اللعبة،هل اللعبة عادلة؟

جـ- أحسب التباين V(X) و الإنحراف المعياري $\delta(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمرين الثالث :(05 نقط)

ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-3;2;1)$، $B(1;4;-1)$، $C(-5;-2;3)$ ، $E(-5;0;-5)$ و المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطي: $x=-2+3t$; $y=2+2t$ و $z=-3+2t$ حيث t وسيط حقيقي

1) عين طبيعة المثلث ABC . ثم أثبت أن مساحة المثلث ABC تساوي $2\sqrt{11}\ u.a$.

2) برهن أن $\overrightarrow{AE}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

3) أ) بين أن المستقيم (D) يمر بالنقطة E ثم عين إحداثيات الشعاع $\overrightarrow{BE}$.

ب) استنتج وضعية المستقيم (D) والمستوي (ABC).

ج) عين تمثيلا وسيطيا للمسقط العمودي للمستقيم (D)على المستوي (ABC).

4) احسب حجم رباعي الوجوه $EABC$.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بالشكل: $g(x)=ax+1+\ln(bx)$ حيث a، و b من $\mathbb{R}_+^*$.

1) عين a و b بحيث يكون $g(1)=2$ و $g'(1)=2$

2)عين نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

3) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

4)بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]0;1[$

باستعمال طريقة التنصيف جد حصرا للعدد α سعته 10^{-2}

4)حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $D=]0;+\infty[$ كما يلي:

$f(0)=0$ و من أجل كل $x\in D$ ، $f(x)=\dfrac{x\ln x}{x+1}$ واليكن (C) تمثيلها البياني

1) بين أن الدالة f مستمرة على $]0;+\infty[$.

2)هل تقبل الدالة f الاشتقاق عند 0؟ فسر بيانيا النتيجة.

3)بين أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالةf.

4)أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.ثم تحقق أن $f(\alpha)=-\alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالةf.

5)(Γ)هو التمثيل البياني للدالة $x\mapsto\ln x$ في المعلم السابق

*أدرس الأوضاع النسبية للمنحنين (C) و (Γ).

*أحسب النهاية: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]$. وفسر بيانيا النتيجة.

6)أرسم المنحنيين (C) و (Γ).

خاصة بالتمرين1 الموضوع2