على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ [الوحدة:2cm].

1.حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $\frac{z-4}{z}=i$ (يكتب الحل على الشكل الجبري).

2. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+4=0$ (تكتب الحلول على الشكل الأسّي) .

3.لتكن النقط A، B، A'، D التي لواحقها على الترتيب: $a=2$، $b=4$، $a'=2i$، $d=2+2i$.

فسّر هندسيّا طويلة وعمدة $\frac{d-b}{d}$ واستنتج طبيعة المثلّث ODB.

4.لتكن النقطتان E و F اللّتان لاحقتاهما $e=1-i\sqrt{3}$ و $f=1+i\sqrt{3}$ على الترتيب.

ما طبيعة الرباعي $OEAF$؟علّل.

5.لتكن (C) الدائرة ذات المركز A و نصف القطر2، و (C') الدائرة ذات المركز A' و نصف القطر2؛ وليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $+\frac{\pi}{2}$.

أ) E' إلى صورة النقطة E بالدوران r.عيّن e' لاحقة النقطة E'. ب) بيّن أنّ E' تنتمي إلى (C').

ج) تحقّق أنّ: $e-d=\left(\sqrt{3}+2\right)(e'-d)$ ، واستنتج أنّ النقط E، E'، D على استقامة واحدة.

6. لتكن D' صورة النقطة D بالدوران r؛ برهن أنّ المثلّث $EE'D'$ مثلّث قائم.

التمرين الثاني:(05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$؛ نعتبر النقط: $A(-2;-1;3)$، $B(1;3;5)$، $C\left(2;-\frac{1}{2};-4\right)$ و $D(2;-2;-3)$ و المستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2t \\ z=3-6t \end{cases}$ ، و $t\in\mathbb{R}$

1)عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).ثم بين أن (Δ) و (AB) ليسا من نفس المستوي.

2) (P) مستوي يوازي (Δ) و يشمل (AB).

أ-بين أن الشعاع $\vec{n}(2;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) ،ثم استنتج معادلة ديكارتية له

ب-بين أن المسافة بين نقطة كيفية M من (Δ) و المستوي (P) مستقلة عن موضع M.

1) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P).
بين أن المثلث ABC قائم في A، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه ABCD.

التمرين الثالث:(04 نقط) $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$

1) (U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث : $\ln U_1 + \ln U_5 = -12$ و $\ln U_2 - \ln U_4 = 4$
*عين أساسها وحدها الأول U_0 ،ثم أكتب U_n بدلالة n
* نضع $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$ أحسب S_n بدلالة n ثم نهاية S_n لما تؤول n إلى $+\infty$

2) (V_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي: مهما يكن العدد الطبيعي n فإن : $V_n = \ln U_n + \ln U_{n-1}$
* بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.
نضع $T_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $T_n^2 = 2^{2020}$

التمرين الرابع:(07.5 نقط)

I -نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2-x)e^x + 2$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا واحدا α حيث: $2.2 < \alpha < 2.3$ استنتج إشارة $g(x)$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \dfrac{e^x + 2x}{e^x + 2}$.نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

1) أ)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \dfrac{1+2xe^{-x}}{1+2e^{-x}}$ ثم احسب نهاية الدالة f عند $\pm\infty$

ب)جد $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-x)$ ،استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين،محددا وضعية كل منهما و (C_f)

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \dfrac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) نقبل أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا واحدا β على المجال $]-0.4;-0.3[$.

• بين أن معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة التي ترتيبها 0 هي: $y = x - \beta$.وبين أن $f(\alpha) = \alpha - 1$.

3) ارسم كل من المستقيمين المقاربين (C_f).

III- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

1) مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\beta < u_n \le 1$.

ب) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n). استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها.