

على كل مترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04.5 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة ب: $u_0 = \frac{1}{12}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{6}$.

أ) $u_n = -\frac{7}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^n + \frac{2}{3}$ ، ب) المتتالية (u_n) متناقصة تماما على \mathbb{N} ، ج) (u_n) متباعدة

2) في المستوي المركب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

أ- التحويل T الذي كتابته المركبة $z' = -\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)z$ دوران زاويته $-\frac{\pi}{4}$ ومركزه O .

ب- مجموعة النقط $M(z)$ حيث $\arg(z-i) = -\frac{\pi}{4}$ هي المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 1$

3) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

أ- المستوي (P) الذي معادلته: $x + y - z + 1 = 0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2; 1; -1)$ و $\vec{u}(1; -1; 1)$ شعاع توجيه له لا يشتركان في أية نقطة .

ب- معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (P) هي: $x - y + z = 0$.

التمرين الثاني: (04.5 نقط)

1- حلّ في \mathbb{C} المعادلة التالية ذات المجهول z : $(z-1+\sqrt{3})(z^2-2z+4) = 0 \dots (E)$

2- ليكن z_1, z_2, z_3 حلول المعادلة (E) حيث: $z_1 \in \mathbb{C}$ ، $\text{Im}(z_2) > 0$ ، و z_2 الحل الآخر.

أ- أكتب كلا من z_2 و z_3 على الشكل المثلي .

ب- بين العدد $z_2^{2018} - z_3^{2018}$ تخيلي صرف

3- في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C ذات الواحق :

$z_A = 1 - \sqrt{3}$ ، $z_B = 1 + \sqrt{3}i$ و $z_C = 1 - \sqrt{3}i$

أ- أحسب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_A - z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب- عيّن إحداثيي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 2); (B, 1); (C, -1)\}$.

ج- عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $2MA^2 + MB^2 - MC^2 = -3$

التمرين الثالث: (11 نقط)

لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوى

المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس: $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الطول هي 2cm)

1) أحسب كلا من: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

2) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g'(x) = \frac{e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2}$ و شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أن المنحنى (C_g) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتاهما:

$y = x + 2$ و $y = x$ في جوار $(-\infty)$ و $(+\infty)$ على الترتيب.

ب) بين أن المنحنى (C_g) يقع داخل الشريط المحدد بالمستقيمين (Δ) و (Δ') .

4) بين أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديد إحداثياتها.

5) أكتب معادلة المستقيم (T) المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة A ذات الفاصلة: 0.

6) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x) + g(-x) = 2$. ثم فسر النتيجة بيانياً.

ب) أحسب: $g(1)$ و استنتج $g(-1)$ أحسب: $g(2)$ و استنتج $g(-2)$.

ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: المنحنى (C_g) يقطع حامل محور الفواصل مرة

وحيدة في نقطة فاصلتها α . بحيث: $-2 < \alpha < -1$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

7) أرسم كلاً من المستقيمتين: (Δ) ، (Δ') و (T) ثم أرسم المنحنى (C_g) .

8) ناقش بيانياً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $me^x + m - 2 = 0$.

9) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ ب: $h(x) = g\left(\frac{1}{x}\right)$. (عبارة h غير مطلوبة)

أ) أحسب نهايات الدالة h على أطراف مجموعة تعريفها.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة h . ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) أثبت أن النقطة A مركز تناظر للمنحنى (C_h) . (إرشاد: استعن بالإجابة عن السؤال: 6) أ)

10) لتكن G دالة أصلية للدالة g على \mathbb{R} والتي تحقق $G(0) = \ln \frac{1}{4}$

أ) باستعمال -6 ج) عين إتجاه تغير الدالة G على \mathbb{R} .

ب) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{G(x) - G(\alpha)}{x - \alpha}$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.

ج) عين عبارة الدالة G ثم تحقق من النتائج المحصل عليها في الجواب 10- أ و ب