الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

f دالة عددية معرفة على المجال $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2}{2x-1}$.

1) بيّن أنه إذا كان $x\geq 1$ فإن $f(x)\geq 1$.

2) نعرّف المتتالية (u_n) بـ: $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n.

أ) برهن بالتراجع ، من أجل كل عدد طبيعي n ، أن $u_n\geq 1$.

ب) أدرس أتجاه تغير المتتالية (u_n). ثم استنتج أن (u_n) متقاربة واحسب نهايتها L.

3) (v_n) متتالية معرّفة بـ: $v_n=\ln\left(\frac{u_n-1}{u_n}\right)$

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين عناصرها المميزة.

ب) أكتب v_n بدلالة n واستنتج أن: $u_n=\frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}}$

التمرين الثاني:(04 نقط)

1) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة: $(z-2)(z^2-2z+4)=0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

لتكن النقط A،B، C التي لاحقاتها: $z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ ، $z_C=-2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ على الترتيب.

أ- اكتب : z_B على الشكل الأسّي و z_C على الشكل الجبري

ب- أحسب $\left(\frac{z_C}{2}\right)^{2018}$ (تعطى النتيجة النهائيّة على الشّكل الجبري)

جـ- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $z_C^{\,n}$ عددا حقيقيّا سالبا .

3) ا-اكتب العدد المركّب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسّي .

ب-استنتج أنّ C هي صورة B بتحويل نقطي يطلب تعيينه بدقة مع عناصره المميّزة .

4) حدّد- مع التعليل- طبيعة الرباعي OBAC.

التمرين الثالث:(04 نقط)

صندوق يحتوي على خمس كرات متشابهة لانفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :

كرتين خضراوين و 3 كرات بيضاء . يرمي لاعب قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة .

إذا تحصل على وجه F ، يسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق ، وإذا تحصل على ظهر P يسحب كرتين على التوالي وبإرجاع أي يعيدالكرة المسحوبة إلى الصندوق قبل السحب الموالي .نعتبرالحدثين التاليين :

A :" الحصول على كرتين بيضاوين ، B : " الحصول على كرة خضراء على الأقل "

1) بين أنّ إحتمال الحدث A هو $P(A)=\frac{33}{100}$ ، ثمّ أحسب $P(B)$ إحتمال الحدث B.

2)يدفع اللاعب m دينارا حيث m عدد حقيقي موجب ، إذا كانت الكرة المسحوبة خضراء يربح 100 دينار أما إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء يخسر 40 دينار ، نعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل مخرج الربح الصافي المحصل عليه من طرف اللاعب.

أ) عين قيم المتغير العشوائي Y .

ب) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي Y .

جـ) عين قيمة m حتى تكون اللعبة عادلة .

التمرين الرابع:(07 نقط)

الجزء الأول : g دالةمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(-x+2)e^{x}-2$

1- بين أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا α حيث : $1.5<\alpha<1.6$

2- أحسب نهايتي g عند $-\infty$ و $+\infty$.

3- أدرس اتجاه تغير الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها.

4- أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ : $f(x)=\frac{x^2}{e^{x}-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1- عين نهايتي الدالة f عند : $-\infty$ و $+\infty$.

2- تحقق أن $f(x)$ تكتب من الشكل: $f(x)=\frac{1}{\frac{e^{x}-1}{x}\times\frac{1}{x}}$ ، ثم احسب نهايتي f عند 0.

3- أثبت من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{0\}$ أن : $f'(x)=\frac{xg(x)}{(e^{x}-1)^2}$

4- باستعمال الجزء الأول عين إشارة f' ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5- تحقق أن : $f(\alpha)=\alpha(2-\alpha)$.

6- أرسم (C_f) (تذكر أن الدالة f غير مستمرة عند 0).